


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN

[redacted]

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

ANNÉE MDCCLIII. 1753



À BERLIN.
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCLV.

Permis d'imprimer.

P. L. Moreau de Maupertuis,
Préſident.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.



ESSAI
SUR L'ORIGINE ET LA GE'NE'RATION DES ME'TAUX,

PAR M. ELLER.

J'ai balancé longtems ſi je devois entreprendre cet eſſai, ſachant qu'il eſt extrèmement difficile, pour ne pas dire impoſſible, de ſe frayer une route à travers les rochers jusques dans les entrailles de la terre, pour tâcher de ſaiſir le myſtere caché dont la Nature ſe ſert pour produire les Métaux. Toutes les productions des corps que nous rencontrons dans les deux autres Régnes de la Nature, ſavoir les Végétaux & les Animaux, ne ſemblent pas tant ſe dérober à nos yeux; &

pour peu qu'on ſache ſe ſervir de certains moyens que l'induſtrie & l'expérience des habiles Naturaliſtes nous ont fournis, & nous fourniſſent encore tous les jours, on découvre aſſez ſouvent les vrais matériaux, l'ordre & les moyens, dont cette ſage mère ſe ſert pour former, conſerver, & reproduire les corps. Mais dans la production des métaux, nous ſommes presque dans le cas des aveugles; l'acte de leur génération s'exécute dans le ſein des rochers les plus profonds, où la lumiere n'a jamais eu le moindre accès, & que les ombres par conſéquent d'une nuit éternelle couvrent depuis l'origine du monde; c'eſt une hardieſſe bien téméraire, je l'avouë, que de vouloir, dans ce fonds ténébreux de la terre, ſurprendre la Nature lorsqu'elle s'occupe à ſes opérations les plus cachées, ſachant qu'on a bien de la peine à lui dérober quelques fineſſes en plein jour, & encore avec le ſecours des meilleurs Microſcopes.

Le ſeul moyen donc qui me reſte, dans cette vuë de faire quelques découvertes à l'imitation de la Nature dans la génération des métaux, c'eſt de conſidérer attentivement tous les corps en général, & toutes les matieres qui ſe trouvent aux endroits où la Nature travaille les mines, de les examiner avec ſoin, & de faire l'analyſe de leurs parties conſtituantes, afin que je puiſſe par ce moyen découvrir ce qu'ils peuvent fournir à la formation des mines métalliques; ſecours qui me menera inſenſiblement à la ſource de cette formation.

Ce qui m'a aidé encore beaucoup dans cette recherche, c'eſt que j'ai eu dans ma jeuneſſe l'avantage de fréquenter moi-même les Mineurs, & de les voir travailler dans les creux des montagnes, en pluſieurs endroits de l'Allemagne; où j'ai eu auſſi le loiſir d'examiner les crévaſſes des rochers, & les *Filons*, (*die Klüffte und Gänge*) & d'y conſidérer la propriété des exhalaiſons minérales qu'on y rencontre plus ou moins, ſelon la ſituation, la profondeur, on ſelon la nature de la mine qu'on y travaille. D'ailleurs la collection aſſez conſidérable que je me ſuis procurée depuis, de toutes ſortes de minéraux & de

foſſiles,

fossiles, de tous les pays presque où il y en a, m'a aidé aussi à reconnoitre le mêlange different des metaux dans leurs mines, & leur parties essentielles, cachées dans les differentes terres, ou matieres pierreuses, &c. qui leur servent souvent de matrices dans leur formation.

Toutes ces matieres minérales, ou fossiles, comme nous verrons cy-après, sont en très grand nombre; &, ce qui rend encore cette recherche plus pénible, ce sont les noms barbares pour la plûpart & inconnus, que les fossiles en général ont reçu des Mineurs. Ces Gens, qui depuis plusieurs siecles ont pris & prennent encore leur origine d'une même race en Allemagne, ont imaginé des noms, ou des manieres de s'exprimer, que leurs compatriotes, & les gens de la même Province n'entendent pas, ou ont de la peine au moins à comprendre; & comme ils travaillent pour la plûpart machinalement, ils ne peuvent guères rendre raison de ce qu'ils font à un Curieux qui souhaite d'en être instruit.

Et c'est peut-être la véritable raison aussi pourquoi les anciens Auteurs Grecs & Romains nous apprennent si peu, ou rien, d'nn Art qui est pourtant si utile & si néceſſaire à la prospérité du genre humain, pendant que d'un autre côté les mêmes Auteurs nous rapportent plusieurs grandes bagatelles, dont nous pourrions fort bien nous passer. Certes, ces sommes immenses d'Or & d'Argent, dont ces anciens Historiens nous parlent, sont un sûr garant, que ces peuples vainqueurs du monde, n'ont point négligé cet Art, qui enseigne de fouiller la terre pour en tirer les métaux; mais comme ils n'y employoient que les Esclaves & les Criminels, & que c'étoit une espece de dernier supplice que d'être condamné aux Mines, leurs Savans, ces fameux Philosophes, craignoient apparemment de faire une tache à leur réputation; ou peut être avoient-ils peur d'être notés d'infamie, s'ils visitoient le travail de gens réputés infames, pour en tirer quelques instructions.

De cette négligence impardonnable il eſt venu, je crois, que quelques Philoſophes ſpéculatifs, ou plûtot quelques Sophiſtes de ce tems-là, ſe ſont imaginé de pouvoir produire des métaux précieux ſur la terre, en employant des matériaux dont ils croyoient que la Nature ſe ſervoit deſſous la terre ; & c'eſt de cette ſpéculation vraiſemblablement que la premiere époque des Alchymiſtés commence. Une Inſtruction de cette nature, en forme de Dialogues, ſous les noms empruntés des anciens Philoſophes, nous reſte de ce tems-là ; elle porte le titre de *Turba Philoſophorum :* c'eſt un livre rempli d'allégories & d'énigmes, & qui paroit être fabriqué par les Sectateurs des Philoſophes Platonico-Pythagoriciens de l'Ecole d'Alexandrie.

Le perte des Sciences, qui ſuivit de près la ruïne de la République de Rome, y a beaucoup contribué auſſi. Car l'amas confus des Sciences délabrées, dont les Arabes s'emparerent, ſemble avoir engendré cet Art nouveau, la Chymie, inconnu jusqu' alors, & que les Alchymiſtes de cette Nation cultiverent dans l'unique deſſein de changer les métaux imparfaits en Or, ou en Argent, par le moyen de la Chymie. Les plus anciens Auteurs Arabes, comme *Geber*, *Avicenne*, *Albucaſis*, *Rhaſes*, *Haly*, *Bendegit-Jeſſi*, &c. en ſont les témoins ; ils ne parlent que de métaux, de minéraux, & de toutes ſortes de ſels, qu'ils enſeignent à mêler, à fondre, & à purifier de differentes façons dans le feu, pour en tirer la Quinteſſence, ou la Pierre philoſophale, qui devoit changer en Or dans un creuſet, tous les métaux imparfaits, en peu de minutes. Cet Art flatteur de s'enrichir à peu de fraix & en peu de tems, paſſa bientôt, comme un mal épidemique dans toute l'Europe ; & c'étoit presque la ſeule Science qui fut cultivée dans les ſiècles barbares, ſurtout dans les Couvents, où cet Art flattoit extrèmement la pareſſe & l'ambition des Moines.

Il eſt même étonnant, que les plus grands hommes de ces Siècles, comme *Arnaud de Villeneuve*, *Raymond Lulle*, *Albert le Grand*, *Roger Bacon*, *Robert Fludd*, & pluſieurs autres, ſemblent avoir choi-

choisi cette étude pour leur principale occupation. Mais, comme dans la suite la plûpart de ces prétendus Philosophes Adeptes déchurent de leur espérance de faire un Or artificiel, la Chymie gagna plus de terrain, elle fut appliquée successivement à l'analyse de tous les corps en général, & elle devint bientôt après la base & le soutien de la Métallurgie; d'autant plus que l'art de tirer les métaux de la mine, & de les purifier comme il faut, doit son origine & sa perfection uniquement à la Chymie. Mais il est encore remarquable que tous les habiles gens, qui savoient appliquer la Chymie à l'étude des mines, ou à la Métallurgie, ne perdoient presque jamais de vuë la transmutation alchymistique des métaux; plusieurs d'entre eux s'empressent même d'avantage à nous enseigner la production artificielle des métaux, que la naturelle hors de la mine: tant prévaloit le prejugé de ce tems la, que la transmutation des métaux imparfaits en Or, ou en Argent, étoit un Art à enseigner ou à apprendre.

De là est venu, selon la methode usitée dans les autres Sciences, qu'on a tâché d'établir certains Principes, ou premiers Elémens, desquels tous les Métaux en général devoient tirer leur existence & leur origine. Ceux de la Secte Aristotelico-Scholastique se contenterent des quatre Elémens, & de leur action réciproque sous la terre, les uns dans les autres, pour la production des fossiles en général; mais ceux qui manioient de près ces corps, ou ces differens mixtes, trouverent bientôt les quatre Elémens trop éloignés de la nature minérale & métallique; & ayant remarqué, que le Vif-argent, ou le Mercure, production minérale comme les métaux, égaloit presque le poids de l'Or, & ayant considéré encore, que le Souffre minéral arrêtoit le cours de ce métal fluide dans la production du Cinnabre artificiel, ils ne balancerent plus d'établir ces deux corps pour premiers principes de tous les métaux, qui ne differoient entre eux, à ce qu'ils croyoient, que par rapport à l'union plus ou moins intime & parfaite de ces deux prétendus principes. Le Moine *Basile Valentin*, & *Theophraste Paracelse*,

celse, en ajouterent encore un troisième, savoir le sel, qui devoit constituer le lien entre le Souffre & le Mercure; ils confirmerent en même tems l'hypothese des influences astrales pour la formation des métaux, suivant laquelle la fonction du Soleil étoit d'influër à la formation de l'Or, celle de la Lune à la génération de l'Argent, & ainsi du reste. Ceux qui recherchent plus soigneusement les antiquités de la Métallurgie, prétendent prouver qu'*Hermes Trismegiste* avoit déjà établi les trois Principes dont je viens de parler; ils se fondent sur un certain Ecrit qu'on attribuë à ce prétendu Pére des Adeptes, où il doit avoir dit: „Que de trois Substances, qu'il appelle l'esprit, l'ame & „ le corps, tous les métaux tiroient leur origine, & que même les Tein„ tures métalliques, & la Pierre philosophale, en étoient produits.„ *Paracelse* en donne l'explication, lorsqu'il ajoute, que l'esprit d'*Hermet* étoit le Mercure, son ame le Souffre, & le corps le Sel. Mais je doute fort, qu'outre la *Table d'Emeraude d'Hermes*, ce Philosophe prétendu Chymiste, qui approche trop des Siècles fabuleux, ait jamais écrit quelque chose qui soit parvenu jusqu'à nous. C'est à peu près avec autant de fondement que quelques Champions de la Philosophie Paracelsistique attribuënt déjà ces trois Principes métalliques à *Pythagore*, à *Platon*, à *Zosyme Pantonopolitain*, &c. à cause que les deux premiers avoient demeuré plusieurs années en Egypte, selon le rapport d'*Hesychius* (1), & de *Strabon* (2), où ils avoient, disent-ils, appris, par le secours des Prêtres Egyptiens, l'explication des Colomnes d'Hermes. Cependant il est prouvé, que, même avant Paracelse, ces prétendus trois Principes ont été suffisamment connus de *Raymond Lulle* (3), & d'*Isaac Hollande* (4).

Ce triumvirat de Principes métalliques ayant subsisté pendant plusieurs siécles, sans que personne ait osé les révoquer en doute, les Métallurgistes par conséquent, & surtout les Chymistes, étoient charmés

(1) *de Myst. Ægypt.* l. 1. (2) l. 17.
(3) vid. *Lullius in Testament.* c. 17. (4) *Hollandus in Opere vegetab.* passim.

més de pouvoir ſans trop de peine réſoudre les problêmes les plus difficiles en Chymie, vû que les parties mercurielles, ſulfureuſes, & salines étoient d'une ſi vaſte étenduë, qu'on les rencontroit aiſément dans les mêlanges de tous les corps minéraux. Il étoit même téméraire dans ce tems-là, de vouloir combattre une opinion généralement reçuë, & approuvée de tous les Chymiſtes.

Mais vers le milieu du Siecle paſſé, le Docteur *Joachim Becher*, très habile Chymiſte Allemand, muni d'une bonne théorie dans cet Art, & confirmé par des expériences ſans nombre, qu'il avoit eu occaſion de faire dans le Laboratoire Electoral à *Munich*, ne craignit pas d'attaquer ces fameux principes, après avoir montré leur incongruité. Il paroit raiſonner conſéquemment dans ſa *Phyſique Souterraine*, lorsqu'il dit: „ Un principe doit être néceſſairement une choſe ſimple & „ homogene; mais les prétendus trois principes, le Sel, le Souffre, „ & le Mercure, ſont des corps compoſés, comme on le peut mon- „ trer à l'inſtant; donc, ils ne peuvent pas être les élémens, ou les „ principes métalliques. „ Il montre enſuite par l'analyſe chymique que les véritables principes eſſentiels des corps métalliques & de tous les foſſiles en général, n'étoient autre choſe que des terres très ſimples primordiales, dont il n'avoit pû trouver & reconnoitre que trois ſortes.

La premiere terre, appellée par *Becher vitrifiante*, fournit le plus grand volume d'un métal, & établit pour cela la baſe d'un corps métallique. L'Auteur y trouve l'union primordiale intime & inſéparable de la terre la plus pure avec l'eau, dont le produit eſt une matiere ſaline univerſelle & fuſible, qui reſte lorsque les deux autres terres, ou principes, ſont ſéparés & chaſſés par le feu, & qui ſe trouve enfin vitrifiée par la continuation forcée de cet élément deſtructeur. Cette terre vitrifiante, ajoute-t-il, eſt auſſi le principe & la baſe de toutes les pierres, tant précieuſes qu' ordinaires, depuis le gravier & le caillou jusqu'au diamant.

La seconde terre, nommée la terre *sulphureuse*, ou onctueuse, par l'Auteur, est ce principe universel qui se joint assez étroitement avec le premier ; & ce n'est autre chose qu'une espece de terre extrèmement déliée, onctueuse, & inflammable, qui à cause de cela, fournit la nouriture au feu, lorsqu'elle est mise dans un mouvement très rapide, & qui en entretient la flamme. On la rencontre dispersée dans les trois régnes de la Nature également, & elle constituë la colle & le lien de tous les corps palpables. Le Souffre minéral, le Pétrole, la Naphte, le Bitume, les Charbons fossiles, le Suif, le Lard, la Graisse, la Moëlle des Os, le Poix, la Resine, les Charbons du bois, les Huiles de toutes sortes, les Esprits inflammables, &c. en sont pourvûs. Toutes ces matieres, lorsque leur humidité superfluë est dissipée par le feu, peuvent entrer dans la composition des corps métalliques ; ce qui nous prouve la réduction d'un métal calciné par le feu, ou par les dissolvans ; car nous voyons que ces chaux métalliques, mêlées avec quelques unes de ces matieres inflammables, reprennent leur éclat, & la premiere forme métallique chassée par le feu, & deviennent malléables comme auparavant. C'est ce même principe, selon le sentiment de *Becher*, qui introduit les differentes couleurs que nous rencontrons dans les métaux, aussi bien que dans les pierres précieuses qui sont seulement composées de ces deux premieres sortes de terres.

La troisième terre, ou le dernier principe métallique, selon l'hypothese de nôtre Auteur, est une terre simple, fluide, mercurielle, uniquement destinée pour les métaux, qui leur donne l'éclat, la malléabilité, ou l'extension sous le marteau. Il tâche de prouver, que cette terre mercurielle, nonobstant sa volatilité, se joint essentiellement à la premiere terre vitrifiante, à laquelle elle reste inséparablement attachée, même dans le feu le plus violent ; & c'est pour cette raison, qu' aucune expérience jusqu'icy n'a réüssi à les montrer séparément. La calcination des métaux nous confirme aussi cette union étroite car ces deux terres restent ensemble dans la chaux, laquelle re-

reprend sa premiere forme métallique par la restitution seule de la seconde terre sulfureuse & inflammable, que le feu avoit dissipée durant cette calcination.

Cette démonstration solide de ces trois principes métalliques, que *Becher* avoit entreprise, ne manqua point de lui attirer des partisans & des Commentateurs; mais personne les a mieux soutenus & prouvés, surtout le second principe, que feu M. *Stahl*, par une infinité de nouvelles expériences aussi solides que curieuses, comme il paroit par ses differens Traités chymiques qui en sont remplis; & quand même on pourroit former encore quelques objections problèmatiques, que cette théorie ne sçauroit tout à fait résoudre, comme quelques Chymistes le prétendent, il faut se contenter de la prérogative qu'elle a obtenu de droit jusqu'icy sur toutes les autres hypotheses, que la raison & l'expérience refusent de soutenir. C'est aussi par cette raison, que je n'ai pas balancé beaucoup, si je devois adopter dans ma recherche les principes, que *Becher* a si bien etabli par l'expérience, quoique je ne saurois penser tout à fait comme lui sur l'origine & sur la conjonction de ces mêmes principes, pour en former un métal; ce que je ferai voir dans la suite, quand j'aurai proposé premièrement quelques instructions nécessaires & réflêchies sur la nature & sur la situation du terrain dans lequel nous rencontrons les veines métalliques.

Tout le monde sçait, que ces veines métalliques, ou mines, se trouvent seulement dans les endroits de nôtre Globe où le terrain s'éleve en une longue suite de montagnes. Cette chaine de montagnes suppose toujours pour son soutien une base de pierres rudes, ou un roc. Tant que ce roc est sauvage, c'est à dire, qu'il étend sa cohésion ferme & solide par le centre & par la circonference de la montagne; (ce que les Mineurs Allemends appellent *wildes Gestein,*) il n'y a guères d'apparence, qu'on découvre si-tot quelques *filons*, ou veines métalliques; mais d'abord que les Mineurs rencontrent quelques crévasses, ou

B 2 fen-

fentes dans le roc, que les Allemends nomment *Klüffte*, ils ne doutent plus de decouvrir bientot des filons, *Ertzgänge*. Mais avant que d'examiner l'intérieur des montagnes qui fourniſſent des mines, il faut dire quelque choſe en paſſant de leur ſituation.

Les Phyſiciens Métallurgiſtes ont remarqué, que la ſituation la plus propre pour la génération des métaux eſt lorsque la chaine des montagnes s'éleve petit à petit, & prend ſon étenduë vers le Sud-Eſt, & y ayant atteint ſa plus grande élévation, s'applanit dans cette direction, & deſcend inſenſiblement vers le Nord-Oueſt; ce qui procure cet avantage, que la chaleur du Midi devient plus tempérée par la poſition oblique des montagnes vers le Sud, & que l'air & les vents humides de Sud-Oueſt & de Nord-Oueſt peuvent garantir ces magaſins des Minéraux contre la trop grande ſécheresſe, qui paroit cauſer la ſtérilité dans la plûpart des montgnes, dont la chaine s'étend directement vers le Midi, comme les Alpes, &c. On a remarqué encore que les rivieres qui ſuivent la direction de ces chaines dans les vallons voiſins, contribuënt auſſi quelque choſe à la fertilité des mines par leurs exhalaiſons continuelles qui ſe condenſent ſur le ſommet des montagnes, & conſtituënt cette humidité vaporeuſe, ou ce brouillard qui environne ledit ſommet, & s'échape dans le terrain par une eſpece d'*imbibition*, que les Mineurs Allemands appellent *einwittern*. Outre cela, lorsque les petites ſources, qui ſuintent par-ci par-là au pied des montagnes, charrient quelques minéraux ſous la forme d'Ocre, de Vitriol, &c. ou qu'ils dépoſent de petites paillettes luiſantes métalliques dans le ſable, tout cela montre, que les eaux de la ſource ont lavé ou entrainé quelques molecules d'un filon caché dans le creux de la montagne. Les autres indices qui ſe font appercevoir à la ſurface de la terre, & dont les Mineurs font quelques cas, comme un terrain fertile qui produit des herbes & des arbriſſeaux d'une bonne & promte végétation, qui pouſſe des vapeurs rares & deliées, qui en hyver fondent bien vite la neige qui y tombe, pendant que les environs en reſtent couverts, &c. ſont

ſont quelquefois bien trompeurs, & d'un faux prognoſtic; excepté certaine humidité dont le gazon eſt arroſé, que quelques endroits gardent presque toujours, comme des marques aſſez certaines & presque infaillibles de quelques crevaſſes, ou fentes, (*Klüffte*) que le roc a formé au deſſous de ces endroits, & qui en aboutiſſant vers la ſurface de la terre exhalent une humidité plus abondante, que l'air, & la chaleur même, ne ſauroient deſſecher.

Après cette digreſſion néceſſaire touchant la ſituation extérieure de ces montagnes, qui promettent quelque fertilité minérale, il faut maintenant y entrer pour conſidérer de plus près ce Laboratoire naturel, où la Nature travaille en cachette à produire de ſi précieux tréſors. C'eſt à l'ordinaire un roc ſauvage, d'une étenduë quelquefois presque ſans bornes, qui ſe montre fendu & entr'ouvert pour y recevoir cette humidité *ſpermatique minérale*, que la Nature convertit, par des moyens bien differens, en diverſes ſortes de métaux quelquefois, en métaux minéraliſés à l'ordinaire, & en de ſimples minéraux. Je ne prétends pas m'arrêter ici ſur l'origine de ces Crevaſſes, (*Klüffte*,) ſi elles ſont l'ouvrage de cette main formatrice de l'Univers dans l'inſtant de la production de nôtre Globe, ou ſi ces fentes ſont l'effet de quelques ſecouſſes extraordinaires cauſées par des tremblemens de terre dans la ſuite, comme quelques Sçavans modernes le ſoupçonnent? Je juge ſeulement néceſſaire de remarquer ici en paſſant, que ſans l'exiſtence & la formation de ces rochers creux, la génération des métaux auroit été très difficile, pour ne pas dire impoſſible, pour des raiſons que nous alléguerons ci-après. On les rencontre en Amérique, (ſelon le rapport d'*Alphonſo Barba*,) auſſi bien qu'en Europe; les Mineurs Eſpagnols les appellent *Caxas*, *chambres*, ou *boëtes* entre les rochers, dans lesquels les filons, ou les veines métalliques, ſe forment. Les Mineurs Allemands les diſtinguent ſelon leur capacité, leur forme & leur étenduë; celles qui ont le plus de capacité & d'étenduë gardent le nom de fentes, ou de *Klüffte*; les autres qui en ont moins,

étant d'ailleurs assez étroites, sont appellées *Trummer;* & celles qui sont entrecoupées par un roc sauvage, ou par quelques terres stériles, ou bien par quelques anciens décombres, sont nommées *Flötze.*

Mais ces fentes des rochers, ou ces *Klüffte*, sont tapissées à l'ordinaire, ou couvertes en dedans d'une terre blanche reluisante fusible, que les Mineurs Allemands appellent *Quartz*, ou bien *Spath*, lorsque cette terre est plus pesante, mais mollasse, & feuïllettée à peu près comme le talc. Elle est envelopée en dehors vers le roc d'une espece de limon, qui paroit fournir la nouriture à ces terres *quartzeuses* ou *spatheuses;* les Mineurs le nomment *Bestieg.* Ces deux envelopes sont comme la gaine, ou l'étui d'un filon; & lorsque les Mineurs rencontrent une fente munie de ces sortes de fournitures, ils disent: nous avons trouvé la veine minérale, ou le filon, (*den Gang*). Nous verrons dans la suite par quels moyens cette gaine se remplit de la matiere minérale, ou de la mine, pour constituer un filon, ou une veine métallique complette.

L'Expérience a encore appris aux Mineurs, que le profit qu'ils doivent attendre de leurs travaux, dépend principalement de la route, ou de la direction, que les filons prennent sous terre. (*) *Alphonso Barba* a remarqué, que les quatre principales veines métalliques à *Potosi* suivent la direction du Nord au Sud du côté de la montagne qui regarde le Nord, & la seconde mine de *Peru* à *Oruro*, la rivale de *Potosi* pour la richesse, va du Sud au Nord du côté de la montagne qui regarde le Sud. Les Mineurs Allemands, pour déterminer ces directions au plus juste, tant par rapport aux quatre plages du Monde, que pour trouver la direction exacte entre les lignes horizontales & perpendiculaires, se servent d'une petite boussole, dont la periphérie horizontale, que la pointe de l'aiguille aimantée parcourt, est divisée en deux fois douze degrés, à commencer du Nord vers la droite; ce qu'ils appellent les heures de la Boussole, (*die Stunden des Compasses*,) &

(*) *Traité de Métallurgie*, liv. 1. c. 25.

& les directions des filons, les heures des filons, (*die Stunden des Ganges*,) &c. desorte que la direction d'un filon est indiquée par le degré, ou par l'heure sur la boussole. Le Mineur Geometre, (*der Marckscheider*,) détermine aussi par là les limites qu'on a assignées à une Compagnie d'Exploiteurs, &c. On a pratiqué aussi un quart de cercle sur quelques unes de ces boussoles, pour déterminer la direction d'un filon entre la ligne horizontale & la parpendiculaire : plus cette direction approche de la derniere, plus contens sont les Mineurs, étant assurés, que le filon, comme ils s'expriment, va s'annoblir, (*der Gang veredelt sich*;) ils disent aussi, le filon tourne vers la profondeur, (*der Gang sezt in die Teuffe.*)

Après avoir indiqué en peu de mots l'origine & la direction des veines métalliques, ou des filons, & leurs premieres envelopes entre les fentes du roc & le centre de cet espace creux, où la production des corps minéraux s'exécute, il faut remarquer encore, avant que d'aller plus loin dans cette recherche, que ces creux, ou ces fentes dans le roc, qui favorisent la génération & l'accroissement des matieres minérales & métalliques, ne sont pas rondes, ou d'une figure cylindrique, comme on pourroit se l'imaginer ; on trouve plutôt ces fentes spacieuses approchantes de la figure quarrée & applattie en quelque façon, pour des raisons que je tâcherai d'expliquer cy-après. La portion supérieure de ce creux du rocher, (supposé que sa direction fasse un plan incliné vers la perpendiculaire de la terre,) est appellée *le toit du filon* par les Mineurs Allemands, (*das Tach des Ganges*,) la portion inférieure est nommée *le pavé* (*das Sohl-band.*) A' droite & à gauche on rencontre à l'ordinaire differentes couches de terre, de limon, ou de pierres, selon que le creux du roc est plus ou moins entr' ouvert. Les envelopes d'un filon ne sont pas toujours d'une même nature ; car il arrive quelquefois, que la fente du roc a gagné un faux conduit qui mene en dehors, & qui communique avec l'air extérieur, par où la pluye & les vents peuvent s'introduire. Cet accident gâte à l'ordinaire

l'oeuvre de la génération minérale ; & c'eſt alors qu'on rencontre dans le filon, au lieu d'une envelope *quartzeuſe*, un limon bourbeux & gâté; les Mineurs Allemands appellent cela, *un filon pourri*, (*einen faulen Gang.*) A' cette occaſion on a remarqué auſſi, qu'un filon gâté de cette façon, lorsqu'en traverſant par hazard un autre filon bien conditionné & riche, s'il ſe mêle avec celui-cy, il le gâte pareillement dans la ſuite par l'altération, & même par la deſtruction des principes métalliques dont la Nature ſe ſert à produire les metaux. Il arrive auſſi quelquefois, que les Mineurs rencontrent les envelopes d'un filon d'une apparence frappante, parce que tout y eſt reluiſant, ſurtout le toit, (*das Tach oder das hangende,*) qu'ils trouvent couvert & incrusté d'un beau *Quartz* cryſtalliſé, (*Druſen.*) Mais les Mineurs expérimentés abandonnent bientôt cette apparence trompeuſe; ſachant par l'expérience, qu'ils n'attrapperont guères le profit qu'ils cherchent; parceque la production des metaux, comme nous verrons dans la ſuite, ne ſe fait dans toutes ces cavernes pierreuſes, que par une évaporation continuelle & aſſez violente, que les Mineurs Allemands appellent *les Tempêtes*, (*die Wetter oder Berg Schwaden,*) dans laquelle les molecules métalliques produites, ou formées, ſont portées & agitées dans l'air, jusqu' à ce qu'elles ſe détachent peu à peu de ce combat; puis cherchant à ſe gliſſer dans les pores de quelques corps voiſins du filon, & ne rencontrant que ce cryſtal trop ſolide & impénétrable, elles ſe diſſipent & ſe détruiſent les unes les autres, & la matiere minérale imparfaite qui en reſte, s'attache ſouvent à la ſurface de ces cryſtaux ſous la forme d'une pouſſiere emmoncelée, d'une belle couleur jaunâtre, mais qui dans l'eſſai ne montre qu'un mêlange de ſouffre, d'arſenic, & de fer, ſous la forme d'une matiere pyriteuſe, qu'on nomme en Allemand, (*auf Druſen angeflogener Kies.*) Il eſt encore à remarquer, qu'on rencontre quelquefois des filons d'une très bonne apparence par rapport à leur direction avantageuſe; on y trouve même les veſtiges d'une production minérale fort abondante, mais les matrices ſtériles qui reſtent à l'entour, montrent aſſez que le

germe

germe métallique s'eſt diſſipé derechef par une eſpece d'exhalaiſon, que les Mineurs Allemands nomment *Auswitterung ;* ils ajoutent alors : nous ſommes venus trop tard ; mais nous en trouverons la cauſe ci-après. Enfin, lorsque toutes les crévaſſes du rocher ſont farcies de la mine, & que ſes directions approchent de la perpendiculaire, qu'elles ne ſont point traverſées par un roc ſauvage, ou quelques veines pourries & gâtées; c'eſt alors, comme les Mineurs s'expliquent, un filon riche & ſolide, qui paye bien la dépenſe aux Intereſſés.

Après avoir donné en racourci la deſcription & le plan de cette voûte ſouterraine ſi curieuſe, où la Nature travaille & perfectionne les métaux, il faut tâcher de rechercher à préſent, les moyens, par lesquels cette mère induſtrieuſe vient à bout de ce grand deſſein. Lorsqu'on deſcend dans ces gouffres, où dans ces crévaſſes profondes d'un roc où les Mineurs ont déjà frayé le chemin dans un filon, on remarque au premier regard un ſuintement d'humidité aux parois du rocher de tous côtés ; l'eau tombe quelquefois goutte à goutte, les Mineurs Allemands nomment cette eau, (*die Tage-Waſſer,*) *les eaux du jour,* parce qu'elles entrent de dehors ; & pour les diſtinguer auſſi d'une autre eſpece d'eau qui monte des entrailles de la terre, & que les Mineurs appellent, (*die Grund-Waſſer,*) *les eaux de la profondeur*, ou de l'abyme. Elles empêchent conſidérablement ceux qui y travaillent, lorsqu'ils viennent à certaine profondeur. On les fait écouler par les Galleries, que les Allemands appellent *Stollen*, qui ſont des conduits qu'on creuſe horizontalement au pied des montagnes dans les vallons voiſins, jusqu'à ce qu'on rencontre le filon où les Mineurs travaillent ; de ſorte que les galleries en queſtion forment quaſi un angle droit avec les puits, nommés *Schackte* en Allemand, par où l'on deſcend jusqu'au filon. S'il arrive que l'ouvrage dans le filon ſoit pouſſé au deſſous du niveau du vallon, & par conſéquent au deſſous de la gallerie qu'on a pratiquée, on eſt obligé de monter les eaux dans la gallerie par des pompes qu'on fait mouvoir, à l'aide d'un moulin, s'il

y a une riviere qui coule dans le voisinage, ou bien par des chevaux, &c.

Outre les eaux dont je viens de parler, les Mineurs sont incommodés, surtout dans les filons profonds & éloignés des puits, d'exhalaisons minérales bien fortes, & quelquefois presque étouffantes, qui deviennent intolérables lorsqu'elles sont agitées par un air condensé & mis en mouvement; circonstance qui n'arrive que trop souvent, surtout dans les saisons où l'air pesant extérieur empêche la sortie des exhalaisons, de sorte que les Mineurs sont forcés de se retirer à l'instant pour éviter une mort subite par la suffocation. Mais toutes dangereuses que puissent être ces exhalaisons minérales, elles sont pourtant absolument nécessaires à la production des métaux; car les crévasses des rochers, où l'on ne les rencontre point, sont ordinairement stériles, comme sont celles, dont les directions approchent de la ligne horizontale, & qui percent facilement au jour; ce que les Mineurs Allemands expriment en disant: *die Klüffte gehen zu Tage aus*, dans lesquelles il n'y a pas le moindre vestige d'une production minérale, ou métallique.

La marque la plus sûre que les vapeurs exhalantes portent les molecules, ou atomes minérales suspenduës dans l'air, & qu'elles les appliquent partout aux parois des crévasses du roc, c'est sans doute cette incrustation successive, que nous voyons arriver dans toute la periphérie de ce creux du rocher, jusqu'à ce que toute sa capacité en soit remplie, & le filon solidement formé; ce qui est confirmé encore par les utensiles, ou instrumens, que les Mineurs oublient quelquefois dans les puits, ou galleries abandonnées, (*in verlassenen Schacht und Stollen,*) & qu'on retrouve ensuite tout couverts & incrustés de la mine plusieurs années après.

Pour éclaircir d'avantage ce que je viens d'avancer, il faut remarquer qu'on ne rencontre dans les filons que des métaux minéralisés, & qu'il est fort rare d'en trouver de tout purs, ce qui arrive pour-

pourtant quelquefois avec l'argent & le cuivre natifs, lesquels on rencontre de tems en tems, surtout dans les Mines de Saxe & de Norwege, en forme de fils entortillés, ou en paillettes très minces attachées aux pierres fort dures, comme le *Quartz crystallisé*, nommé *Drusen*, & certaines sortes de marbre, ou pierres à fusil, que nos Mineurs appellent *Hornstein.* La dépuration, ou l'affinage de ces métaux minéralisés, tels qu'on les tire ordinairement de la mine, nous montre à l'œil l'abondance de ces exhalaisons minérales si nuisibles dont j'ai parlé, & que le feu chasse dans cette dépuration sous la forme d'une fumée epaisse très incommode, laquelle se montre sous un double masque; une partie en se dépouillant nous offre le Soufre commun, l'autre, l'Arsenic, tous deux fideles compagnons de tous les métaux minéralisés & des demi-métaux, dont je vais tâcher de déveloper les parties essentielles si nécessaires à la génération des métaux.

J'ai décrit en détail jusqu'ici ces endroits souterrains où la Nature, quoiqu'envelopée des plus épaisses ténébres, acheve ses plus nobles & ses plus précieuses productions; j'ai fait voir que les métaux ne croissent pas dans l'intérieur de la terre par hazard & sans ordre, comme on s'imagine que le Sable ou les pierres se produisent. Au contraire, on en rencontre des marques éclatantes déjà au dessus de la terre; une chaîne de montagnes d'une direction requise, soutenuë de rochers d'une profondeur indéterminable, forme l'extérieur de cet attelier admirable, & fait voir, que ce n'est pas ici le hazard qui a creusé les rochers pour en faire la base & la voûte d'un filon, ou d'une veine métallique. Aussi n'ai-je pas oublié d'indiquer, que ce creux, ou cette fente du roc, qui fournit une veine métallique abondante, incline toujours, ou pousse sa direction vers la perpendiculaire de la terre, & que les Mineurs ayant découvert un filon, à mesure qu'ils y détachent la mine, & avancent par conséquent en profondeur, s'apperçoivent d'un suintement perpétuel, d'une humidité qui perce & coule d'en-haut, aussi bien que des vapeurs qui se soulevent d'en-bas, & qu'ils

 ren-

rencontrent une température d'air toujours plus chaude & plus mobile, lorsqu'ils avancent en profondeur ; ce qui cause quelquefois des exhalaisons si abondantes & si nuisibles à la respiration, que les Mineurs se trouvent forcés de se retirer au plus vite vers les Puits, ou vers la Gallerie, pour éviter la suffocation, que les parties sulfureuses & arsenicales, suspenduës dans cette humidité dissoute & poussée par la chaleur, leur causeroit à l'instant. A' l'occasion de cela, j'ai remarqué, que le Soufre & l'Arsenic se trouvoient généralement dans toutes les mines, & nous donnoient les métaux minéralisés. J'ai indiqué enfin les parties constituantes de ces deux corps en général ; il me reste à présent de les examiner en détail pour déveloper leur action & ce qu'ils peuvent contribuër à la génération des mines.

J'ai dit aussi, que les Philosophes Chymistes n'admettoient que le Soufre & le Mercure pour premiers principes des métaux, auxquels quelques uns des plus modernes ajoutoient encore le Sel comme un troisième principe ; mais on rencontre bien des difficultés à établir cette dualité, ou même cette trinité métallique. Car si on prend ces trois corps, tels qu'ils sont connus sous ces noms, on découvre aisement par l'examen chymique, qu'ils sont des composés, & qu'ils ne peuvent par conséquent passer pour principes, lesquels doivent être simples, homogenes, & inaltérables. D'ailleurs, on n'a jamais pu venir à bout de montrer séparément ces trois principes par l'analyse chymique, même la plus scrupuleuse, d'un corps métallique quelconque. La pluspart des Chymistes prétendus adeptes, ayant remarqué cette difficulté insurmontable, se sont contentés de nous persuader que tout corps métallique étoit au commencement un Vif-argent, coagulé dans la suite par son Soufre approprié ; & selon la qualité plus ou moins pure & du Vif-argent & du Soufre, & selon le degré de la décoction dans le sein de la terre, les métaux gagnoient les degrés de leur plus grande ou de leur moindre perfection, &c. Mais ces raisonnemens destitués d'expériences, sentent plutôt le Cabinet que le Laboratoire de ces prétendus Philosophes Chymistes.

Be-

Becher, que j'ai déjà cité, encouragé par les promesses de ces Chymistes Adeptes, tâchant aussi de produire & de perfectionner les métaux dessus la terre, à l'imitation de la Nature qui s'occupe à les former dans le sein de nôtre globe, s'apperçut bientôt par le fil des expériences sans nombre qu'il fit dans cette vuë, que les vrais principes des métaux n'étoient autre chose qu'une matiere terrestre, composée de trois differentes sortes de terres, extrèmement déliées & simples, qui restoient unies sous la forme métallique après la purification & le raffinement de toutes les mines, ou veines métalliques, & que la difdifference des métaux separés de la mine, consistoit principalement dans la differente proportion de ces trois terres, dans leur pureté, & dans le degré de leur digestion. J'ai déjà dit qu'il appelle *la premiere* de ces terres la *saline* ou la *vitrifiante*, *la seconde* la *terre grasse* ou *sulphureuse*, *la troisième* la *terre fluidifiante*, ou *mercurielle*. Et quoique la Chymie métallurgique refuse la séparation exacte de ces trois terres, ou principes constituants des métaux, ce grand Chymiste tâcha de les prouver par des raisonnemens, aussi bien que par des expériences incontestables exposées dans sa *Physica subterranea*. La terrestréité de la composition métallique se prouve, dit-il, par la calcination que la plûpart des métaux souffrent dans le feu, ou dans les acides dissolvans, après quoi ils deviennent tout à fait méconnoissables; car ils se montrent sous la forme d'une terre pesante, sablonneuse, discontinuée, qui refuse la fusion dans le feu, & par conséquent l'extension sous le marteau. La vitrification que ces Cendres, ou Chaux métalliques, souffrent dans un degré de feu proportionné à cette opération, a fortifié notre *Becher* dans son hypothesé de la présence de sa premiere terre vitrifiante, qu'il suppose être la base de tout corps métallique, & en quelque façon la matrice, & le reservoir, des deux autres terres. Il la découvre principalement dans cette pierre blanchâtre reluisante, sélénitique, fusible, qu'on rencontre autour des riches filons, tapissant quasi les crévasses du roc, ou du moins elle se trouve entremêlée dans ses couches: nos Mineurs la nomment *le Quartz*. Mais

ce n'eſt pas dans cette pierre ſeule, que cette terre vitrifiante réſide ; notre Auteur l'a trouvée dans toutes ſortes de terres alcalines, même dans celle qui fournit la baſe au ſel alcali des végétaux.

Le ſecond Principe métallique de *Becher* eſt la terre graſſe, onctueuſe, & ſulphureuſe, laquelle étant plus humide, à ce qu'il dit, que la précédente, elle en corrige la ſiccité, & fournit en général la teinture & la couleur aux métaux. On la rencontre dans pluſieurs corps & matériaux que la terre renferme ; lorſqu'elle s'unit avec l'acide univerſel, elle conſtituë le Soufre commun. On la trouve quelquefois, dit *Becher*, ſous le maſque d'une matiere viſcide, onctueuſe, attachée aux parois des crévaſſes du roc, & cela arrive lorſqu'elle ne rencontre point ſa matrice, ou la premiere terre ; nos Mineurs l'appellent alors, *die Berg-Guhr*, ou le ferment minéral. Il ajoute, que c'eſt par maniere d'évaporation, que cette matiere ſe détache & remplit quelquefois les filons d'une fumée epaiſſe, que les Mineurs nomment *die Schwaden*, d'où procede la ſource de la chaleur que nous ſentons partout dans les puits & filons profonds. Outre ces réceptacles de la ſeconde terre minérale, nôtre Auteur la trouve auſſi dans le Soufre minéral & dans le Salpétre ; il remarque encore une grande analogie entre ce ſecond principe métallique & les matieres graſſes, onctueuſes, & huileuſes, des animaux & des végétaux.

Le troiſième & dernier principe métallique de *Becher*, eſt la terre fluidifiante, ou mercurielle, la plus eſſentielle qui entre dans la compoſition des métaux, leur accordant la forme métallique : car, comme les deux premiere terres entrent également dans la compoſition des pierres précieuſes, cette derniere, ajoûtée pendant la formation des mines, les convertit en métaux. Nôtre Auteur lui attribuë en particulier la malléabilité, ou l'extenſion ſous le marteau, en quoi il paroit ſe tromper, en quelque façon, comme nous le verrons après. Il lui accorde encore un grand degré de volatilité & de pénétrabilité, à cauſe qu'elle transforme, dit-il, les deux premieres terres dans la nature

ture métallique. Cent livres de certaine matiere, que nôtre Auteur ne nomme pas, lui ont fourni ſeulement quelque peu d'onces de cette terre mercurielle. Le Vif-argent en contenoit quelque portion, le reſte de ce corps mobile eſt, ſelon lui, un métal rendu fluide par la pénétrabilité de cette terre. C'eſt pour cela qu'il tâche de nous perſuader, que ce principe exalté dans ſa plus grande pénétrabilité, n'étoit autre choſe que le fameux *Alcaheſt* de *Paracelſe* & de *Helmont*. On rencontre, ajoute-t-il encore, ce principe mercuriel maſqué ſous la forme d'une eau exhalante, ou d'une vapeur qui s'attache aux parois des filons, repréſentant alors des filamens fort deliés, comme l'effloreſcence du Salpêtre natif ſur le murailles, & reluiſans d'un éclat de Perles. Mais on n'a pas beſoin, avertit nôtre Auteur, de le chercher ſi loin, puiſque toute la vaſte etenduë de l'Ocean en eſt remplie; & c'eſt ce qui conſtituë la terre de laquelle le Sel marin prend ſon exiſtence.

Tel eſt à peu de choſe près le précis de la théorie de *Becher* ſur la génération des métaux, qu'il a tâché de prouver auſſi par l'expérience. Il en fournit pluſieurs eſſais dans ſes Ecrits; il y declare entr'autres choſes, qu'en mêlant les trois terres en queſtion, qu'il avoit tirées du Sel alcali, du Nitre, ou du Souffre & du Sel marin, & les ayant artiſtement traitées dans le feu, il en avoit tiré une véritable métalléïté, c'eſt à dire, un vray corps métallique. Il faut ſe ſouvenir à cette occaſion, que notre Auteur a avancé dans ſa théorie ſusdite, que la premiere terre métallique ſe trouvoit également dans le Sel alcali, la ſeconde dans le Souffre & dans le Nitre, & la troiſième dans le Sel marin. Il a trouvé auſſi, que l'acide ou l'huile de Vitriol contenoit la terre vitrifiante, l'eſprit de Nitre, la terre phlogiſtique ou ſulfureuſe, & l'eſprit de Sel la terre mercurielle. D'ailleurs ſa grande découverte de produire un véritable fer du limon ou de la terre graſſe jaunâtre, moyennant l'huile de lin, confirme pluſieurs autres de ſes expériences.

Il s'agit à cette heure d'examiner attentivement la théorie de *Becher*, pour voir si elle est suffisante & démonstrative par rapport à la production naturelle des métaux dans les mines. Pour être assuré de cecy, il ne faut pas se rebuter de descendre sous terre, d'examiner de près, jusqu'aux moindres circonstances, cet attelier sombre entre des rocs escarpés, où la Nature travaille la mine; assurés que cette mère bienfaisante ne nous refusera pas entièrement la contemplation de ses opérations mystèrieuses. La premere chose qui mérite nôtre attention en descendant par le puits est cette crévasse, ou fente dans le roc, par laquelle le filon s'étend, & dont j'ai déjà donné la description. Je suppose ici un filon parfait, qui remplit la crévasse du roc, laquelle pousse sa direction vers la perpendiculaire de la terre. On y remarque d'abord les envelopes du filon, que le toit & le pavé du Roc, (*das Tach oder das hangende und das Sohlband des Ganges,*) soutiennent. C'est dans un filon riche qu'on découvre à l'ordinaire une espece de pierre blanchâtre reluisante, fusible, appellée *le Quartz* par nos Mineurs, qui est soutenuë du côté du roc d'une espece de limon mollasse, que les Mineurs nomment *Besteig*, qui sert de matrice au *Quartz*, comme celui-ci fournit la matrice au filon. Le *Spath* qu'on y rencontre souvent, est plus pesant, & plus mou, mais plus difficile a fondre, & par consequent plus nuisible aux filons, que *le Quartz*, & son intérieur placé par couches ressemble presqu'au *Talc*. Ensuite on y remarque partour une humidité qui suinte par les pores du rocher, surtout entre le toit & le pavé, à droite & à gauche, où le rocher est entr'ouvert, & permet le voisinage à plusieurs autres sortes de terres sablonneuses, pierreuses, grasses, ou limonneuses, &c. fort nuisibles souvent à la formation des mines. A mesure que les Ouvriers exploitent, ou retirent la mine brisée du filon, & qu'ils avancent en profondeur, l'air qui les environne devient plus chaud, & un amas d'eau qu'ils rencontrent à certaine profondeur, & qu'ils tâchent alors d'élever par les pompes, & de faire écouler par les Galleries, (*Stollen,*) commence à évaporer par la chaleur, & fait sentir par l'odorat & par

la

la respiration plus ou moins embarrassée son origine sulfureuse & arsenicale ; surtout lorsque ces exhalaisons sont trop émuës par l'expansion élastique de l'air, & qu'elles ne trouvent pas une sortie suffisante par les puits, ou par la Gallerie trop éloignée quelquefois des endroits où l'on travaille. Les Mineurs qui les évitent soigneusement, les nomment (*die böse Wetter*) les tempêtes. Aussi est-il à remarquer icy, que les eaux qu'on rencontre dans les filons, ont une double origine ; une partie leur vient de dehors, & une autre partie qui est la plus abondante paroit remonter des entrailles de la terre. Nous verrons cy-après de quelle maniere ces eaux donnent l'existence à cette évaporation sulfureuse & arsenicale, laquelle, quoique dangereuse aux Mineurs, est absolument nécessaire à la formation des mines. Je n'ose pas toucher icy les differences accidentelles que les filons nous offrent ; comment, par exemple, il peut arriver que les filons se trouvent entrecoupés, quelquefois à certaines distances, qu'ils se croisent ou traversent, qu'ils se perdent souvent, & qu'ils se réünissent ensuite de nouveau ; quelle est l'origine de ces petits trous, ou fentes dans les rochers, remplis de la mine, quoique detachés des filons, que nos Mineurs appellent *Nester*, *Schmeer-Klüffte*, &c. Tout cela me meneroit trop loin ; aussi n'ai-je pas d'autre but à présent, que de montrer la production des métaux dans un filon parfait, qui ne souffre pas ces défauts accidentels.

La chose la plus intéressante qui nous reste à bien examiner dans la suite de cette recherche, c'est le filon même que les Mineurs exploitent, & la mine qu'ils arrachent par le moyen de differens outils, pour être tirée hors des puits. On sçait qu'on ne rencontre pas icy des métaux tout purs, & tels que l'ouvrier les demande pour faire les differens ouvrages que la nécessité oeconomique, ou le luxe, requierent. On n'ignore pas non plus qu'il faut bien du travail encore pour les purifier, & pour les faire passer pour des métaux parfaits. C'est pour cette raison, que dans l'état où l'on les détache du filon, on les nomme *Mines*, c'est à di-

à dire, métaux minéralisés. Ainsi les differens filons nous fournissent des mines de fer, des mines de cuivre, des mines d'étain, de plomb, d'argent; & il arrive fort souvent, que deux ou trois métaux sont contenus dans la même mine, par exemple, le plomb, le cuivre & l'argent. J'en ai dans ma collection, où il y a de l'or, de l'argent, du fer, & du vif argent, étroitement unis dans la même masse minérale. Il y en a aussi, où les métaux sont mêlés avec les demi-métaux, par exemple, avec l'Antimoine, avec le Bismuth, ou avec le Zinc, &c. Mais comme ces mêlanges se rencontrent dans une même espece métallique, cela ne paroit pas si extraordinaire, que quand on voit une liaison étroite des métaux avec des corps heterogenes & étrangers, qui paroissent trop éloignés de la Nature métallique, comme avec le roc sauvage, ou avec tant de differentes sortes de pierres, de gravier, de sable, ou avec les terres grasses, comme l'argile, le limon, &c. ou même avec les charbons fossiles, dont il y en a dans ma collection qui montrent l'argent natif. Cependant tous ces corps ne doivent pas être regardés tout à fait comme étrangers ici, & comme des impuretés qui empêchent la génération des métaux; nous verrons au contraire dans la suite qu'ils sont pour la plûpart même nécessaires pour cette fin, & que la Nature s'en sert, comme de matrices, au défaut d'autres plus habiles à cette production minérale; ce que *Mr. Lehmann*, cet habile & savant Métallurgiste, a si bien montré dans son Traité Allemand, *des matrices métalliques*. Il n'y a pourtant que quelques uns de ces corps seulement, qui entrent comme parties essentielles dans les métaux; les autres s'y trouvent par hazard, & les molecules métalliques s'y attachent dans l'acte de leur génération.

Mais outre ces corps, en quelque maniere étrangers, dont je viens de parler, & que l'on trouve mêlés par-ci par-là avec les mines métalliques, il y en a encore deux qu'on y rencontre toujours, & qui méritent pour cela toute nôtre attention. Ce sont le Soufre & l'Arsenic; & on peut dire hardiment, qu'on ne trouve jamais un minéral

sous

ſous terre, quel qu'il puiſſe être, qui ne montre dans l'eſſai métallurgique, ou chymique, l'alliage du Soufre ou de l'Arſenic, & le plus ſouvent de tous les deux à la fois. On les chaſſe ordinairement par le rôtiſſage, parce qu'ils empêchent la fuſion des métaux & leur purification ultérieure. Mais, quoique les Mineurs regardent le Soufre & l'Arſenic comme leurs ennemis redoutables, les Phyſiciens au contraire les doivent regarder ſous un autre point de vuë; ils doivent ſoupçonner, par cet attachement indiſpenſable du Soufre & de l'Arſenic aux mines métalliques, qu'ils ont quelque choſe d'eſſentiel & néceſſaire à leur génération; d'autant plus que la Nature, choiſiſſant toujours le chemin de l'épargne, ne reçoit point de ſuperflu dans ſes productions. Cette circonſtance bien péſée, nous doit mener à la conſidération ultérieure de ces deux corps. On ſçait par les Expériences chymiques, & perſonne n'en doute plus, que le ſouffre minéral eſt un compoſé de l'acide vitriolique & d'une matiere inflammable quelconque; & cet acide tire ſon origine probablement de cet acide univerſel que nous rencontrons dans l'air de notre Atmosphere. La preuve en eſt, le changement du Sel alcali des végétaux en Sel moyen par l'attouchement ſimple de l'air pendant quelque tems, qui fait le même effet que ſi on avoit employé l'acide vitriolique à la production dudit Sel. J'ai recherché plus loin encore l'origine de cet acide univerſel; j'en ai trouvé des veſtiges dans l'eau ſimple élémentaire la plus pure qu'on puiſſe préparer, par la diſtillation d'un alembic de verre au bain-Marie de l'eau de fontaine; laquelle j'ai verſé auſſi-tôt dans une phiole de verre, ſcellée comme il faut, & même hermétiquement; je l'ai expoſée enſuite au Soleil pendant l'été, j'ai remarqué qu'elle ſe troubloit ſucceſſivement, & montroit à la ſurface intérieure de la phiole & dans ſon fonds une moiſiſſure mince, verdâtre, laquelle ſéparée ſoigneuſement du reſte de l'eau, & diſtillée par une cornuë de verre, dévelopoit les marques de l'acide univerſel en queſtion, & auſſi en même tems les veſtiges d'une matiere inflammable ſous la forme d'une huile rougeâtre. Mais, comme il ne pouvoit rien entrer, ni ſe mêler

avec l'eau si étroitement enfermée dans la phiole, que les rayons du Soleil qui la traverserent pendant son exposition auxdits rayons, je ne me tromperai pas beaucoup, si j'en tire cette conséquence; que le Soleil est le principal moteur de ce changement dans l'eau, & qu'il pourra pareillement opérer la même chose dans cette eau dissoute, étenduë, & suspenduë en nuages dans notre vaste Atmosphere, pour la génération de l'acide dont il s'agit ici. Je n'ose pousser plus loin mes recherches sur la nature de cette production cachée, sachant que les rayons lumineux solaires, en traversant nos Alembics & vaisseaux de verre, n'attendent, ni ne permettent pas une analyse chymique. Cependant je ne dois pas omettre ici une Expérience, qui me paroit confirmer davantage, que cet acide universel de notre Atmosphere ne differe en rien de l'acide minéral, communément appellé vitriolique, puisque par le moyen du premier on peut produire un véritable Soufre minéral, sans aucun corps, ou ingrédient d'origine minérale, ou fossile. On prend pour cet effet ce Sel moyen que l'attouchement de l'air a produit dans un alcali pur, tiré des cendres végétales, après l'avoir séparé du reste de l'alcali, & purifié par la crystallisation; on le met en poudre très fine, & on y ajoute une quinzième partie, ou environ, de poudre de charbons de bois. Après un mélange exact, on fait passer cette composition par reprise dans un creuset rougi au feu, & lorsque tout est fondu dans le degré de feu qu'il faut, on en obtient une masse saline, d'un rouge foncé, laquelle étant pulvérisée pendant qu'elle est encore chaude, on la dissout dans une quantité suffisante d'eau commune; & lorsqu'on verse dans cette solution un peu de vinaigre par reprise, on précipite au fond du vaisseau qui la contient, une poudre blanchâtre, laquelle étant séparée & séchée, nous montre un veritable Soufre, analogue & semblable à celui qu'on tire des mines. Dans cette production, l'acide universel qui avoit converti auparavant l'alcali en sel moyen, quitte dans cette nouvelle opération son sel dans le feu, s'attache à la matiere phlogistique du charbon, & s'unit avec elle sous la forme d'un véritable Soufre minéral;

néral; tout comme nous voyons, que l'acide du Vitriol s'unit avec les matieres grasses & inflammables pour la production d'un Soufre minéral ordinaire. Outre l'origine du Soufre minéral, cette digression nous apprend la source de cet acide universel, & de la matiere inflammable en général, leur liaison avec l'eau, comme le vehicule qui les fait entrer dans les végétaux, & de ceux-ci dans les animaux, comme aussi un retour par la corruption & par la combustion de ces matieres, dans l'Atmosphere; & de là son cercle réïtéré dans les trois régnes de la Nature. Nous verrons bientôt ce que ces matieres, séparées, ou combinées sous le nom de Soufre minéral, peuvent contribuer à la formation des Mines.

L'Arsenic, ce poison indomtable de tous ceux qui respirent, & qui à cause de cela semble être uniquement produit pour le régne minéral, est associé au Soufre dans ce travail. Son analyse est incomparablement plus difficile à trouver que celle du Soufre. Les Métallurgistes sont obligés, quoique malgré eux, d'apprendre à le connoitre, lorsqu'ils le chassent par le rôtissage, ou par la fonte des mines; & la plûpart des Chymistes craignent d'en approcher seulement de loin dans le feu, à cause des ses exhalaisons vénimeuses qui ne permettent guères des antidotes. Mais tout dangereux que puisse être cet ennemi redoutable, les anciens Philosophes Chymistes ont soupçonné une perfection puissante dans le centre de son corps; c'est pourquoi ils lui ont imposé son nom, qui vient de *ἀρσην* & *νίκη*, comme si on disoit *Victoire mâle*, ou *victorieux mâle*; & je suis bien persuadé par l'Expérience qu'il ne dément point ce titre. Je ne prétends point toucher ici les Expériences que quelques Chymistes, tant anciens que modernes, ont quelquefois entreprises pour approfondir sa composition, lorsqu'il est chassé des mines par le feu, ou même lorsqu'on le trouve encore dans sa mine, principalement dans la *Pyrite* arsenicale blanche, nommée *Weisserkies*, ou *Mispickel*, où il est mêlé avec un peu de terre martiale, ou dans *l'orpiment* où il est associé à un peu de Soufre. Je dirai

seulement que les Expériences que j'ai entreprises sur l'Arsenic, sont uniquement faites dans le dessein de découvrir un peu mieux ce qu'il pourroit contribuër à la génération des métaux. Aussi étois-je frappé d'abord en réflêchissant d'un côté, que ce corps, par rapport à son poids spécifique, approchoit déjà de la nature métallique, vû qu'un peu de terre martiale, ou d'une terre alcaline mêlée d'un phlogistique, en produisent dans le feu un régule, ou un demi-métal. D'un autre côté, la solubilité de l'Arsenic dans l'eau me fit comprendre qu'il étoit un corps moyen, qui participoit de la nature métallique & de la saline en même tems. Pourcet effet, j'ai dissous une livre d'Arsenic crystallin dans 15 ou 16 livres d'eau distillée, en les faisant bouïllir ensemble dans un pot de terre; il en restoit environ la quatorzième partie qui étoit terrestre, phlogistique, indissoluble; & qui poussée par le feu montroit dans le col de la cornuë une poussiere noirâtre sans liaison, comme la suye de cheminée. La solution filtrée chaudement, à mesure qu'elle se réfroidit, détacha à la surface intérieure du vaisseau de tous côtés de beaux crystaux transparens un peu jaunâtres, quadrangulaires, à peu près comme ceux du Sel marin. Par l'évaporation successive du reste de la solution arsenicale, je gagnay aussi le reste des crystaux; ils montrerent un phenomene assez particulier, car en les détachant du vaisseau avec un couteau, ils jetterent nombre d'étincelles, même dans une obscurité fort médiocre, & prouverent par là une phosphorescence très curieuse, qui marque la présence du principe phlogistique dans le composé de l'Arsenic. La purification susdite de ce minéral, & sa crystallisation, me mena encore à la recherche de quelques autres expériences assez intéressantes; par exemple, j'ai mis une partie de ces crystaux, séchés dans une petite cornuë de verre, laquelle étant placée dans un fourneau de sable, je poussai le feu par degré jusqu'à ce que le fonds de la cornuë étoit tout rouge; l'opération finie, je trouvai la plus grande partie de l'Arsenic montée dans le col de ce vaisseau, fort unie & transparente, tirant sur le jaune rougeâtre, mais au dessous il restoit une matiere vitrifiée, sous la forme d'une lame

blan-

blanche, reluisante & mince, d'un très beau verre transparent, qui ne souffre aucune altération par l'attouchement de l'air dans la suite. Pour peu qu'on fasse réfléxion sur ce phénomene, on est convaincu de la présence de la premiere terre vitrifiante métallique dans l'Arsenic. Une autre portion de cette crystallisation arsenicale, fut mêlée avec la moitié de Vif-argent par une trituration convenable ; la sublimation du mêlange étant faite dans une cornuë de verre, comme auparavant, je trouvai que la plus grande partie du Mercure étoit montée & ünie avec l'Arsenic, je mêlai derechef ce sublimé avec le reste du Vif-argent, qui s'étoit retiré dans l'extrémité supérieure du col de la cornuë, & dans le récipient; & la sublimation répétée de cette façon, me fournit un véritable sublimé corrosif, comme celui qu'on prépare avec l'acide du sel marin, excepté que sa couleur tire sur le jaune rougeâtre, causée apparemment par la portion phlogistique de l'arsenic *prouvée par les Expériences précédentes. Un peu de réfléxion* sur cette derniere Expérience nous convaincra que la propriété saline de ce minéral approche de celle du sel marin, puisque l'acide de ce sel est le seul qui éleve le Vif-argent dans la sublimation, & s'unit avec lui dans un sublimé corrosif. Les autres acides, comme celui du Vitriol, ou du Soufre, & celui du Nitre, n'en font qu'un précipité, qui s'arrête au fond du vaisseau, même dans un grand feu, & lorsque l'extrême degré de cet élément destructeur le force trop, il quitte ses liens acides, & s'élance seul avec bruit dans l'Atmosphere.

Pour ramener à mon but tous ces raisonnemens fondés sur l'expérience, il faut que je montre maintenant l'ordre & la précision dont la Nature se sert pour perfectionner les mines métalliques. J'ai déjà dit que tous les métaux, à l'exception de quelque peu d'argent & de cuivre natifs, que nous tirons des filons, sont minéralisés, ou qu'ils sont des mines, desquelles nous séparons les métaux par cet artifice que nous apprend la Chymie métallurgique. Le rôtissage & la fonte sont les principaux agens de cette séparation; la premiere sépare le Sou-

fre & l'Arſenic, la ſeconde rejette la matiere terreſtre ſurabondante ſous la forme de craſſe, ou *Scorie* vitrifiée ; de ſorte que l'art nous montre en raccourci, dans cette ſéparation, les trois matieres principales qui ſervent de matrices & d'ingrédiens à former & à nourrir l'embryon métallique. Il faut voir à cette heure dans quel ordre la Nature avance cette formation & cet accroiſſement. Nous ſavons par l'expérience, que les métaux perdent leur forme métallique dans certain degré de feu proportionné à chaque métal ; il ſe fait alors une ſéparation, avec perte de quelques parties eſſentielles & néceſſaires à la ſubſtance métallique, ſavoir la fuſion & l'extenſion ſous le marteau ; car il ne reſte qu'une matiere terreſtre peſante, diſcontinuë, ou une pouſſiere ſans liaiſon, connuë ſous le nom de chaux métallique. Cette deſtruction de la forme métallique qui arrive aux quatre métaux imparfaits, nous apprend que la baſe des métaux eſt une matiere terreſtre, ou une terre. Mais comme il y a differentes ſortes de terres, ſelon le different changement qu'elles montrent dans l'analyſe du feu, comme les terres calcaires, gypſeuſes, vitrifiantes, &c. la chaux métallique, qui dans certain degré de feu ſe vitrifie, nous apprend, que la terre métallique eſt du nombre des terres vitrifiantes. Etant donc convaincu qu'une terre vitrifiante conſtituë la baſe des corps métalliques, l'ordre de ma démonſtration demanderoit, je l'avouë, de remonter juſqu'à l'origine de l'exiſtence des terres & des pierres en général ; mais comme cette recherche me meneroit trop loin, & bien au delà des bornes d'une Diſſertation, & que d'ailleurs tant d'habiles Phyſiciens nous en ont fourni leurs expériences démonſtratives, je me contenterai d'ajouter ſeulement, que la terre vitrifiante métallique tire vraiſemblablement ſon origine de la même façon que les autres terres & ſubſtances pierreuſes en général ; mais comme cette opération de la Nature demande à l'ordinaire bien des années, & qu'il manque aux Phyſiciens Chymiſtes le tems & la patience d'étendre, à l'imitation de la Nature, leurs opérations ſi loin, la démonſtration par conſéquent de la production des terres & des pierres artificielles eſt très rare, témoin

Glau-

Glauber & *Henckel*, qui ont produit de beaux cryſtaux avec des cailloux & de l'urine, après bien du tems & de la patience. Nonobſtant cela, il me ſemble qu'il n'y a que deux voyes par leſquelles cette production ſe puiſſe faire, ou par la converſion de certaines molecules d'eau en matieres terreſtres, ce que j'ai montré dans un Mémoire précédent (*), & qui arrive auſſi à l'eau la plus pure, lorſqu'elle dépoſe après quelque tems une matiere bourbeuſe, ou un limon; ou bien par la voye de ſolution, moyennant une petite quantité imperceptible d'un diſſolvant acide, communiqué à l'eau par l'Atmoſphere, ou par les ſources de la Mer, & qui ſe trainant enſuite avec ſon vehicule par differentes couches de la terre, en diſſout quelques molecules, leſquelles ſont abandonnées bientôt, lorſque ce diſſolvant ſe trouve émouſſé; elles ſe retirent alors au fond de l'eau, ou s'attachent aux corps voiſins, ſur leſquels elles coulent, & y conſtituënt un limon, principe de la plûpart des pierres & des pétrifications. Et qui eſt-ce qui empêche que ces voyes ne puiſſent avoir toutes deux lieu dans cette production de la terre ? Au reſte je ſuis ſûr que cette terre vitrifiante métallique eſt la plus pure, la plus ſimple, & la plus homogene parmi les autres eſpeces, puiſque non ſeulement la Nature s'en ſert à la production métallique ſi noble ; mais elle l'employe auſſi à la génération des pierres précieuſes, comme nous verrons ci-après. La raiſon pourquoi je lui attribuë cette prérogative préférablement aux autres terres, c'eſt que la ſimplicité & la petiteſſe inconcevable de ſes molecules purifiées & préparées aux plus haut degré, devient propre à être portée par les exhalaiſons minérales, dans l'air avec les deux autres principes, ou terres métalliques ; circonſtance très néceſſaire à l'acte de la génération des mines : ce que j'expoſerai bientot.

Nous voyons par ce que je viens d'avancer, que les métaux & les pierres précieuſes tirent leur exiſtence d'un même principe, qui eſt cette premiere terre, ou terre vitrifiante de *Becher*. Mais comme

(*) Voyez le Tome VI. des *Mémoires de l'Académie*, pag. 65 & ſuiv.

me les métaux se distinguent des pierres en général par deux autres propriétés remarquables, il faut que les premiers reçoivent encore quelques autres principes dans leur composition, qui fournissent ces propriétés, qui sont l'extension sous le marteau, & le poids spécifique qui surpasse celui des pierres du double, du triple, & même davantage. La premiere de ces propriétés leur vient d'une terre, ou matiere onctueuse, sulphureuse, minérale, pendant leur formation; ou bien d'une matiere onctueuse séche, qui reste en partie sous la forme de charbon, ou de suye, après la déflagration des choses résineuses, huileuses, & grasses, des végétaux & des animaux, dans la réduction des chaux, ou verres métalliques. On connoit cette propriété sous le nom de la seconde terre, ou du principe inflammable & phlogistique, mais qui s'échape dans l'air & abandonne le corps métallique, lorsqu'on entretient trop longtems un degré de feu disproportioné à sa perfection : ce qui s'entend des quatre métaux imparfaits, car les parfaits, comme l'or & l'argent, par l'union complete de leur trois principes dans le degré le plus parfait, maintiennent ce principe phlogistique dans le plus grand feu, sous le nom de Soufre fixe métallique, pour le distinguer du premier, qui est ce souffre combustible que le feu chasse des quatre métaux imparfaits, & qui les abandonne sous la forme d'une terre ou poussiere pesante, méconnoissable pour ce qu'elle a été, quoique ce défaut se redresse aussi-tôt qu'on rend ce principe inflammable à cette chaux métallique dans le feu, où il rentre de nouveau dans ses pores, restituë la forme métallique, avec l'éclat, la fusion, & la malleabilité; chose d'autant plus frappante, qu'il est indifferent de quel régne de la Nature nous prenions ce principe inflammable pour ressusciter la cendre métallique. Ce principe donc montre l'harmonie de trois, régnes de la Nature, ce qui est aisé à comprendre pour peu qu'on fasse réfléxion sur son origine, qui se dévelope des Météores de nôtre Atmosphere sous la direction formatrice du Soleil, (ce que j'ai montré auparavant,) & qui se communique ensuite à nôtre Globe, pour entrer comme principes essentiels, quoique diverse-

ment

ment modifiés, dans tous les corps au dessus & au dessous de la terre. Ces mêmes réfléxions nous apprennent aussi, que ce principe inflammable est le lien & la colle universelle, qui nous représentent tous les corps en général, tels qu'ils sont; & dès que cette disposition à l'inflammabilité est mise en action, par le mouvement qu'il faut, l'ignition & le feu actuel existe alors, qui dissout cette colle, ou ce lien des corps, & dissipe ce principe inflammable dans l'air vers son origine, d'où il peut retourner & rentrer dans d'autres compositions corporelles. De sorte que tous les corps, auxquels cette action arrive, soit végétaux, animaux, minéraux, ou fossiles, jusques aux pierres les plus compactes, tombent également en poussiere, & en cendres, & ne montrent presqu'aucun vestige de ce qu'ils ont eté. *Becher* a eté le premier, qui a dévelopé & rangé ce principe, comme composant les métaux sous le nom de seconde terre ; mais il s'en faut beaucoup qu'il ait connu toute son etenduë, ce que feu M. *Stahl* a mieux exécuté par nombre d'Expériences dans plusieurs de ses Ecrits. Ce même principe phlogistique nous confirme encore l'arrangement inaltérable des molecules métalliques dans le feu, puisque les métaux sont les seuls, qui réduits en cendres, permettent à l'art une restitution entiere, ou une résurrection sous la même forme métallique qu'ils avoient avant la combustion, au lieu que tous les autres corps brûlés & calcinés sont détruits sans retour, & éloignés à jamais de toute restitution artificielle.

La seconde de ces propriétés métalliques, qui est la plus essentielle, est ce principe déterminatif, & la seule cause efficiente, qui transforme les deux autres principes dans la nature d'un métal. Cette propriété existe par le troisième principe de *Becher*, qui est sa terre *fluidifiante*, ou mercurielle ; elle tire son origine, selon lui, de la terre du Sel commun, ou marin ; il ajoute, que le sel marin est un mêlange de l'eau, de la terre mercurielle, & de l'arsenicale ; le Vif-argent, dit-il, est un métal rendu fluide par cette terre saline fluidifiante, ou plûtot un arsenic fluide ; & l'Arsenic est composé d'une terre sulfureu-

se que l'on trouve dans le sel commun, mêlée avec quelque portion métallique, &c. Il seroit à souhaiter, que ces raisonnemens, tirés d'une spéculation assez fatiguante, fussent prouvés par des Expériences solides & convaincantes. J'avouë qu'il est très difficile de déterminer au plus juste l'origine du principe mercuriel : on ne peut pas nier sa présence dans les métaux, d'autant plus qu'il spécifie leur existence, & leur accorde le poids spécifique, par lequel ils se distinguent si considérablement de tous les fossiles qui ne sont pas métaux.

Nous voyons encore, que cette terre se joint inséparablement à la premiere terre vitrifiante, de sorte que le feu le plus violent n'est guères capables de les séparer l'un de l'autre. C'est pour cela que leur union inséparable, même jusqu'à la vitrification, garde toujours cette disposition de reçevoir de nouveau le principe inflammable, que la force du feu avoit chassé dans la calcination; ce que ce principe ne peut pas effectuer dans les autres fossiles calcinés, faute du principe mercuriel qui leur manque. Et cette union si étroite entre la terre vitrifiante & mercurielle, empêche aussi l'analyse exacte de cette derniere, quoique la combinaison intime de l'acide concentré du Sel commun avec les fleurs d'Antimoine, ou du Zinc, me l'ayent montré separé & presqu'à découvert. D'ailleurs j'espère pouvoir éclaircir davantage ces difficultés par les Expériences ci-dessus alleguées, & par les phénomenes qui se montrent dans les crévasses, lorsque les filons continuent encore à se former. Cette considération mérite, je crois, l'attention la plus exacte, & la spéculation la plus profonde de tous les Physiciens qui s'occupent à pénétrer la formation des corps.

Nous avons considéré plus haut l'endroit ou la Nature travaille les mines métalliques, savoir ces crévasses de Rochers, entre lesquelles les filons se forment ; j'ai remarqué alors, que la direction de ces crévasses, quand elles sont fertiles, approche toujours la perpendiculaire de la terre. Il faut ajouter ici, qu'on ne sçauroit déterminer leur origine dans la profondeur de notre Globe ; on en a en Allemagne,

ne, où on descend déjà au delà de 600 *Lachter*, ou perches. Plus on approche de l'origine de ces crévasses, plus elles s'élargissent, à l'imitation du tronc d'un gros arbre, qui dévelope nombre de branches de tout côté; ainsi ces crévasses, à mesure qu'elles s'étendent vers la surface de la terre, diminuënt en diametre, de sorte qu'on découvre quelquefois leur creux si mince entre le roc, qu'on les négligeroit absolument, si elles n'étoient pas farcies de la mine. La sagesse inconcevable du Tout-Puissant a sans doute ordonné cela dés la formation de notre Globe, vû que le genre humain, dans sa multiplication successive, ne sçauroit subsister sans l'usage même du plus vil des métaux, du fer; c'est pour cela que je ne peux pas m'imaginer qu'il faille que nous ayons recours ici au Déluge, dont le prétendu fracas & renversement des rochers ait laissé par hazard ces creux dans les rocs sauvages, comme quelques uns le soutiennent. Il s'agit donc de prouver, que sans ces crévasses des rochers la génération des métaux auroit été très difficile, pour ne pas dire impossible. Je ne suis pas pour cela étonné que l'Ecriture, lorsqu'elle détaille la production de toutes choses, ne parle point de la création des métaux, qui ne pouvoient pas encore exister, quoiqu'on ne puisse pas douter que la divine sagesse, n'eut accordé & placé même la disposition & le germe métallique dès la création, aux eaux élémentaires, & surtout à celles de l'abyme; qui par la chaleur qui cause un mouvement intestin fermentatif, étoient ensuite capables de pousser ces exhalaisons vaporeuses tout le long des crévasses pour commencer la production minérale, que nous montrerons à cette heure avec toutes ses circonstances.

La production des filons par cette évaporation dont je parle, est prouvée sans contredit par l'attachement successif de la mine, surtout de celle qu'on nomme la pyriteuse, *der Kies*, sur le Quartz crystallisé, *Drusen*, qui tapisse souvent le toit du filon, *das hangende des Ganges*. Ces crystaux suspendus librement, ne touchent aucun corps voisin, & leur extrème solidité ne permet pas qu'il s'échape quelque chose au

 travers

travers de leurs pores. De plus, l'incruſtation de la mine ſe fait ſeulement ſur les facettes de ces cryſtaux du côté où le filon deſcend, *wo der Gang in die Teuffe ſezt*, & où les vapeurs minérales s'élevent, pendant que les autres facettes à l'oppoſite, ne ſouffrent point ladite incruſtation. Auſſi arrive-t-il pareille choſe au *Stalactite*, où on a vû attachée quelquefois la mine reluiſante de plomb, *Bley-Glantz*. D'ailleurs les morceaux d'un roc ſauvage détachés par hazard, & même quelques inſtrumens des Mineurs, perdus dans les filons abandonnés, & qu'on a retrouvés après, incruſtés de la mine, prouvent aſſez ce que je viens d'avancer. La matiere, ou les molecules qui ſe trouvent envelopées dans ces vapeurs, qui opére l'incruſtation en queſtion, ne ſont autre choſe que la mine métallique elle-même renduë corporelle ſucceſſivement. Le rôtiſſage & la fuſion nous montrent le métal qu'elle contient, comme auſſi la portion du Soufre & de l'Arſenic, dont les métaux ſont toujours environnés, excepté le peu d'argent & de cuivre natifs qu'on rencontre quelquefois dans de petits creux des filons détachés. Comme ces deux corps, le Soufre & l'Arſenic, ſont des compagnons perpétuels de tout métal minéraliſé, & que tous deux, ſurtout l'Arſenic, tiennent déjà de la nature métallique, & qu'il ne leur manque qu'une fixation ultérieure, on ne ſe trompera guères de ſoutenir, qu'ils fourniſſent les principaux matériaux à la formation des métaux. Examinons à cette heure, ſi les véritables principes métalliques ſe trouvent dans ces deux corps. J'ai prouvé déjà auparavant par des Expériences inconteſtables, que le Soufre minéral tire ſon origine de l'acide univerſel & d'une matiere graſſe onctueuſe, d'un régne quelconque de la Nature. Les Chymiſtes connoiſſent cet acide ſous le nom de l'acide vitriolique, à cauſe que le Vitriol leur en fournit le plus pour leur uſage. Cet acide a la propriété d'attirer & de s'unir avec les matieres inflammables, qui fourniſſent la ſeconde terre métallique. L'Arſenic tire ſon origine de l'acide du Sel marin, ce qui ſe prouve par le vif-argent, lequel j'ai converti dans le feu en ſublimé corroſif, propriété que le Sel marin poſſede tout ſeul à l'excluſion

clusion de tout autre acide, quel qu'il soit. Cet acide agissant dans les matieres terrestres alcalines convenables, constitue le principe métallique le plus essentiel, ou la terre mercurielle; & comme l'acide universel, ou vitriolique, tire principalement son existence de l'air, ou de l'Atmosphère au dessus de la terre, dans laquelle il s'enfonce par les Metéores, celui-ci prend sa source & s'éleve des entrailles de nôtre Globe pour s'aller joindre avec le premier. La nature & les propriétés de l'acide du Sel marin prouvent assez qu'il tire sa source de l'Océan, & sans avoir besoin de s'imaginer pour cela le centre en forme de voûte de *Becher* au milieu de nôtre globe, les creux des rochers à profondeur indéterminable peuvent fort aisément, à l'exemple des Salines, y avoir communication. Supposons donc, ce qui ne peut pas manquer d'arriver, que dans cet amas d'eau, qui s'arrête au bout des crévasses entre le roc, l'acide vitriolique se joigne peu à peu à l'autre acide du Sel marin, contenu déjà dans cette eau, elle deviendra avec le tems plus bourbeuse, les acides imprégnés des matieres grasses, onctueuses, & bitumineuses, qu'elles ont reçû en chemin faisant, l'un de l'Atmosphere & de la couche fertile de la terre, l'autre du fonds de la Mer, ne manqueront pas d'exciter successivement un mouvement intestin dans ce mêlange bourbeux ou chaotique; & supposons que la chaleur que nous rencontrons dans les filons, soit un effet de ce mouvement, ou qu'elle soit communiquée du centre de la terre, comme quelques Philosophes le prétendent, cette chaleur aidera toujours & procurera la continuation de ce mouvement intrinséque de differentes matieres comprises dans ce fluïde bourbeux, dont l'effet sera, (à l'imitation des matieres fermantantes des végétaux,) un broyement, une subtilisation, & une exaltation de ces molecules infiniment divisées & réünies de nouveau sous d'autres formes, mais differentes de celles qu'elles étoient auparavant; leur extrème petitesse, jointe à ce mouvement que la chaleur dans ces lieux entretient, leur procure la legereté & l'adresse de s'élever en vapeurs, & d'être poussées le long des crévasses du roc, où ces exhalaisons s'épaississent successivement, & se condensent,

denſent, y ayant rencontré une matiere terreſtre, mollaſſe, blanchâtre, quartzeuſe, ſéparée au commencement d'un limon appellé ici *Beſtieg;* elle enduit & tapiſſe enſuite les crévaſſes, & ſert, en quelque façon, de matrice à ces exhalaiſons minérales, auxquelles elle ſe mêle quelquefois auſſi, & leur fournit la baſe, ou la terre vitrifiante, pour achever le germe, ou l'embryon métallique. Ainſi ces exhalaiſons, qui renferment les vrais principes métalliques, ſelon la théorie que je viens d'expoſer, ayant continué par de longues ſuites d'années de s'attacher aux toits & aux pavés des crévaſſes, forment ſucceſſivement les filons, & rempliſſent tout le creux du rocher. Voilà la ſource la plus ordinaire des mines, & le chemin le plus naturel pour cette production. Mais il arrive auſſi, que ces vapeurs, ou exhalaiſons minérales, rencontrent au lieu de la terre mollaſſe quartzeuſe, un roc ſauvage, des pierres extremement dures, comme le marbre, la pierre à fuſil, (*Hornſtein,*) le *Spath*, &c. dont les ſurfaces refuſent l'entrée & l'attachement à ces molecules en forme de vapeurs; elles rebondiſſent, & étant ainſi détournées par des corps étrangers à la nature métallique, elles s'enfoncent dans quelques eaux qu'elles rencontrent à l'ordinaire, ou amaſſées dans les creux du roc ſauvage même, où à côté, proche des ouvertures latérales des crévaſſes. Ces ſortes d'eaux, imprégnées de cette façon, deviennent bourbeuſes, s'épaisſiſſent avec le tems, ſe desſéchent à la fin par couches, & ſe préſentent alors, lorsqu'on les découvre, ſous la forme d'Ardoiſe, ſurchargée d'une riche mine de cuivre, mêlée d'argent, comme celle qu'on tire de nos mines de *Mansfeld*, d'*Ilmenau*, &c. où les empraintes des feuillages, des herbes, des poiſſons, &c. dans l'Ardoiſe prouvent ſon origine fluide & limoneuſe.

Pourſuivons maintenant ces deux fideles compagnons des métaux dans leurs mines, le Soufre & l'Arſenic. Nous avons trouvé leur ſource dans l'acide univerſel, nommé ici vitriolique, & dans celui du Sel marin; nous avons vû leur union en forme de vapeurs, cauſées par un mouvement fermentatif, lorsqu'ils étoient encore enfoncés

foncés dans l'eau ; nous avons confidéré la propriété inflammable dans l'un, & la mercurielle dans l'autre ; nous nous fommes apperçus, de quelle maniere ils fe joignent avec la terre vitrifiante ; il nous refte enfin de découvrir le progrès fucceffif qui les détermine à la nature métallique. La mine la plus fimple, où nous trouvons le Soufre & l'Arfenic quafi à decouvert, eft fans contredit *la Pyrite*, (*der Kies.*) Il n'y a guères de filons, où il ne fe faffe remarquer ; il y a le jaune & le blanc, qui fe diftinguent le plus, & qui méritent entre autres notre attention. Le jaune ne montre autre chofe, quand on l'examine par le feu, que le Soufre commun, & une terre martiale ; de là vient que, quand la matiere inflammable du Soufre quitte fon acide dans le feu, celui-ci diffout la terre martiale, & la convertit en Vitriol, comme cela fe pratique par le rôtiffage en Angleterre, en Allemagne à *Goslar*, & en plufieurs endroits dans le pays de Heffe. Cette diffolution fe fait par le fimple attouchement de l'air, quelquefois fans feu. Au lieu du Soufre commun que le *pyrite jaune* fournit, le *blanc*, qui fe nomme auffi *Mispickel*, nous offre l'Arfenic avec une terre martiale pour bafe, comme le précedent. Il y en a qui fourniffent le Soufre & l'Arfenic enfemble, mêlange qui produit le *Réalgar*, & l'*Orpiment*, qui imite un Cinnabre natif, compofé de la terre mercurielle de l'Arfenic, & du Soufre minéral. Outre la terre martiale, ou le fer, qui entre toujours pour bafe dans la compofition pyriteufe, on y rencontre fouvent quelques autres métaux, comme le cuivre, l'argent, & l'or même, felon la recherche exacte qu'en a fait le premier des Métallurgiftes modernes, feu Mr. *Henckel*, dans fon excellent Livre, intitulé *Pyritologie*. Lorsque le Pyrite arfenical rencontre dans fa compofition une terre étrangere fauvage quelconque, qui n'eft pas de nature métallique, les differentes fortes de Cobalt y exiftent, entre lesquelles la fameufe efpece, qui fournit ce beau verre bleu de Saxe paroit avoir reçù dans fon mêlange, outre une teinture Vénérienne, quelque portion d'une terre fablonneufe vitrifiante, laquelle ne permet pas la féparation des atomes du cuivre dans le feu. Une union inféparable de l'Arfe-

l'Arſenic avec quelques terres étrangeres nous offre auſſi quelques mines abſolument ſtériles, & que nos Mineurs appellent *Blende*, *Wolfram*, *Spath*, &c. dont le poids nous fait ſoupçonner qu'elles tiennent de la nature métallique. La terre mercurielle de l'Arſenic, étant digérée, & fixée davantage ſous terre, nous préſente un autre minéral approchant du Cobalt, par rapport à ſes fleurs & à certaine portion de l'Arſenic que le feu chaſſe de cette mine, & de laquelle il fait en même tems couler un demi-métal, connu ſous le nom de *Biſmuth*, ou de *Marcaſſite*. Les deux autres demi-métaux, le *régule d'Antimoine*, & le *Zinc*, ne peuvent cacher non plus leur origine arſenicale, ce que leur ſublimation en fleurs montre aſſez clairement; mais par l'admiſſion d'une plus grande portion du principe phlogiſtique dans le Zinc, & de la terre vitrifiante dans le régule, ils changent auſſi en differente façon la nature arſenicale dans leur compoſition.

Ayant vû l'origine des minéraux & des demi-métaux, notre recherche nous mene à la conſideration des métaux entiers. Pour cette fin, il faut retourner à notre principe eſſentiel de toute métalleïté, qui eſt cette terre mercurielle, qui exiſte par l'union la plus parfaite & abſolument indiſſoluble de l'acide du Sel marin avec ſa propre terre, & auſſi avec certaine portion de la premiere terre vitrifiante, par le moyen d'une action fermentante, qui produit cette ſublimation naturelle en vapeurs, par laquelle les molecules ſont ſi étroitement unies les unes aux autres, qu'il y reſte auſſi peu d'interſtices qu'il eſt poſſible. De là vient non ſeulement l'inſéparabilité de ces deux terres, même dans le plus grand feu, mais principalement ce poids ſpécifique dont les métaux ſeuls ſont en poſſeſſion, & qui les diſtingue de tous les autres foſſiles, qui n'ont point ſouffert cette union inſéparable de la terre vitrifiante d'avec la mercurielle, & qui par conſéquent, ne ſont pas de la compoſition métallique; la *cornuification* des métaux, cauſée par le principe mercuriel, qui réſide dans l'acide du Sel marin, prouve ſurtout ce poids ſpécifique, car la portion la plus petite de cet acide, jointe à

la

la solution de l'argent dans l'eau forte, augmente le poids de ce métal presqu'au double, étant fondus ensemble. Par les Expériences alléguées, & par le raisonnement qui s'ensuit, nous rencontrons déjà le premier degré de la métalléïté, ou production métallique dans l'Arsenic, la terre martiale qu'on trouve toujours associée avec lui dès son existence, le convertit dans le feu en régule, ou demi-métal. J'ai prouvé par les Expériences que j'en ai fait, & que j'ai raconté auparavant, qu'il possede les trois principes métalliques, & qu'une digestion ultérieure dans ses matrices ou filons, peut successivement introduire une perfection métallique dans ses molecules. Aussi sa liaison perpétuelle avec la terre martiale mérite quelques réfléxions solides, & je ne me tromperai pas beaucoup, si je compte cette terre martiale pour le premier degré de la métalléïté; car je vois qu'il se montre dans cette terre une disposition, ou une tendance à la nature métallique. Il n'y a guères de corps dans l'Univers dans lesquels on ne découvre des atomes de fer; il y a mille Expériences qui le confirment. Mr. *Margraff*, notre habile Académicien Chymiste, les a trouvés dans toutes sortes d'eau, & on les a nouvellement rencontrés dans le sang des animaux, à *Göttingue*, & Mr. *Galeati* à *Brescia* dans les cendres de plusieurs animaux. Les Expériences de Mrs. *Geoffroy* & *Lemery* à ce sujet sont trop connuës pour que j'en parle icy. Du moins leur disposition à devenir un métal, nous a été clairement prouvée par la fameuse Expérience de *Becher*, par laquelle il a produit un véritable fer du limon jaunâtre par le moyen de l'huile de lin. La sage Providence a placé sa mine presqu'à découvert sous le gazon, comme le métal le plus nécessaire & le plus utile au genre humain. Aussi ne demande-t-il pas tant de tems pour sa perfection, comme les autres métaux; car la terre martiale, comme je l'entends ici, n'est pas encore un fer complet, puisque l'aiman ne l'attire pas, mais aussi-tôt que le principe inflammable y est introduit, selon l'Expérience de *Becher*, le fer est formé, & l'aiman l'attire. Cette disposition de la terre martiale à la nature métallique, paroit vraisemblablement donner l'origi-

ne à la mine de cuivre ; la confuſion fréquente des mines de fer & de cuivre, & la préſence du fer dans la mine de cuivre, réputée pour la plus ſimple & la plus pure, ſemblent confirmer cela. La difference de la production differente d'un même principe pourroit conſiſter en ceci, que la production du fer de la terre martiale ne demande qu'un ſimple phlogiſtique, ou inflammable, ſans le ſecours de l'acide lié avec le *phlogiſton*, comme dans le Soufre minéral, lequel par ſon abondance exceſſive, autour & dans les mines de cuivre mêmes, paroit achever cet oeuvre dans un tems proportioné. L'abondance de cette legère liaiſon de l'acide vitriolique avec le *phlogiſton* dans la compoſition du cuivre, ſe prouve par certaine Expérience, par laquelle ce métal ſe fond à la chandelle, & brûle preſque comme la cire d'Eſpagne. L'Expérience conſiſte dans l'augmentation du principe mercuriel dans ce métal, par l'acide concentré du Sel marin attaché au vif-argent, qui deſunit un peu le principe inflammable du cuivre, & lui procure cette fuſion facile & flammifique. A' la production des métaux blancs, ſurtout de l'argent & de l'étain, l'Arſenic paroit être encore le principal agent ; ce que nous confirment les mines de ces deux métaux, qui ſont pour la plûpart ſurchargées de ce minéral. La mine rouge d'argent, (*roth gulden Erzt*,) comme la plus riche, en contient plus que la moitié ; & la mine blanche, comme auſſi la fauve, (*weis gulden Erzt und Fahl-Erzt*,) n'en manquent pas non plus. Non ſeulement il y eſt attaché, il paroit même entrer dans la compoſition de ce métal précieux, & ſert à le former, ſelon l'Expérience de feu Mr. *Henckel*, qui par la ſolution de l'Arſenic dans l'eau forte, abſorbée dans la craye, & coupellée enſuite avec du plomb, a obtenu un petit bouton d'argent le plus pur. J'en ai produit un ſemblable par le mêlange & la digeſtion de l'Arſenic avec le Soufre minéral, le régule de l'antimoine & le ſublimé corroſif, en certaine proportion.

L'étain, qui refuſe le mêlange de tout autre métal dans ſa mine, ne refuſe pas l'entrée à l'Arſenic ; ce que nous prouve ſa mine rabo-

tueſe,

teuſe, nommée chez nous *Zingraupen*, *Zin-Zwitter*, de laquelle on en chaſſe quantité par le feu; & même de l'étain le plus pur on en peut ſéparer. La calcination de ce métal eſt fort facile, & dans la vitrification il montre quantité d'une terre étrangere calcaire, dont ſa terre vitrifiante eſt ſurchargée, & qui rend ſon verre blanchâtre & opaque. Cette terre calcaire entremêlée rend la liaiſon de la terre mercurielle avec la vitrifiante fort foible & ſuperficielle, & la terre phlogiſtique, ou ſulfureuſe, s'y trouve en petite quantité. On découvre facilement ces principes compoſans l'étain, & ſurtout la terre calcaire, par l'opération du miroir ardent, & par celle de la coupelle.

Quoique le feu ne chaſſe pas une portion ſenſible de l'Arſenic de la mine du plomb, il ne laiſſe pourtant pas d'être ſa principale production. La peſanteur du plomb montre ſuffiſamment que le principe mercuriel prédomine dans ſa compoſition, qui eſt auſſi la baſe de l'Arſenic, & que la volatilité de celui-ci a été arrêtée & invertie par le principe, ou par la terre vitrifiante, avec laquelle la terre arſenicale, ou mercurielle, entretient une liaiſon aſſez étroite dans ce métal, & ſe transforme avec elle très facilement dans un beau verre transparent, auſſitôt que le feu a chaſſé le peu du principe, ou de la terre inflammable, dont ce métal contient la plus petite quantité. Cette vitrification facile & complete, que le plomb ſubit préférablement à tout autre métal, lui procure auſſi cette faculté par laquelle il diſſout & détruit les principes-mal aſſociés des autres métaux & demi-métaux imparfaits, lorsqu'on les expoſe enſemble ſur la coupelle des cendres, dans le fourneau docimaſtique, où la force du feu, après avoir diſſipé le principe phlogiſtique du plomb, & des autres métaux imparfaits, qui s'y trouvent, convertit le plomb en verre extrèmement délié & pénétrable, qui a la force de diſſoudre les principes de ces métaux imparfaits, chaſſe une portion de la terre mercurielle dans la fumée, & ſe cache avec le reſte de la terre vitrifiante, la plus pure des métaux imparfaits, dans les pores de la coupelle, & rejette les terres étrangeres

de ces métaux, furtout celles du fer, fous la forme de fcories fur le bord de la coupelle. Auffi de là vient que les deux métaux parfaits, l'or & l'argent, par l'union la plus intime de leurs principes, qui ne permettent point l'entrée au verre de plomb, reftent purifiés fur la coupelle, & débaraffés de tout mêlange des métaux imparfaits.

La préfence de l'Arfenic, dans la mine grifâtre, ou fauve, du cuivre, *Fahl-Ertz*, & furtout dans le Pyrite de cuivre, *Kupfer-Kies*, prouve du moins, que le principe arfénical n'eft pas étranger ou fuperflu dans la production du cuivre, quoique ce métal montre plus que tout autre fon origine phlogiftique, ou fulfureufe. L'abondance exceffive du Soufre commun, que fa mine rejette, lorqu'elle eft fonduë en matte, & après dans les differens rôtiffages qu'elle exige avant que d'être fonduë en cuivre noir, puis en cuivre rofette, ou raffiné, me pourroit presque porter à croire, que le Soufre commun, en s'uniffant avec une portion de la terre mercurielle, fert presque uniquement à la formation de ce métal. La terre vitrifiante n'entre presque pour rien dans fa compofition, vû que le verre, que l'extrême degré du feu produit du cuivre, montre feulement une vitrification impure, heterogene, & opaque, d'un rouge foncé tirant fur le brun, ce qui marque fans doute qu'une terre étrangere, & limoneufe, eft entrée dans fa production. D'ailleurs la couleur rougeâtre de ce métal paroit confirmer ce que je viens d'avancer de fa liaifon étroite du Soufre avec la terre mercurielle, comme les principaux compofans du cuivre, parce que la terre mercurielle unie avec le Soufre commun produit une couleur rougeâtre ; ce que nous voyons arriver dans la préparation du Cinnabre artificiel par la fublimation du Mercure avec le Soufre minéral, & de celui-ci avec l'Arfenic dans la production du *Réalgar* & de l'*Orpiment*, comme auffi de la pierre de *Pyrmefon*, &c.

Lorsque nous examinons les principes conftituans du Fer, nous trouvons comme quelque chofe de remarquable, qu'on ne rencontre point de Pyrites, & furtout de Pyrites arfenicales, qui ne montrent

pour

pour baſe une terre martiale ; ce qui me fait ſoupçonner avec beaucoup de raiſon, que la terre mercurielle, élevée ſous la forme d'évaporation arſenicale, après avoir pénétré & outrepaſſé les crévaſſes, *die Klüffte*, s'introduit de tout côté dans la terre à l'entour, & y cauſe, ſurtout dans les terres graſſes, limoneuſes, &c. une imprégnation minérale, approchante de la nature métallique, mais qui n'eſt pas encore métal, parce que les molecules de cette terre, ou veine martiale imprégnée, ne contiennent pas encore un métal complet, elles ne ſont pas attirées par l'aiman, & réfuſent même cette attraction ſi eſſentielle à la nature du fer, quoique fonduës avec ces ſortes de matieres ſalines qui ne participent point du principe phlogiſtique. Car, auſſi-tôt que le feu introduit dans cette terre martiale fonduë le principe inflammable, elle ſe convertit en métal ſous le nom d'un fer complet, que l'aiman ne refuſe pas d'attirer. Auſſi ſe montre-t-elle mêlée preſque dans toutes les terres qui conſtituënt la baſe des végétaux & des animaux, desquelles l'aiman attire & ſépare les molecules du fer, après que le feu y a introduit les matieres graſſes phlogiſtiques, pendant la combuſtion & la calcination de ces corps. Mais comme le degré de feu, qui cauſe la vitrification de ce métal, ne montre que des ſcories impures, griſâtres, & mal liées enſemble, on voit ſuffiſamment que le principe, ou la terre vitrifiante, ſimple & pure, lui manque également comme au cuivre ; il lui manque encore ce principe inflammable qui joint à l'acide univerſel, conſtituë le Soufre minéral dont le cuivre abonde, & qu'on eſt obligé de chaſſer par tant de rôtiſſages réïterés, au lieu que la mine de fer ne tranſpire point dans le feu cet acide étouffant, & que dans ſa fuſion & extenſion ſous le marteau réïterées, on ne tâche pas tant de chaſſer le Soufre minéral ſuperflu, que de le priver de la terre étrangere ſurabondante, qui la rend caſſante & moins pliable ſous le marteau, quoique cette terre, ou veine martiale, puiſſe participer en quelque maniere de l'acide univerſel, qui s'y peut enfoncer de l'Atmosphere, mais qui faute du phlogiſton, n'y entre pas ſous la forme du Soufre minéral. Ainſi le fer eſt un compoſé artificiel

tificiel de la terre martiale que la Nature a préparée, par l'imprégnation de la terre limoneuſe avec la mercurielle, ſous la forme d'évaporation arſenicale, à laquelle l'art ajoute par le feu le ſimple principe inflammable, tiré communément des charbons de bois, lorsque ceux-ci fondent la mine, ou terre martiale.

Il n'eſt pas queſtion ici, je crois, ſi le Vif-argent, ou le Mercure, tient de la nature arſenicale, puisque les plus grands Métallurgiſtes, comme *Becher*, *Stahl*, *Henckel*, &c. l'appellent un *Arſenic fluide.* Il eſt très probable, que le principe mercuriel le plus ſimple, avant ſa coagulation en terre arſenicale, diſſout dans la mine quelque portion d'un métal, qui eſt facile à diſſoudre, comme par exemple le plomb, par le moyen duquel ce principe dans ſon état fluide a gagné un corps métallique, qui, quoiqu'en petit volume, l'empêche pourtant d'humecter les ſurfaces des autres corps qu'il touche; mais ſous cette forme moyenne entre l'eau commune & le métal, il lui manque également la portion ſuffiſante de la premiere terre vitrifiante, auſſi bien que de la ſeconde phlogiſtique, pour conſtituer un métal complet; le peu de vapeurs que le plomb fondu chaſſe de ſa terre phlogiſtique pendant ſa calcination, ſi on le ſçait diriger de ſorte qu'elles touchent le Vif-argent, & s'y introduiſent, cette eau métallique gagne une eſpece de coagulation, mais comme ce principe a été fort inconſtant dans ſon premier corps, on ne peut pas prétendre qu'il ſoit plus ferme & ſtable dans le nouveau. D'ailleurs la petiteſſe & l'homogenéïté inaltérable des parties conſtituantes du Mercure, concevables uniquement par l'imagination, n'ont pas permis jusqu'ici la découverte d'un diſſolvant qui puiſſe deſunir ſes principes, & les montrer ſéparément.

Puisque l'or refuſe tout commerce avec l'Arſenic & le Soufre, on ne le trouve jamais minéraliſé dans les filons, mais tout départ déjà, (quoiqu' imperceptible à cauſe de la petiteſſe de ſes molecules,) dans quelques mines d'argent, de Cinnabre, &c. Quelquefois on le rencontre auſſi ſous la forme d'or natif en petits branchages, ou petites

tites paillettes extrèmement minces, entrelassées dans plusieurs sortes de pierres, ou bien en atomes fort menus, parmi le sable de quelques rivieres qui l'ont entrainé apparemment des montagnes voisines. Comme ce métal précieux est le seul corps, qui résiste entierement à toutes les attaques de la corruption, on l'a pris de tout tems pour le chef-d'œuvre de la Nature dans le régne minéral ; il faut donc, que ses principes soyent les plus simples & les plus purs, mais aussi tellement liés ensemble, que le tems, qui détruit tout, ni les dissolvans les plus puissans, connus jusqu'ici, ne les sauroient séparer. Le principe mercuriel le plus dépuré, joint à la portion du principe phlogistique la plus simple & la plus déliée, a si parfaitement rempli les pores du principe, ou de la terre vitrifiante, que les assauts du feu, quelques violens que la Chymie les puisse administrer, ne les sçauroit déjoindre. Si les Expériences, que feu Mr. *Homberg* (*) a entrepris, pour détruire l'or, restent dans leur valeur contre les exceptions de Mr. *Macquer*, (**) il n'y a que le feu solaire appliqué par le grand Miroir ardent de *Tschirnhausen*, qui soit capable de séparer ses parties constituantes. Quoiqu'il en soit, si *Homberg* n'a pas entierement effectué cette séparation, il paroit avoir confirmé en partie, par ladite Expérience la présence des trois terres qui composent les métaux en général ; car il a trouvé, (outre la fumée épaisse, qu'il a remarquée pendant cette application du feu solaire, par laquelle les principes mercuriel & phlogistique ont été dissipés dans l'air,) le vestige d'une terre vitrifiante séparée de l'or. L'argent, selon son rapport circonstancié, a subi le même sort, excepté que ses principes n'ont pas résisté si long tems que ceux de l'or ; ce qui prouve que la fixité des principes de ce dernier métal est plus parfaite que ceux de l'argent, & le poids spécifique de l'or montre sans exception, que la terre mercurielle, comme la plus pesante, est moindre dans l'argent, & par conséquent

(*) Voy. les Mémoires d' l'Académ. des Scienc. de l'An. 1702.

(**) Voy. la Chymie de Macquer. Part. I. c. 7.

quent, sa terre vitrifiante s'y trouve plus abondante que dans l'or. La phlogistique au contraire, qui couvre l'or d'un si beau jaune luisant, doit être en plus petite quantité dans la composition de l'argent, puisqu'elle est absorbée, & couverte entierement par la couleur blanche & reluisante de la terre mercurielle.

Ce que j'ai prouvé jusqu'ici, montre, ce me semble, assez clairement, que les métaux ne se produisent pas par une semence, ou par un germe individuel, propre à la production de chaque métal en particulier, comme nous le rencontrons dans les végétaux & les corps organisés des animaux. Tout ce qu'on peut déterminer dans cette différente production minérale, consiste dans la differente proportion des principes les plus simples & les plus dépurés qui constituënt l'or & l'argent, comme les deux métaux parfaits ; & dans les autres métaux la difference consiste, outre le mêlange distingué de ces principes généraux, dans une réception & assimilation de terres & matieres étrangéres, comme aussi dans une plus ou moins legère liaison de ces principes homogenes, ou heterogenes entre eux. Mais ce n'est pas le hazard aveugle qui a dirigé cette production minérale, laquelle, si cela étoit, pouvoit être beaucoup plus multipliée qu'elle ne l'est effectivement, puisqu'elle se borne seulement à six métaux & cinq demi-métaux dans tous les Païs connus de notre Globe. La divine Sagesse, qui regarde toujours les causes finales, a tellement pourvû, dès l'arrangement du Monde, aux besoins de ses Créatures, & surtout à ceux de l'homme, que rien n'y manquât du nécessaire, & que rien n'y fut superflu, & par conséquent inutile. Le nombre donc des corps métalliques est suffisant pour la nécessité oeconomique, aussi bien que pour la commodité du Commerce qui entretient la communication & le lien des differentes Nations, si utile & si nécessaire pour affermir le bien public.

EXAMEN

EXAMEN CHYMIQUE
DE LA NATURE DE SEL ACIDE VOLATIL DE L'AMBRE,

PAR M. POTT.

Traduit de l'Allemand.

La Chymie étant aussi cultivée qu'elle l'eſt depuis aſſez longtems, on auroit de la peine à ſe perſuader que dans des *Sujets*, ou *Produits* chymiques, que l'on connoit, & ſur lesquels on a beaucoup travaillé, il y ait encore bien des choſes peu approfondies, que la nature de ces Corps ne ſoit rien moins que ſuffiſamment découverte, & qu'il reſte même là deſſus une grande contrariété d'opinions, & un degré conſidérable d'incertitude. Tout au moins la choſe paroitroit-elle tout à fait deſtituée de vraiſemblance à l'egard de ces ſujets, qui ſe préſentent, pour ainſi dire, tout à découvert, & qui ſont ſi aiſés à diſſoudre, tels, par exemple, que ſont les Sels. Rien n'eſt pourtant plus vrai que l'exiſtence actuelle de pluſieurs ſemblables cas, comme le témoignent le Sel volatil du Borax, l'Acide du Phoſphore, le Sel alcali naturel, la partie alcaline du Sel commun, & divers autres Sujets. Je rapporte dans la même Claſſe le Sel acide volatil de l'Ambre, qui a déjà été découvert depuis quelques Siecles par les Chymiſtes, que l'on prépare en abondance, & dont les Medecins ſont auſſi uſage; tandis que les Auteurs de Chymie ſont fort peu d'accord entr'eux ſur la nature & les propriétés de ce Sel, & qu'ils ſe contrediſent même formellement les uns les autres à cet égard.

Autrefois il s'en trouvoit qui mettroient en queſtion, ſi c'étoit un Sel urineux, ou acide. *Glaſer*, *J. M. Hoffmann*, & même un Auteur

teur tout à fait récent, en font un sel urineux, & avancent, quoiqu'à tort, qu'il entre en effervescence avec un Esprit de Sel, de Nitre, &c. A' présent qu'il est entierement décidé, que c'est manifestement un Sel acide, il s'en faut pourtant bien qu'on soit d'accord à quel acide principal il appartient. M. *Helwing* d'*Angerbourg* estime que c'est un acide salpétreux; mais c'est à quoi il y a le moins d'apparence, puisqu'il ne détone point avec les charbons. M. *Bourdelin*, & d'autres, le rangent avec l'acide du Sel commun, parce qu'on trouve l'Ambre dans les Mers dont la salure est manifeste, & qu'elles le poussent & le jettent dehors. *Sendelius* & *Neumann* en font un Acide vitriolique, parce qu'une partie de l'Ambre se trouve dans des veines de montagne qui lui sont propres, & que, lorsqu'on l'en tire en creusant, on le trouve à côté d'un vitriol qui contient du fer. Un autre Chymiste estime que c'est un acide tout particulier, & unique dans son espece, qui n'a rien de commun avec les autres, & differe totalement des Acides ordinaires. Au contraire il y en a qui le regardent comme un Acide mixte, & nullement simple, mais qui est composé de differens Acides du Vitriol & du Sel commun. Au milieu de cette extrême diversité d'opinions, il est naturel de prendre la peine d'examiner la chose de plus près, de pousser la décomposition aussi loin qu'elle peut aller, en un mot de traiter cette matiere sous toutes les faces dont elle est susceptible. Car c'est à mon avis un défaut très commun, que de se borner aux phénomenes fournis par un petit nombre d'Expériences, pour en tirer aussi-tôt avec précipitation une Conclusion universelle, & prononcer une décision, avant que d'avoir examiné bien attentivement les Corps, & autant qu'il est possible, épuisé la connoissance de tous les rapports dont ils sont susceptibles. Au reste on comprend aisément, que je n'entens pas ici ce qu'on nomme le *Sel d'Ambre*, que M. *Geoffroy* a fait connoitre dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour l'année 1738. & qui est produit par la préparation que l'Ambre reçoit, en y versant de l'eau chaude, & en procédant ensuite à la filtration & à la coagulation. Ce produit est extrêmement diffe-

different de notre Sel ; ce n'est pas proprement une substance saline pure, mais c'est plutôt un extrait salino-mucilagineux, mêlé d'un petit nombre de parties résineuses ; il n'a aucun goût acide, mais il a celui d'un sel amer ; il n'apporte aucun changement au Syrop de violettes ; il n'entre point en effervescene avec les sels alcalis ; cependant ils le troublent, & il s'en précipite une résine en solution ; au contraire il entre en effervescence avec l'Huile de Vitriol, & en fait sortir une vapeur acide comme d'un Esprit de Sel ; ce qui fait voir qu'il renferme un peu de Sel commun. Mais cela va à très peu de chose, puisque d'une livre d'Ambre à peine peut-on tirer une dragme d'un semblable extrait.

L'objet que j'ai donc en vuë, c'est cette substance saline qu'on tire de l'Ambre par la distillation. Je regarde comme une chose inutile de m'étendre sur la maniere & les opérations de cette distillation, puisqu'on en trouve le détail dans divers Ouvrages. Je remarquerai seulement en deux mots, qu'on peut faire cette distillation en differentes manieres, en prenant des Retortes de pierre, ou de verre, de celles qui n'ont pas éclaté, ou de celles dont le cou est tout à fait large, en la faisant dans le sable, ou à un feu immédiat, ou au bain sec. Quelques uns donnent un feu continué depuis le commencement, d'autres se servent d'un feu interrompu ; il y en a qui commencent par le sable, & continuënt à un feu découvert ; on peut le faire sans addition, ou avec addition, soit de parties égales, ou de deux parties de sable, de cailloux, ou de *Caput mortuum* d'Esprit de Sel. On en trouve qui recommandent un tuyau de verre, (*Vorstoß*,) qui aille jusqu'au milieu du Récipient, & qui peut être aussi pourvû d'un petit tuyau. Il faut toujours donner au commencement un feu doux, & le continuer de même longtems, en sorte que sa chaleur ne soit guères plus forte que celle de l'eau bouillante, surtout si l'on fait la distillation sans addition, jusqu'à ce qu'il ne sorte plus aucun phlegme, ou huile subtile. Car, quand on presse trop le feu, cela monte en haut, & tout s'échape par dessus ; mais, si l'on a joint une addition de quelque matiere terrestre,

on peut augmenter plutôt la force du feu. Il eſt auſſi à propos de laiſſer un peu d'air, ſurtout quand on n'a point mis de tuyau de verre devant, ou lorsque le Récipient eſt trop petit. Après cela on peut donner plus de force au feu par degrés ; & c'eſt alors que ſe ſublime notre ſel volatil, mêlé avec la derniere huile dans le cou de la retorte ; d'où quelques uns le tirent & le raſſemblent avec une plume paſſée ; mais cela exige trop de peine & de temps, il vaut mieux pouſſer tout enſemble dans le Récipient, & ſéparer enſuite ce ſel d'avec les parties huileuſes. Mais ſi l'on pouſſe ſeulement l'huile ſubtile, & le ſel par deſſus, de maniere que le plus groſſier demeure en arrière, alors la meilleure partie eſt un *Colophonium* ſoluble, qu'on peut fort bien employer pour le vernis. Si l'on calcine le *Caput mortuum* dans un creuſet, à feu découvert, de la maniere la plus forte, il demeure alors un peu de terre d'un gris jaunâtre, laquelle contient quelque peu de ſel commun ; c'eſt pourquoi ſa ſolution filtrée précipite la ſolution de plomb en Saturne cornu. Elle contient de plus une certaine quantité de terre de chaux ferrugineuſe ; car elle entre en efferveſcence avec l'eau forte ; & quand on écume la partie la plus legère, & qu'ayant mêlé la plus peſante avec de la graiſſe, on l'expoſe dans un creuſet fermé à un feu ardent, l'aiman en attire enſuite quelques parcelles. Cette ſubſtance ferrugineuſe ſe trouve auſſi dans les morceaux purs d'Ambre, & ne peut pas être regardée comme y venant du mêlange de parties étrangeres & impures.

Les Ouvriers préparent ce Sel en Pruſſe en grande quantité, pour l'envoyer ailleurs, parce qu'ils ont des rognures & de petits morceaux d'ambre abondamment & à très grand marché. Ils font la diſtillation ſans addition à un feu ouvert, pour avoir expédié l'ouvrage le plus vîte qu'ils peuvent ; ils pouſſent auſſi le dernier réſidu dans des Récipiens à part, afin de n'avoir pas tant à ſéparer. Cependant, comme le ſel ſe trouve mêlé ici avec beaucoup d'huile, qui s'y attache, ils le mettent, pour en faire la ſéparation, ſur un papier brouïllard, & changeant

geant plusieurs fois ce papier, l'huile s'y attire toute, & le Sel demeure sec. Ils expriment ce papier huileux separément, & après cela ils le distillent. Mais, comme dans la derniere huile épaisse il reste encore quelque sel, on met cette huile dans un flacon d'étain, ou dans quelque autre vaisseau solide, & l'on y verse de l'eau chaude, trois à quatre fois, jusqu'à que cette eau ne devienne plus saline, en secoüant bien le tout ensemble, afin que l'eau tire exactement le sel; ensuite on procéde à la filtration, à l'évaporation, & à la crystallisation. Néanmoins à la fin, après la crystallisation il reste une partie, qui est comme une liqueur acide huileuse, qui ne veut plus bien crystalliser, ce qui est commun à toutes les autres matieres huileuses qui demeurent après les opérations. Si dans la distillation aussi on n'a pas enlevé séparément le premier phlegme, mais qu'on ait poussé tout pêle-mêle, on peut verser avec circonspection de l'eau chaude sur le produit distillé entier, & procéder de la même maniere; en sorte que je ne trouve aucune utilité particuliere à mêler, suivant l'idée de *Viganus*, cette huile d'ambre encore mélangée avec du sel commun, pour en procurer ensuite la digestion & la sublimation.

Quand ce Sel a été séparé de l'huile grossière simplement à l'aide d'un papier brouillard, il y reste encore beaucoup de parties huileuses, & les dernieres crystallisations tombent toujours de l'eau plus obscures, plus brunes, & plus huileuses. Cela lui donne une mauvaise apparence, & rend sa force beaucoup plus échauffante. De là résulte donc la nécessité de le purifier encore davantage; & on propose pour cet effet diverses Methodes. Quelques uns le subliment encore à part dans une Retorte, ou dans un alembic, surtout dans un alembic bas, sur lequel on place des cornets de papier; ils lui donnent alors le feu de sable, & ôtent souvent le papier, afin que le sel ne retombe pas. D'autres mettent dessus une chapelle fermée; mais, de quelque maniere qu'on s'y prenne, il s'en perd beaucoup, ou l'on ne l'épure pas suffisamment. Mais si l'on employe des additions, pour absorber plus fortement l'huile, comme de la corne de Cerf brûlée,

de

de la cendre lessivée, de la potache, des os calcinés, alors une bonne partie du Sel se détruit entierement. Les sublimations sur son propre *Caput mortuum*, ou avec le sable, les cailloux, la brique pilée, les pipes nettes pulverisées, ou l'argille pilée & brûlée, sont à la vérité plus supportables ; mais il s'y attache quelque quantité de suye huileuse, d'où vient, par exemple, qu'il reste des pipes une matiere noirâtre de charbon. Cependant il se détruit toujours par là quelque chose du Sel, & l'on ne sçauroit non plus l'obtenir tout à fait blanc par cette voye ; il demeure toujours jaunâtre. Ceux qui promettent de le produire par l'addition de trois parties de Sel commun, sont pareillement dans l'erreur. Cela fait à la vérité sortir quelques gouttes d'acide huileux, qui participent aussi un peu de l'Esprit de Sel ; car elles précipitent le plomb de sa solution en Saturne cornu : ensuite le Sel volatil se sublime, mais encore notablement jaune, & le Sel commun demeure en arrière noirâtre, & impur par le mélange de la terre fuligineuse. Il y a des Auteurs qui avancent, que quand dans la distillation on joint à l'Ambre crud une partie de Sel commun, on obtient plus de Sel volatil ; & ils sont dans l'idée, que cette augmentation est procurée par le Sel commun : mais cette supposition ne paroit point avoir de fondement. Si la quantité de Sel volatil est effectivement un peu plus grande, cela ne vient point de l'accrétion de l'acide du Sel, mais cela vient de ce que le Sel en raison de sa masse tient les parties huileuses & bitumineuses plus éloignées les unes des autres. Au reste, selon moi, la meilleure dépuration du Sel volatil d'Ambre, & où l'on en perd le moins, est celle qui se fait, quand on dissout ce Sel avec de l'eau chaude, qu'on met d'abord dans le filtre un peu de coton, qui a été legèrement humecté avec de l'huile d'Ambre, & qu' ensuite on s'en sert pour filtrer la solution ; alors la plûpart des parties huileuses s'attachent au coton, & la solution passe plus pure à travers le filtre. On la fait ensuite évaporer avec un feu tout à fait doux, (quand l'évaporation se fait à découvert,) & l'on en procure la crystallisation. Les premieres crystallisations sont les plus claires, & d'un jaunâtre foible, mais

mais les dernieres vont en diminuant, sont plus brunes, plus huileuses, & plus amères; aussi les met-on plus volontiers à part. On peut aussi faire au bain-marie l'abstraction de l'eau qui se trouve dans la solution filtrée, sans s'inquièter qu'il s'en aille en même tems quelque chose du Sel volatil. Car il n'y a rien de plus mal fondé, que ce qu'avancent certains Auteurs, que dans la rectification des matieres tirées de l'Ambre en le distillant, le Sel volatil monte le premier, ensuite l'huile, & à la fin l'eau; car cela n'arrive qu'aux Sels urineux des Animaux. Les Crystaux doivent être encore mis sur du papier brouïllard, pour sécher à l'air; & le poids en est environ la trentième partie de celui de l'Ambre crud. Si l'on veut réïtérer quelquefois la dépuration avec l'eau, le Sel deviendra toujours plus clair, & plus blanc, mais jamais parfaitement blanc, sans perte, & sans un déchet notable. C'est d'un semblable Sel volatil d'Ambre, bien purifié une fois avec de l'eau, que j'ai fait usage pour les Expériences suivantes.

Pour commencer par découvrir les propriétés générales & les rélations de notre Sel, j'y ai remarqué les Phenomenes que je vais indiquer. Ce Sel se dissout à la vérité dans l'eau, mais il a besoin pour cet effet de beaucoup d'eau; voilà pourquoi l'eau chaude convient mieux, car pendant sa chaleur elle attire considérablement de ce Sel, mais quand elle est réfroidie, une bonne partie en tombe au fonds. Cependant elle retient une certaine quantité de Sel dissous; & la premiere fois qu'elle entre en crystallisation, ce n'est que comme des flocons, ou de l'éponge, & la couleur ressemble à celle du Sucre candi poreux & brun. Les dernieres crystallisations deviennent toujours plus obscures; mais, quand on a continué la dépuration, la premiere crystallisation est à la surface supérieure d'un jaune clair, ou blanchâtre, il s'y forme de longues pointes, ou bien elle a l'apparence de plumes; mais au contraire la surface inférieure & les suivantes sont plus obscures & plus irrégulieres. Cette crystallisation ne coule point à l'air; elle y demeure séche. En la frottant elle a une odeur piquan-

te de raifort, furtout lorsqu'elle eft un peu échauffée. Le goût eft acide, fans avoir rien de corrofif, mais avec cela d'un huileux pénétrant, qui prouve qu'il y a manifeftement avec l'acide une fubftance qui s'eft diffoute des parties huileufes de l'Ambre ; ce que confirment également le goût, l'odeur, & la couleur. Son acidité fe donne encore à connoitre, parce qu'elle écume & entre en effervefcence avec les Sels alcalins fixes, & les Sels volatils urineux, auffi bien qu'avec les terres alcalines, ou de chaux ; & parce qu'elle précipite des folutions alcalines de foye de fouffre, de *Colophonium*, & d'autres ; au lieu qu'au contraire avec les Efprits acides, comme le vinaigre, l'Efprit de fel, de nitre, &c. elle ne produit aucune effervefcence, mais elle s'unit tranquillement avec eux. M. *Neumann* prétend, qu'elle change le Syrop de violettes, & lui donne un rouge fenfible ; tandis qu'on avance au contraire dans le *Commercium Litterarium* de Nuremberg pour l'année 1744. p. 157. que ce fel, quand même il feroit dépuré, teint en verd le Syrop de violettes, comme les alcalis ont coûtume de le faire ; mais il faut que cet Auteur ait employé un Sel falfifié. En effet mon fel n'a point du tout donné la couleur verte au Syrop de violettes ; mais auffi les parties huileufes ont empêché que ce Syrop ne devint rouge, comme cela lui arrive autrement avec les acides ordinaires ; il eft demeuré bleu, & l'on pouvoit à peine remarquer qu'il eut quelque difpofition à rougir. Au feu notre Sel eft à la vérité volatil, & fe laiffe pouffer en haut ; mais cela demande beaucoup plus de chaleur que pour les fels volatils urineux. Car quand je mets une retorte avec de ce Sel dans l'eau bouillante, & que je l'y tiens plufieurs heures, il y demeure fans altération, & il ne s'éleve rien de fa fubftance : ce qui fait voir que fa dépuration peut être effectuée au bain d'une maniere tout à fait fure. Mais, lorsqu'on employe un feu de fable affez fort, ce Sel entre en flux, & coule comme une huile ; après quoi feulement il monte un peu de liquide acide huileux, enfuite il fe fublime en bas des rayes huileufes, & le Sel fe condenfe en vapeur dans le cou de la retorte, fous l'apparence de beure d'un jaune obfcur, & en partie en

forme

forme de plumes ; mais il a perdu alors considérablement de son poids. Il demeure en arrière un *Caput mortuum* noir & en charbon ; en sorte que dans ce travail une bonne partie du Sel est détruite.

L'Huile de Therebentine refuse de dissoudre ce Sel ; au contraire quand on verse quatre parties d'esprit de vin très rectifié sur une partie de Sel sec, il s'en dissout à la vérité peu au froid, mais il se fait seulement une extraction de quelques parties huileuses, & la solution acquiert par là une couleur jaune ; à la chaleur au contraire il se dissout une bonne partie du Sel, mais en le laissant ensuite au froid il s'en précipite de nouveau une certaine quantité. Le Sel qui est tombé, est bien ensuite un peu plus clair, mais encore sensiblement jaune, en sorte que notre sel ne se laisse point parfaitement blanchir par l'Esprit de vin seul, comme quelques uns l'avancent. Il demeure aussi un peu de Sel à froid dans l'Esprit de vin ; & cela se manifeste quand on allume cet Esprit pour le faire brûler : alors reste le Sel qui a été dissous. Si l'on employe pour notre Sel un Esprit vineux de Sel ammoniac, il le dissout bientôt, & même avec effervescence, & la solution se teint d'un jaune foible. Mais si ce sel est fort impur & huileux, l'Esprit prend bien vîte une couleur rouge. Quand on brûle cet Esprit de vin, il en reste une liqueur ammoniacale. Cependant, comme toutes ces Expériences ne suffisent pas encore pour déterminer, à quelle espece des acides notre Sel appartient proprement, & avec laquelle il a le plus d'affinité, ce qui fait la principale question ; je passe au mêlange de ce Sel avec d'autres sels, comme au moyen le plus propre à nous conduire à sa vraye connoissance. C'est aussi celui auquel se rapportent la plûpart de ceux qui ont voulu donner des instructions sur ce sujet, quoiqu'ils en ayent tiré des conséquences tout à fait différentes. J'ai donc saoulé mon sel dissous d'Ambre avec une lessive alcaline bien nette, suivant le poids naturel ; je l'ai ensuite filtré, & il est resté séparément quelque matiere huileuse dans le filtre ; après cela je l'ai fait coaguler doucement ; car il a beaucoup de peine, ou même il ne veut point du tout

ſe former en cryſtaux. Ce ſel coagulé coule à l'air, comme une terre feuïllée de Tartre, & après s'être fondu, il laiſſe beaucoup de terre huileuſe. En le faiſant enſuite évaporer doucement en fumée, il en réſulte un ſel brunâtre fort ſoluble. Après la ſaturation il a bien augmenté la moitié de ſon poids, de ſorte qu'il ſaoule beaucoup d'alcali. Mais que toutes les parties huileuſes doivent ſe ſéparer par ce moyen, c'eſt ce qui ne ſe trouve point ; la couleur indique même le contraire. Ce Sel compoſé entre encore en efferveſcence, auſſi bien avec l'Eſprit de nitre qu'avec l'huile de Vitriol ; mais dans l'un & l'autre cas l'odeur qui en ſort n'eſt pas acide, elle a quelque choſe de ſulphureux & d'huileux, & rien par conſéquent n'y tient d'une vapeur corroſive de ſel. Mais l'ayant encore pleinement ſaoulée deux fois avec quelque quantité de Sel d'Ambre, il ne s'eſt plus fait d'efferveſcence avec l'Eſprit de nitre, pas ſeulement même avec l'Eſprit de vitriol, & il n'en ſort aucune vapeur d'Eſprit acide; par où il ſe diſtingue notablement, tant de la terre feuïllée de Tartre, qui ſans cela eſt la matiere, qui a le plus de reſſemblance avec lui, que du Sel commun régénéré. J'ai fondu ce Sel ſeul par un chalumeau, mais il ne vouloit pas bien entrer en flux ; mais, après qu'il avoit été pendant quelque tems à ce feu, le ſel qui en reſtoit entroit de nouveau en efferveſcence avec l'eau forte : d'où s'enſuit qu'il étoit redevenu manifeſtement alcali, & qu'il avoit perdu ſon acidité. Cela arrive auſſi avec la terre feuïllée de Tartre. Autrement ce ſel moyen eſt beaucoup plus ſoluble dans l'eau qu'un Tartre vitriolé ; il ne petille point non plus, ni ne ſaute, ſur les charbons ardens, comme ont coutume de le faire le Sel commun & le Tartre vitriolé. J'ai encore diſtillé ce Sel moyen ſeul par une retorte ; il s'en éleve un Eſprit amer & huileux, à peu près comme un Eſprit de tartre, & il teint le Syrop de violettes, non en rouge, mais d'une couleur verdâtre ; ce qui montre qu'il eſt devenu en quelque ſorte un foible urineux. *Petermann* & *Rivinus* ont déjà remarqué que le Sel alcali auſſi bien que la chaux rendent le Sel d'ambre urineux, quoique *Lemery* le nie ; mais il eſt pourtant vrai qu'il eſt plutôt engendré & compoſé

composé que simplement séparé. Cet Esprit ne précipite point non plus la liqueur de Sel ammoniac fixe, parce que c'est un urineux trop foible ; par conséquent l'acide de l'Ambre est détruit ici de la même maniere que dans la terre feuillée de Tartre, quand on la pousse seule à un feu violent. A' la fin il sortit avec des vapeurs épaisses & blanches une huile empyreumatique. Quand on lessive le *Caput mortuum*, & que l'on coagule ce qui a été lessivé, cela redonne un Sel alcali brunâtre, qui entre en effervescence avec tous les Acides. On voit ici manifestement une propriété, qui n'indique, ni un acide ordinaire de Sel, ni un acide de vitriol ; mais qui désigne plutôt un acide végétable, ou un acide volatil de Vitriol. Car, quand on distille à part un alcali fixe, imprégné & saoulé avec un Esprit volatil de Soufre, il s'éleve alors un Esprit volatil, & le résidu, qui est redevenu alcalin, entre en effervescence avec les acides. Si l'on en fait la solution avec de l'eau, cela donne une solution alcaline de foye de Soufre. Mais, en faisant cette Expérience, il faut prendre garde, que l'alcali sulphureux ne soit pas trop vieux, & qu'il n'ait surtout pas été longtems exposé à l'air ; car j'ai trouvé qu'alors l'air avoit tout à fait enlevé le volatil sulphureux, & que le reste étoit devenu un acide vitriolique grossier ; d'où vient que ce reste, après avoir été embrasé, n'a point produit d'alcali, mais s'est converti en Tartre vitriolé. Au contraire un alcali sulphureux, tout frais, ou bien conservé, donne, quand on le distille seul, un Esprit sulphureux de mauvaise odeur, qui a quelque chose d'urineux, & le résidu est un foye alcalin de Soufre. Jusques là donc il se trouve quelque analogie avec notre sel composé ; cependant il y a de la difference entr'eux, c'est à dire, entre la terre feuillée de Tartre, ou l'alcali sulphureux, & notre composé ; laquelle consiste en ce que, lorsqu'on y verse de l'huile de Vitriol, l'un pousse aussi-tôt un acide de Vinaigre extrèmement concentré, & l'autre l'Esprit volatil de Soufre le plus fort, ce qui est accompagné de vapeurs. Mais cela n'arrive point à notre composé ; car quand j'ai ajouté à ce sel moyen la moitié d'huile de Vitriol, & que je l'ai ensuite distillé, il ne

s'éleve qu'un Esprit acide foible, après quoi une partie du Sel volatil d'Ambre se sublime sans aucun changement notable, sinon qu'il est plus blanc & plus pur. Il demeure un *Caput mortuum* fuligineux & noir, dans lequel il y a du Tartre vitriolé. L'Esprit qui s'est élévé dans cette opération a de l'acidité, il entre en effervescence avec un alcali; mais il ne précipite point la solution de Sel ammoniac fixe, & par conséquent il ne contient rien de vitriolique: au contraire il précipite la solution de plomb, & ce phénomene semble presque être un argument pour prouver qu'il participe en quelque chose de l'acide du Sel. Cependant plusieurs autres circonstances, ou Expériences, qui seront rapportées dans la suite, ne favorisent pas cette opinion, ou bien il faudroit que le mélange de l'huile eut produit une altération tout à fait particuliere. Outre cela j'ai mêlé une partie de cet Esprit avec deux parties d'Eau forte, ce qui a donné une Eau régale, quoique foible; elle dissolvoit l'or, au lieu qu'elle rongeoit l'argent, & le réduisoit en chaux blanche. Cela semble aussi indiquer un acide de Sel. Mais pourquoi le même effet ne s'observe-t-il pas, quand on dissout le Sel d'Ambre pur dans l'Eau forte? Car alors il ne procure point la solution de l'argent, ni de l'or. Et j'ai fait plus d'une Expérience, où j'ai dissous l'or avec d'autres liquides, sans qu'il soit survenu au menstruë la moindre trace de sel commun, ou d'Esprit de sel. Il faut ajouter, que dans de semblables compositions il se manifeste assez souvent de nouvelles générations, qui n'y avoient pas auparavant existé dans cette forme, mais qui y sont composées pour la premiere fois, & qui découvrent ensuite d'autres propriétés.

Si l'on mêle le Sel d'Ambre le plus pur avec un Esprit urineux, il se fait une ébullition des plus fortes; & après une saturation suffisante, cela fait une Liqueur moyenne ammoniacale oléagineuse, qui fournit un bon remède résolvent & apéritif, moins échauffant que la Liqueur ambrée de corne de Cerf, où il y a plus d'huile, surtout quand elle n'est pas tout à fait rectifiée: car celle-ci renferme considérablement

plus

plus d'une huile empyreumatique. Si l'on distille notre Liqueur moyenne, il s'en éleve un Esprit ammoniacal volatil, & cela ne donne point de Salmiac sec, excepté qu'à la fin il s'attache en haut très peu d'un Salmiac sec, mais d'un huileux pénétrant ; ainsi il en résulte pour la plus grande partie une Liqueur ammoniacale volatile, par où il se distingue de l'acide de Sel & de Vitriol, qui donnent un Salmiac sec. Au contraire l'acide végétable & l'acide nitreux passent avec les urineux en un Esprit ammoniacal volatil.

J'ai de plus mêlé le Sel d'Ambre sec avec poids égal de Salpetre purifié, & les ai mis à distiller dans une retorte ; il s'éleva d'abord quelques gouttes par dessus, ensuite monterent des vapeurs rouges, après quoi tout détona avec un éclat véhément. Je l'avois présumé d'avance ; c'est pourquoi je n'avois pris qu'une petite quantité de chacun. Que le Salpetre s'enflamme & détone avec l'Ambre crud, c'est ce qui est connu, & M. *Bourdelin* en a aussi fait mention ; d'ailleurs le nitre ne détone point avec les Corps fluides inflammables, mais ici l'acide du nitre concentre premièrement la partie huileuse en un corps dur, semblable au charbon, & c'est celui-ci qui s'embrase ensuite avec le Salpètre. Si l'on vouloit chercher à perfectionner encore cette maniere de distillation, on pourroit le faire en la mettant dans une retorte à tuyau chaude.

J'ai encore distillé le Sel d'Ambre par une retorte avec poids égal de Salmiac commun ; il en sort un Esprit de sel acide, brun en couleur, dont l'odeur est très forte, lequel entre en effervescence avec les acides, & précipite la solution de plomb en Saturne cornu. Ensuite il se sublime quelque chose d'un Salmiac blanc, qui a les mêmes propriétés que le Salmiac commun, & qui précipite la solution de plomb. A' la fin il s'éleve une grande quantité, & tout à fait imprévuë, d'une matiere fuligineuse, ou bitumineuse, & au fonds il reste quelque chose de semblable qui est luisant. Cette Expérience doit paroitre aux Amateurs de ces matieres digne d'une recherche ultérieure, puisqu'ici toutes

tes les parties huileuſes ſont détruites, & que par leur union avec l'acide de Sel concentré elles deviennent également poiſſeuſes ou bitumineuſes. Car on obtient beaucoup plus de ſemblable terre de charbon par cette voye, que l'on n'a employé de Sel d'Ambre pour faire l'Expérience. Immédiatement après, j'ai mêlé le Sel d'ambre avec poids égal de Borax, & en ai procuré la diſtillation; d'abord il ſort quelque phlegme qui vient du Borax; enſuite il s'éleve beaucoup d'écume, & cela à une hauteur beaucoup plus conſidèrable que le Borax n'a coûtume de le faire ſeul. J'ai repouſſé enſuite le même mélange, & y ai donné de nouveau un feu de ſublimation; il en eſt alors ſorti quelques gouttes huileuſes, mais qui ne portent aucune altération au Syrop de violettes; ce qui prouve que le Borax, auſſi bien que le Sel alcali & la Chaux vive, détruit la ſubſtance acide de notre Sel. Il eſt demeuré un *Caput mortuum* noir, qui, à cauſe de la terre de charbon qui s'y trouvoit, entroit difficilement en flux.

Le mêlange de notre Sel avec les Eſprits acides doit pareillement contribuër à nous en donner une connoiſſance plus exacte. J'ai verſé pour cet effet ſur une partie de Sel d'Ambre quatre parties d'Eſprit de ſel; à froid il n'a cauſé presque aucune ſolution, mais au contraire à la chaleur presque tout s'eſt coagulé, comme une gélée. Après le réfroidiſſement je l'ai mis à diſtiller, & il s'eſt élevé un Eſprit de ſel; enſuite le ſel ſe ſublime presque tout entier ſans aucun changement, d'abord comme un beure ferme, enſuite comme un Alun de plume à longs filets. Dans cette opération il eſt d'un beau blanc & pur, parce que la partie huileuſe en eſt détruite; & ce qui reſte eſt comme un *Caput mortuum* de charbon. Par cette voye on dégage le mieux le Sel de ſa ſubſtance huileuſe; mais auſſi ce Sel purifié, & délivré de ſon huile, ne précipite point la ſolution de plomb, par conſéquent il n'a rien pris de l'acide du Sel; & cela confirme la préſence d'un acide végétable, puisqu'on ne ſçauroit prétexter que la ſubſtance huileuſe n'altère l'acide du Sel, ou du Vitriol, & n'y peut apporter de change-

changement, qu'aussi longtems qu'elle y demeure unie. Car, lorsqu'on l'en a séparé de cette maniere, il faut qu'au moins alors sa propriété naturelle se manifeste. L'Esprit, qui s'est élevé dans la distillation, ne dissout point l'or; ainsi il n'y a point ici d'acide nitreux à soupçonner; mais il ne dissout point non plus l'argent, seulement avec le temps il le convertit en une espece de chaux blanche, ou de Lune cornuë. D'ailleurs cet Esprit de sel est ici considérablement affoibli par les parties huileuses. Si l'on dissout de la chaux vive dans l'acide du Sel, ou qu'on prenne à sa place la liqueur de Sel ammoniac fixe, & qu'on y verse ensuite de la solution de Sel d'Ambre, tout demeure clair, & rien ne se précipite; ce qui fournit une forte preuve, qu'il n'y a rien de l'acide du Vitriol qui y soit contenu; car autrement il ne manque guère de se trahir bien vîte.

De la même maniere j'ai versé sur une partie de notre Sel quatre parties d'Eau forte. A' la vérité il y survient à froid un peu de couleur jaune, néammoins il s'en dissout peu, mais à la chaleur tout se dissout & demeure clair; avec cette circonstance qu'il ne se coagule point, comme dans les solutions précédentes. Si le Sel est fort huileux, alors il donne une teinture plus rouge à l'Eau forte. J'en fis ensuite la distillation, & il s'éleva en jettant des vapeurs jaunes; au milieu de la distillation il se sublima aussi quelque chose du Sel audessous, mais ce qui étoit fluide s'échapa par dessus. L'Esprit qui s'étoit élevé, auroit dû devenir une Eau régale, si dans le Sel d'Ambre il y avoit quelque chose de l'acide du Sel commun qui fut caché, mais cela n'arriva point; il n'attaque point l'or, au lieu qu'il dissout incontinent le Mercure & l'Argent, & démontre ainsi la présence d'un acide végétable.

A' présent il reste encore le plus fort & le plus pesant de tous les acides, qu'on a coutume d'appeller, lorsqu'il est fortement concentré, huile de Vitriol. Il y a déjà cent ans qu'un vieux Chymiste Allemand, nommé *Michel Crügner*, qui a donné à cette Huile le titre d'*Acetum*

principale, ou de *Spiritus principalis*, a remarqué que, quand on en mêle un lot parmi une livre d'Ambre crud, & quon en fait ensuite une distillation réguliere, on obtient par là considérablement plus de Sel volatil d'Ambre qu'à l'ordinaire. Je n'attribuë pas tant cette augmentation à l'accrétion de l'acide du Vitriol, qu'à l'effet que produit ici l'huile de Vitriol, en mortifiant rapidement une partie de la terre bitumineuse, en sorte qu'elle laisse aller son sel volatil d'autant plus pur. Ce qu'il y a de certain, c'est que cela ne préjudicie point au sel volatil, & qu'il n'est nullement rendu impur par là, parce que l'huile de Vitriol ne détruit point le Sel volatil, mais qu'elle trouve assez à faire avec les parties huileuses de l'Ambre, & s'unit à elles; & que le Sel volatil n'en tire point non plus de propriétés vitrioliques étrangeres. Quelques uns sont dans la pensée qu'on peut en conclurre l'identité de ce sel avec l'acide vitriolique; mais les Expériences suivantes feront voir le contraire. Il est à la vérité certain que, quand on verse l'huile de Vitriol sur le Sel volatil d'Ambre, elle n'entre point en effervescence avec lui, elle ne fait point monter non plus de vapeur acide, comme il arrive autrement, lorsqu'on verse sur le Sel, le Salpetre, ou le Salmiac. Cependant, en mettant deux parties de Sel d'Ambre dans une retorte de verre à tuyau, les délayant avec un peu d'eau, & versant ensuite dessus une partie d'huile de Vitriol; après quoi, le tuyau étant bien affermi, en distillant à un feu modéré, il s'éleve quelque quantité d'un liquide foiblement acide, qui précipite aussi une solution alcaline de foye de souffre, & celle de plomb, mais qui ne précipite point la liqueur de Sel ammoniac fixe. J'ai distillé ensuite le reste à part à un feu plus fort, & la plus grande partie du Sel volatil s'est sublimée sans destruction, l'huile de Vitriol s'élevant en même temps en vapeurs; ce qui reste est une terre noire, legère & poreuse. Ainsi l'huile de Vitriol n'a point pu détruire ce sel volatil, à l'exception de quelques unes de ses parties huileuses, mais il s'est élevé sans altération, bien qu'il s'en soit attaché quelque chose à la surface de l'huile de Vitriol, qui a été poussée ensuite.

Je

Je voulus essayer si ce mixte pourroit être de quelque usage pour la volatilisation des Corps métalliques. Pour cet effet je mêlai deux parties de sucre de Saturne avec une partie de sel d'Ambre. En rapant, le mêlange se mit tout en bouïllie ; je versai ensuite dessus une partie d'huile de Vitriol ; cela donna une odeur fort acide, parce que l'huile de Vitriol dégageoit le vinaigre du plomb. Dans la distillation il s'éleva en haut par rayes un Esprit acéteux ; ensuite monta un sublimé abondant, mais qui contenoit le Sel volatil d'Ambre presque sans altération ; car en ayant fait l'essai sur l'or, il ne se montra aucune trace de l'argent vif. Le *Caput mortuum* demeura d'un noir gris. Il en fut de même dans une autre Expérience, où je pris deux parties de Vitriol de Chypre avec une partie de sel d'Ambre, que je rapai ensemble ; il ne s'en fit point de bouïllie en rapant, comme dans le cas précédent : je versai dessus une partie d'huile de Vitriol, il en sortit une odeur acide, & dans la distillation qui suivoit il s'éleva un Esprit acide, qui avoit une forte odeur de Soufre ; après quoi le sel volatil se sublima aussi presque sans aucun changement. Il demeura un *Crocus Veneris* d'un brun rougeâtre, qu'on peut employer à colorer la fritte de verre.

Avant que de finir, je crois qu'il est encore nécessaire d'examiner les rélations de notre Sel avec quelques terres, & quelques métaux. De la chaux vive, par exemple, mêlée avec poids égal de nôtre sel volatil, donne d'abord dans la distillation un phlegme, qui ne cause aucune altération au Syrop de violettes, & qui ne montre par conséquent aucune qualité urineuse, quoique le Docteur *Petermann* en affirme l'existence, mais peut-être qu'il avoit employé une autre proportion. Le résidu étant lessivé & filtré, donne une solution de chaux dans l'acide, & cela comme un acide végétable ; car cette solution se précipite aussi bien de l'huile de Tartre par défaillance, que de l'huile de Vitriol. La terre qui demeure après qu'on a lessivé, entre encore en effervescence avec l'Eau forte ; ainsi elle n'est pas devenuë selenitique,

lique, comme cela auroit pourtant dû arriver, s'il y avoit un acide vitriolique caché dans le sel d'Ambre. Si l'on met aussi de la chaux dans une solution de sel d'Ambre faite avec de l'eau, elle s'y dissout avec quelque effervescence, ensuite elle se coagule comme une gelée; cette gelée étant délayée avec de l'eau chaude & filtrée, donne aussi une solution, qui se précipite également du sel alcali, & de l'acide vitriolique.

Le Sel d'Ambre dissous avec l'eau, & bouilli avec du Soufre, n'en prend rien avec soi. Au contraire il dissout le Zinc, comme ont coutume de faire tous les acides, & se laisse ensuite précipiter avec un alcali, mais non avec un Esprit urineux; & quand celui-ci a été une fois versé abondamment dessus, il ne se précipite plus par aucun sel alcali. Quand on dissout du Régule d'Antimoine avec de l'Esprit de nitre, & qu'on y ajoute du sel d'Ambre, cela donne quelque effervescence, mais dans la distillation qui suit on n'obtient point de beure d'Antimoine, comme cela devroit pourtant être, s'il y avoit un acide de sel commun qui y fut contenu. Les solutions d'Argent & de Mercure dans l'eau forte n'en sont point précipitées. La solution de sel versée sur du cuivre en masse, a de la peine à en être attaquée, & ce n'est que la longueur du tems qui en rend l'effet sensible; au contraire la cendre de cuivre en est rongée plus vîte. Cette même solution de sel ne précipite pas la solution de plomb du vinaigre, ce que font pourtant ordinairement toutes les préparations de Sel commun & de vitriol; mais elle demeure tout à fait claire, & sans être troublée, ce qui n'arrive qu'avec l'acide végétable, & l'acide nitreux. Au contraire, quand je verse la solution de notre Sel sur du plomb ou sur du vermillon, & en procure la digestion, rien ne veut s'y dissoudre; car le liquide qu'on en fait écouler, n'a aucun goût douceâtre de plomb, & le sel commun n'en précipite rien; & à cet égard les choses se passent autrement qu'avec le reste des acides végétables. Quant au fer, non seulement il le réduit bientôt en *Crocus* par la coction, mais il se charge

ge aussi de quelques unes de ses parties ; à la vérité la solution a peu de couleur ; si l'on y ajoute une solution alcaline, cela se trouble en devenant épais & blanchâtre, mais ensuite il se pose un sédiment, ou *crocus* verdâtre, assez abondant. L'Esprit urineux le précipite de la même maniere.

J'ai dissous une fois un lot de sucre de Saturne dans du vinaigre distillé, & j'y ai jetté une dragme de sel d'Ambre, qui avoit aussi été dissoute dans le vinaigre ; j'ai tout tiré sur une retorte, & j'ai donné à la fin un feu véhément ; il ne s'est élevé à la vérité rien de sensible du plomb ; au contraire le *Caput mortuum* noir & poreux qui est demeuré, s'enflamme aisément, quand il vient à l'air, lorsqu'on brise la retorte, & il brûle comme un Pyrophore ; après quoi il reste une chaux jaune qui ressemble à de la litarge. Il est manifeste que cette inflammation vient de l'accrétion des parties inflammables du sel d'Ambre & du vinaigre qui sont unies au plomb, & que l'air met dans un mouvement intérieur, d'où résulte cet effet.

Toutes les Expériences que j'ai rapportées jusqu'ici suffiront, à ce que j'espère, pour démontrer d'une maniere convainquante la foiblesse des fondemens sur lesquels bâtissent ceux qui ont affirmé positivement, qu'il y avoit dans le Sel d'Ambre un acide de Sel, ou de Vitriol. Car, pour ce qui regarde l'acide du Sel, on ne sçauroit nier à la vérité, qu'une bonne partie de l'Ambre ne soit produite par l'eau salée de la Mer ; & le peu de sel, qu'on tire de l'Ambre crud en le faisant bouillir avec de l'eau, ou celui qui se trouve dans le *Caput mortuum* d'Ambre tout à fait brûlé, doivent bien venir de ce qu'il s'est attaché extérieurement à l'Ambre quelque chose de la salure de la mer ; mais cela ne parvient point jusqu'au sel volatil acide ; & l'Expérience qu'on allegue pour le prouver, savoir que l'Ambre crud avec deux parties de Salpetre détone, & qu'à la fin il en sort quelque quantité de Sel commun ; cette Expérience, dis-je, demande encore bien des précautions, malgré ce qu'on observe encore, que le Sel qui reste après la

détonation & la séparation, précipite le plomb & l'argent sous une forme blanche. Car il se peut que le Salpètre ait été impur, & qu'il ait contenu quelque portion de Sel, comme cela arrive ordinairement, quand on ne l'a pas exactement épuré; & il faut bien que dans la détonation tant la partie huileuse que la partie acide de l'Ambre soyent détruites. De plus les alcalis précipitent aussi l'argent & le plomb de l'eau forte sous une forme blanche; ainsi l'on ne sçauroit tirer aucune conséquence de cette couleur. On auroit dû essayer, si l'argent se réünissoit aussi en Lune cornuë, ou si la chaux précipitée, mêlée avec le régule d'Antimoine, donnoit aussi un beure d'Antimoine. Je vais plus loin encore, & je dis qu'il a pû aussi s'engendrer, ou se composer, quelque chose de l'acide du Sel. Au contraire rien n'empêche de croire, que, quand on fait l'extraction de l'ambre crud avec l'huile de Tartre par défaillance, & qu'on en fait la filtration six fois tous les quinze jours, il en sort un sel commun, qui avec l'huile de Vitriol pousse en vapeurs un Esprit de sel; mais ce sel n'est autre chose que le peu de Sel marin, qui s'est attaché à la surface de l'Ambre, & que j'ai dit pouvoir en être séparé, ou simplement par l'extraction avec l'eau, ou en le tirant du *Caput mortuum* calciné: mais ce n'est point là nôtre Sel volatil acide distillé d'Ambre. On se trompe aussi en croyant qu'il n'y a que le Sel commun qui décrépite sur les charbons; cela arrive également au Tartre vitriolé.

Les preuves destinées à établir, que l'acide de l'Ambre doit avoir la propriété vitriolique, ou procéder du Vitriol, sont pareillement insuffisantes. Il est bien vrai que l'huile de Vitriol se mêle avec le sel d'Ambre tout à fait tranquillement, sans aucune effervescence, & sans qu'il en sorte de vapeurs; mais cela n'arrive pas parce que ce sont des matieres homogenes, il faut l'attribuër à ce que la matiere molle & huileuse adoucit l'acide du Vitriol, & l'envelope. Pour en être convaincu, il n'y a qu' à prendre un morceau de Tartre, ou un morceau de sucre, ou des fleurs de *Benzoe*, & y verser de l'huile de Vitriol goutte

goutte à goutte, on verra alors que cette huile s'imbibe de même tout doucement, sans effervescence ni vapeur. Dans tous ces Corps il y a manifestement un acide, mais qui est toujours uni en quelque sorte avec des parties grasses ou inflammables; cependant personne ne s'avisera de soutenir qu'on doit en conclure, que l'acide du Tartre, du sucre, & de fleurs de *Benzoe*, est de la même nature que l'acide du Vitriol.

Enfin tout ce qui a été dit dans ce Mémoire, met en état de juger aisément de ce que l'on doit se promettre des compositions artificielles d'Ambre qui ont été proposées jusqu'à présent par *Glauber*, *Boccone*, *Le Mort*, *Neumann*, & d'autres: c'est qu'elles ne remplissent point l'attente qu'ils en font concevoir. Ce ne sont pour l'ordinaire que des Résines coagulées, ou des corps bitumineux, qui ne donnent point sur les charbons une odeur d'ambre, ne produisent point dans la distillation notre Sel volatil acide, & n'ayant point la dureté propre à l'Ambre, ne sçauroient être réputés la même matiere. Et quand même on viendroit à bout d'imiter parfaitement l'Ambre avec l'acide du sel, ou du Vitriol, il n'en résulteroit pourtant pas encore, que le sel acide d'Ambre qu'on en tireroit, dût être d'une nature saline, ou vitriolique; mais l'on seroit seulement d'autant plus convaincu par là, que ces acides, par une union particuliere, & plus étroite avec les parties inflammables, se transforment en une autre sorte d'acides, & ne conservent plus la nature & les propriétés qu'ils avoient auparavant. L'existence d'un acide universel peut servir à expliquer comment cet acide devient un acide végétable, & repandre du jour en même tems sur la grande & vaste Science du *Metaschematisme*, ou de la Transformation des Sels. Car la conséquence palpable de toutes les Expériences précédentes, c'est que le Sel volatil d'Ambre n'est, ni un acide ordinaire de Sel, ni un acide ordinaire de Vitriol, mais qu'il ressemble dans le plus grand nombre de points à l'acide végétable; comme réciproquement les fleurs de *Benzoe*, en égard à leur sublimation séche & à quelques

autres

autres circonſtances, ont beaucoup de rapport avec notre Sel, ſuivant que M. *Neumann* l'a déjà remarqué, avec cette difference ſeulement que celui-ci, à cauſe de la quantité de ſes parties réſineuſes, ſe diſſout très promptement dans l'Eſprit de vin, tant ſimple que très rectifié; & qu'il lui donne un goût fort piquant.

Rien ne feroit plus efficace pour opérer une entiere conviction, que de pouvoir produire un Sel d'Ambre par voye de compoſition; & l'on a eſſayé s'il étoit poſſible de le tirer du mêlange & de la digeſtion du Tartre crud & de l'huile d'Ambre, ou de l'*oleum petræ*; mais jusqu'à préſent cela n'a pas voulu réüſſir. Il arrive ſouvent que la longueur du tems pendant pluſieurs ſiecles amene à la fin de ſemblables compoſitions, qu'il n'eſt pas aiſé à la Chymie d'effectuer par des voyes plus abrégées.



EXAMEN

EXAMEN CHYMIQUE
DU BOIS DE CEDRE,
PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

Ce Mémoire a pour objet unique l'examen du bois de Cédre, tel qu'on l'apporte ici à l'ordinaire pour le vendre, dépouillé de son écorce, & dont le bois blanc qui touche immédiatement à cette écorce, est même presque entierement détaché. Ce n'est donc que la partie rouge & odoriférante de ce bois, qui a été employée à mon travail; & c'est d'elle seule qu'il faut entendre toutes les recherches dont je vais rendre compte.

II. L'Arbre duquel on tire ce bois, dit de Cédre, porte les noms suivans;

Abies foliis fasciculátis acuminatis Linnæi,
Larix orientalis, fructu rotundiori obtuso Turnefortii,
Cedrus Hebræorum Libani & Palestinæ præcelsa Adamii Lobelii, &
Cedrus conifera foliis laricis Caspari Bauhini,

Cet Arbre croit sur les Monts *Liban*, *Taurus* & *Amanus*, quoique ce ne soit pas en grande quantité; au contraire on le trouve aujourdhui beaucoup plus abondamment en Afrique, dans le Royaume de *Congo*, où les habitans employent ce bois à construire des Vaisseaux. On en trouve aussi dans les Isles *Terceres*, dans la Nouvelle Espagne, dans la Virginie, & dans la Floride.

III. Quoique le bois de Cédre appartienne à l'espece des pins, sapins, & autres arbres qui donnent de la résine & de la therébentine; il s'en distingue cependant par sa legèreté particulière, aussi bien que par sa couleur rouge, & par son odeur agréable ; ce qui fait aussi que l'huile essentielle, séparée de ce bois de Cédre, est fort differente de celle qu'on tire des autres bois que je viens de nommer. C'est ce que la suite dc ce Mémoire fera voir plus au long.

IV. Je viens à présent au fait, & je rapporte les opérations Chymiques que j'ai faites sur le bois de Cédre, aprés la lecture desquelles chacun pourra aisément juger en quoi il diffère des autres bois dans l'espece desquels on a coutume de le placer, & l'on découvrira en même tems les parties qui le constituent. J'ai pris donc quelques livres de ce bois, après en avoir ôté soigneusement ce qui pouvoit encore rester autour de la partie blanche de l'écorce, laquelle n'a point d'odeur ; & j'ai rapé le bois même. J'ai mis une livre de ce bois rapé dans un vaisseau à distiller, j'ai versé dessus six à huit quartes d'eau nette, & j'ai procédé à la distillation en la maniere accoûtumée, en faisant passer dans un récipient adapté pour cet effet deux on trois quartes de liqueur distillée ; mais j'eus la précaution de séparer la premiere quarte, comme contenant le plus d'huile essentielle, en changeant le récipient. De cette maniere je tirai toute l'huile essentielle du bois de Cédre, en sorte qu'à la fin il en restoit à peine quelques gouttes, qui ne signifioient plus rien. Après cela je levai toute l'huile qui surnageoit au dessus de ces differentes distillations d'avec l'eau qui étoit au dessus, en me servant pour cet effet d'un verre à séparer ; & cela me donna le poids d'un peu plus de deux dragmes d'huile essentielle, que m'avoit fourni une livre de bois de Cédre rapé.

V. Cette huile essentielle est une huile assez épaisse, jaunâtre, ou même souvent assez jaune, & qui a l'odeur du bois de Cédre ; elle se dissout assez aisément dans de l'Esprit de vin très rectifié, à un froid médiocre elle s'épaissit & prend plus de consistance, mais à un plus grand

grand degré de froid elle s'épaissit tellement qu'on peut tourner le verre qui la contient, sans qu'il s'en écoule une seule goutte. Ici cette huile essentielle, tirée du bois de Cédre, se distingue tout à fait des huiles qu'on tire des autres especes de bois indiquées au §. III. savoir de l'huile de Templin, de Therébentine & de Pin, qui au plus grand froid ne s'épaissit point. Avec cela cette huile essentielle du bois de Cédre est beaucoup plus pesante que les huiles susdites, puisqu'étant mêlée avec l'Esprit de vin le plus rectifié elle ne s'éleve pas si aisément sur l'alembic, que ces autres huiles. Cette même huile de bois de Cédre est aussi beaucoup plus difficile à distiller avec de l'eau, que l'huile de Templin, de Therébentine, & de Pin.

VI. Pour continuer à séparer les autres parties solubles de ce bois, je pris un quart de livre, ou quatre onces, de bois de Cédre rapé bien fin, je le mis dans une poële de cuivre nette, je versai dessus une quantité suffisante d'eau froide; je fis cuire ce mêlange jusqu'à diminution de la moitié, & exprimai la décoction par un drap. Je fis cuire de nouveau ce qui étoit resté dans le drap avec davantage d'eau, & je continuai jusqu'à ce que l'eau n'eut plus, ni goût, ni teinture; après cela je filtrai les décoctions, & je procurai l'évaporation jusqu'à la consistance d'un Extrait, ce qui me donna ℥ v gr. 30 d'Extrait aqueux, ou de premiere gomme. Cet Extrait avoit une odeur assez agréable, jointe à un goût de sel; & avec le tems il se forma à la surface plusieurs petits crystaux salins, qui, suivant toutes les épreuves que j'en ai faites, n'étoient autre chose qu'un sel commun. Ensuite je fis bien sécher le bois qui étoit resté de l'extraction précédente, & je trouvai qu'étant desséché il pesoit encore trois onces & deux dragmes. Je pris cette partie bien desséchée du bois, qui étoit demeurée de l'extraction faite avec l'eau, je la mis dans un alembic, & je versai dessus autant qu'il faloit d'Esprit de vin très rectifié. Je le mis ensuite à une forte digestion, j'en pressai dehors le mixte, & sur ce qui étoit resté après l'expression je mis de nouveau de l'Esprit de vin très rectifié

frais. Je continuai ces extractions, jusqu'à ce que l'Esprit de vin ne prit plus la moindre couleur. Après cela je versai toutes ces extractions ensemble, & je fis l'abstraction de l'Esprit de vin qu'elles contenoient, jusqu'à ce qu'il restât environ deux onces de liqueur. Je versai ces deux onces restantes dans un petit vase, & je les fis évaporer jusqu'à la consistance d'un Extrait épais; ce qui me procura encore deux Scrupules d'un Extrait résineux, pur, ou second, qui avoit une fort bonne odeur balsamique.

VII. Je changeai après cela la maniere de procéder à l'extraction, & au lieu de l'eau que j'y avois employée auparavant, je me servis d'abord d'Esprit de vin. Je mis ensuite un quart de livre, ou quatre onces, de bois de Cédre rapé dans une cucurbite; je versai dessus une quantité convenable d'Esprit de vin très rectifié, je couvris la cucurbite avec le chapiteau, j'adaptai un récipient, & après avoir luté les jointures, je fis distiller par la coction dans une coupelle de sable environ deux à trois onces de l'Esprit de vin par dessus; mais contre mon attente cet Esprit n'eut aucune odeur de bois de Cédre, ce que la pesanteur de l'huile qu'on trouve dans ce bois explique suffisamment. Là-dessus j'exprimai le mixte qui étoit resté dans la cucurbite, je versai sur ce qui demeura après cette extraction de nouvel Esprit de vin très rectifié, continuant cette extraction en remettant toujours de l'Esprit de vin frais, jusqu'à cet Esprit ne se chargeât plus d'aucune couleur. Après cela je versai ensemble toutes ces extractions, je procédai à l'abstraction de l'Esprit de vin qu'elles contenoient, & je fis évaporer le reste, suivant ce qui a été dit §. VI. en le faisant parvenir doucement à la consistance d'un Extrait. De cette maniere j'obtins deux dragmes & 30 grains d'Extrait résineux premier, ou moins impur, qui avoit pareillement une odeur balsamique agréable; surquoi il faut encore remarquer, que cette extraction, quand on extrait premièrement le bois de Cédre avec de l'Esprit de vin très rectifié, prend une fort belle couleur rouge. Après avoir fait sécher le bois qui étoit resté de cette extraction, je le

pesai,

pesai, & j'en trouvai trois onces, cinq dragmes, & trente grains. Je fis aussi-tôt cuire ce reste avec de l'eau, & en réïtérant plusieurs fois l'affusion de l'eau, la coction, & l'expression, je trouvai les mêmes résultats qu'au §. VI. Enfin je versai toutes ces décoctions ensemble, je les filtrai, & les fis évaporer jusqu' à la consistance d'un Extrait plus épais; ce qui me donna trois dragmes & demie, & dix grains, d'un Extrait gommeux second, ou pur. Je pesai le résidu desséché, & il alloit à trois onces, quatre scrupules, & dix grains; mais je ne trouvai plus dans ce résidu aucunes parties solubles par les deux menstruës, tant par l'eau que par l'Esprit de vin. C'est là donc ce qui forme les parties constituantes séparées du bois de Cédre, autant que ces parties peuvent être séparées sans destruction.

VIII. Il me restoit à savoir à présent, ce que je pourrois tirer du bois de Cedre en le détruisant, c'est à dire, en l'exposant à l'action d'un feu violent, sans employer des menstruës pour le dissoudre. Pour cet effet je pris huit onces de bois de Cédre rapé, j'en remplis une retorte de verre proportionnée, je la mis dans une coupelle de fer, & y ayant adapté un récipient, & tout soigneusement luté, je donnai le feu par degrés jusqu'à l'extrème incandescence. Cela me donna d'abord six dragmes & quinze grains de phlegme & d'huile, qui étoit blanche comme de l'eau; cette huile qui surnageoit, pouvoit aller à vint grains. J'eus ensuite une huile rougeâtre transparente, avec une liqueur tirant à l'acide, qui étoit jaunâtre. Cette distillation pesoit une once & demie & quinze grains, sur quoi l'huile empyreumatique faisoit environ une dragme & un scrupule. Il suivit après cela autour d'une dragme d'une huile empyreumatique avec l'Esprit qui débordoit en même temps, ce qui faisoit en tout sept dragmes. Il sortit encore une dragme d'huile empyreumatique, qui étoit au fonds, & par dessus un Esprit d'un jaune foncé; le tout faisant six dragmes & quinze grains. Tout à la fin, & en donnant le feu le plus fort, il vint une huile épaisse & molle, qui pesoit environ dix grains, & qui se tenoit

au fonds ; cette huile, avec l'Esprit qui la débordoit, alloit en tout à une demi-once & quinze grains. Toute la distillation que j'obtins par ce moyen, montoit à quatre onces & demie, où il se trouvoit environ une demi-once d'huile empyreumatique. Le *Caput mortuum*, qui étoit aussi noir que du charbon, pesoit trois onces.

L'Esprit empyreumatique, qui dans cette distillation avoit débordé après le phlegme, étoit de l'espece de tous les autres vinaigres semblables, & avoit une acidité sensible.

Enfin j'ai aussi brûlé une livre de bois de Cédre à un feu découvert, & je n'en ai pu tirer que quinze grains d'une cendre nette, où se trouvoient quelques grains d'un sel, qui avoit une parfaite ressemblance avec le sel alcali fixe.



RECHERCHES ANATOMIQUES,

I. SUR LA NATURE DE L'EPIDERME, ET DU RÉSEAU, QU'ON APPELLE MALPIGHIEN;

II. SUR LA DIVERSITE' DE COULEUR DANS LA SUBSTANCE MÉDULLAIRE DU CERVEAU DES NÉGRES.

III. DESCRIPTION D'UNE, MALADIE PARTICULIERE DU PERITOINE.

PAR M. MECKEL.

Traduit du Latin.

I.

De la nature de l'épiderme, & du réseau qu'on appelle Malpighien.

I.

On est dans des sentimens differens sur la nature de l'épiderme, & sur sa couleur dans les Négres. Les uns prétendent qu'il est blanc, les autres qu'il est noir. J'ai crû que la chose méritoit que je l'examinasse avec toute l'attention dont je suis capable, & que je profitasse de l'occasion favorable que j'en avois, en faisant la dissection d'un Négre, pour voir si mes Observations pourroient me mettre en état d'ajouter quelque chose à ce que de très habiles Anatomistes ont déjà dit sur ce sujet. Quoique la saison fût incommode, ce Négre étant mort

mort pendant les Canicules, je n'en fis pas mes recherches avec moins d'exactitude, parce que de telles occasions sont rares ici, & que ceux qui en ont déjà eu de pareilles, se sont plutôt amusés inutilement à conserver le masque noir & l'assemblage des os de cette espece d'hommes, qu'à disséquer leur corps d'une maniere qui puisse conduire à la découverte de quelques vérités utiles.

II. Le 26 Juillet 1753. il mourut un Négre âgé de douze ans, dans la Maison de M. le Comte de *Neale*, qui a bien voulu rendre au Public & à l'Académie le service de permettre la dissection de ce cadavre. Je l'ai disséqué le lendemain de sa mort; & comme j'étois dans le dessein d'entrer dans le détail de toutes les Observations qui concernent les divers états de l'épiderme, & les changemens qu' y apportent les préparations qu'on lui fait subir, j'ai séparé du tronc un bras & un pied, dont j'ai rempli les vaisseaux, en y injectant une matiere céreuse; ce qui a parfaitement bien réüssi, en sorte qu'à travers la peau noirâtre on voyoit l'épiderme d'un rouge trés vif.

III. Je n'ai pas trouvé que la peau eut la même noirceur par toute la surface du corps; au contraire j'ai trouvé qu'elle étoit tout à fait differente, & qu'elle répondoit à la plus grande ou moindre épaisseur de la peau & de l'épiderme, à l'exception de la paume de la main & de la plante du pied. En général la peau du corps étoit plus délicate que celle des Blancs; & surtout au visage elle étoit tout à fait déliée & polie. Sa couleur dans cette partie étoit brunâtre, ou un peu plus noire que la couleur cendrée. A' la nuque, où la peau & l'epiderme avoient plus d'épaisseur, le noir étoit plus foncé; & la noirceur alloit en augmentant dans le dos, jusqu'à ce que tout au bas, vers l'*os sacrum*, elle étoit à son plus haut degré. C'étoit aussi dans cet endroit, & au plus haut de la cuisse, surtout dans la région du grand *trochanter*, que la peau & l'épiderme étoient le plus épaisses; & l'on trouvoit des particules desséchées d'une couleur cendrée, adhérentes à l'épiderme, en plus grand nombre vers l'*os sacrum*, & la partie supé-

rieure

rieure de la cuisse. La peau de la poitrine étoit tendre, & généralement plus pâle que celle du dos ; vers les mammelles elle étoit d'un jaune tirant sur le noir. Un épiderme tout-à fait noir, épais, & que la friction rendoit raboteux, couvroit la peau du coude & de l'olécrane; mais depuis la flêchissure du coude jusques vers la main, la noirceur alloit insensiblement en décroissant, jusqu'à ce qu'au dos des doits elle devenoit cendrée, & dans la paume tout à fait blanche, & pareille à la notre. Il en étoit de même à la plante du pied, qui ne différoit en rien de celle des Européens. Tout comme à l'avant-bras, la couleur noire de la peau alloit insensiblement en décroissant jusques vers le bas du pied, de sorte que celle des chevilles étoit d'un noir jaunâtre, & celle du dos du pied d'une couleur cendrée. La peau de l'abdomen, qui étoit couverte d'un épiderme assez épais & raboteux, surpassoit en noirceur celle de presque tout le reste du corps, si l'on excepte celle qui couvroit le bas du dos autour de l'os sacrum, les fesses, & les épaules.

IV. Dans la peau, surtout des cuisses, il y avoit des tâches noirâtres dispersées, & qui présentoient une apparence différente de celle du reste de la peau. Ces places étoient des cicatrices de la petite vérole, qu'il avoit euë un an avant sa mort. Ces endroits de la peau étoient réellement de la même noirceur que le reste, & ne paroissoient differens qu'à cause que leur cuticule qui étoit plus mince, environnoit de petits cercles plus enfoncés que le reste de la peau, & étoit ensuite entourée d'une cuticule plus dure, ce qui formoit au milieu une espece d'élévation.

V. Ces marques de petite vérole, pareillement recouvertes d'un épiderme noir, sont très propres à expliquer l'origine de l'épiderme & de sa couleur noire ; mait il faut auparavant donner ici une explication plus exacte de la maniere dont l'épiderme, après avoir été détruit, s'engendre de nouveau.

VI. Au commencement de la petite vérole, savoir dans le temps de l'éruption, l'endroit où elle nait, se distingue à peine du reste de la peau ; la peau jaunit seulement un peu, & il se fait un gonflement d'une couleur cendrée à l'endroit où est la pustule : de sorte que c'est plutôt par les autres symptômes que par l'inspection du corps, qu'on peut reconnoitre cette maladie, & en juger. Ensuite, pendant la suppuration, les petites vessies s'élevent de plus en plus, & prennent une couleur plus jaunâtre, différente de celle du reste de la peau. Le tems nécessaire pour que la petite verole séche & tombe, est plus long pour les Négres que pour nous ; & les grains demeurent quelquefois à demi-secs pendant trois ou quatre semaines. Quand après cela la croute de la petite verole s'en est allée, la peau paroit au commencement jaunâtre, d'où elle passe insensiblement à un jaune noirâtre, la cuticule est brillante & fort déliée ; mais deux ou trois mois après la chûte des croutes, elle devient plus dure, & en même temps plus noire, jusqu'à ce qu'elle se retrouve au même degré de noirceur avec le reste de la peau, dont elle ne différe plus que par l'épaisseur ; c'est pourquoi la peau épaisse qui environne, paroit en même temps un peu moins noirâtre. L'épiderme descend aussi profondénent dans le cercle extérieur de la cicatrice de petite vérole ; c'est pourquoi, après l'avoir levée, on la trouve plus large que la partie de la peau qu'elle avoit converte. En général la même chose a lieu dans tout l'épiderme, savoir qu'après être separé de la peau qui est dessous, il a beaucoup plus d'etendüe que la peau même, ou forme une surface plus grande qu'elle, parce qu'il descend dans les sillons mêmes de la peau, & n'est pas susceptible de contraction comme elle. C'est ce qui paroit surtout au nombril, qui dans tous ses profonds replis est couvert d'une peau noirâtre, qui est le double plus grande que la peau même du nombril, aussi bien que dans les mammelons, qui sont profondément revêtus dans tous leurs sillons d'un épiderme fort étendu.

VII. L'épiderme est adhérent partout à la peau ; premiérement par le moyen d'une mucosité qui est noire dans les Négres ; en second

second lieu, par les racines des poils qui prennent naissance dans la peau, & qui sont envelopés extérieurement de l'épiderme. De là vient que cette adhésion est plus ou moins forte en differens endroits. Il n'y a presque aucune partie du corps, à l'exception de la paume des mains & de la plante des pieds, où l'épiderme n'ait cette double liaison avec la peau. C'est pour cela que partout, dans la poitrine, la peau de l'abdomen, le cou, les épaules, les bras, le dos, les cuisses, & les chevilles, l'épiderme a du côté qui est tourné vers la peau une infinité de petites racines blanches transparentes, qui manquent entierement dans les endroits qui couvrent la paume de la main & la plante du pied. Ces petites racines forment la connéxion très étroite qui se trouve entre l'épiderme & la peau, ensorte qu'on ne peut les séparer qu'en dissolvant par la macération la liaison solide des fibres celluleuses de la peau, parce que c'est alors seulement que ces petites racines adhérentes à l'épiderme abandonnent la peau.

VIII. Comme les Auteurs se partagent en divers sentimens au sujet de ces petites racines, les uns les prenant pour des ligamens, les autres pour des vaisseaux qui se trouvent parmi les racines des poils qui entrent dans l'épiderme, j'ai apporté tous mes soins à m'assurer de leur nature. Ces petites racines arrachées, paroissoient à la simple vuë transparentes, & remplies en dedans de rayes noires ; mais par le moyen d'un Microscope qui grossit presque infiniment les objets, j'ai vû de la maniere la plus distincte, qu'il n'y a rien qui sorte de cette surface intérieure de l'épiderme, à l'exception des racines brillantes des poils, qui sont pourvuës de petits bulbes oblongs & blanchâtres. Mais, pour me procurer une plus grande certitude, s'il y a des vaisseaux qui se rendent à l'épiderme, j'ai fait macérer dans l'eau, trois semaines pendant les Canicules, le bras & le pied que j'avois fort soigneusement rempli de matiere injectée. Pendant cet espace de temps tout l'épiderme qui couvroit la peau du reste du corps s'étoit dissous, en sorte qu'il étoit tombé de lui-même, la membrane muqueuse, ou

le réſeau Malpighien, ayant été réduite en une liqueur brune. Mais l'épiderme des parties injectées conſerva une adhérence très ferme. En recherchant avec toute l'application poſſible la cauſe de ce phénomene, j'ai trouvé qu'il n'y avoit abſolument aucun petit vaiſſeau rempli, qui joignit l'épiderme avec la peau ; mais ces petites racines, ou les bulbes des poils, s'étoient engagées avec beaucoup plus de force dans la peau ; & c'étoit-là la véritable raiſon de cette adhérence ſi étroite. En effet les vaiſſeaux cutanés ayant été premièrement remplis avec toute l'exactitude poſſible, pouvoient mieux réſiſter à la corruption & à la diſſolution ; tandis que les fibres plus roides, & mieux appliquées les unes contre les autres, retenoient avec plus de force les bulbes des poils plus étroitement engagés dans l'épiderme. Auſſi, en faiſant au bout de trois ſemaines la ſéparation de l'épiderme, la plûpart des petits bulbes des poils demeurerent dans la peau, tandis que dans le même tems ils ſortoient tous d'eux-mêmes de la peau qui n'avoit pas été injectée. Il en fut tout autrement de l'épiderme des paumes des mains & des plantes des pieds. Comme ces racines des poils y manquoient, dès le 8 ou 10 jour l'épiderme ſe ſépara entierement de ces parties & des doits, quoique la peau y fut très rouge & fort exactement remplie. Je la conſerve encore, & l'on n'y peut appercevoir au Microſcope aucun petit point, où les vaiſſeaux qui traverſent la peau ne s'offrent à la vuë parfaitement remplis. Mais il n'y a pas le moindre de ces vaiſſeaux qui ſe rende à l'épiderme, & qui en s'y répandant s'y termine. D'ailleurs aſſurément, ſi la liaiſon étroite de l'épiderme avec la peau ſe faiſoit par le moyen des vaiſſeaux, il faudroit qu'elle fut plus forte encore aux paumes & aux plantes que dans les autres endroits, puiſque les vaiſſeaux y abondent, & qu'elles paroiſſoient toutes rouges après une copieuſe injection. La même choſe arriva en faiſant cuire la peau avec l'épiderme. Car l'ayant mis enſuite à macérer dans un même vaſe d'eau avec un morceau de peau non cuite, elle ne ſe ſépara pas de la peau, mais elle y demeura fermement attachée. La raiſon en eſt la même, ſçavoir que les fibres cellu-

luleuses de la peau, mieux unies entr'elles par la coction, tenoient plus serrées ces racines, ou bulbes des poils, & rendoient ainsi la liaison de l'épiderme avec la peau plus étroite.

IX. Mais il se présente ici une question, sur la maniere dont l'épiderme, dans les diverses parties du corps, se sépare de la peau; dont l'examen peut contribuer encore à nous en faire mieux découvrir la nature. J'ai déjà indiqué deux causes d'adhésion, sçavoir la membrane muqueuse, ou le réseau Malpighien, & les racines des poils, parmi lesquelles on compte les petits vaisseaux qui percent & exhalent en dedans & en dehors; après la destruction desquelles racines, ou vaisseaux, la liaison de l'épiderme avec la peau ne subsiste plus.

X. La macération dissout insensiblement cette membrane muqueuse, & dans les Négres la réduit en une liqueur noire. Dans l'état naturel cette mucosité n'est pas toujours également fluide, mais lorsque la cuticule a été tout fraîchement séparée, les particules en sont fortement cohérentes, & elle tient avec tant d'opiniâtreté à l'épiderme, qu'il n'y a presque alors aucun moyen de l'en séparer. Mais si vous prenez ce même épiderme, qui après la macération se détache fort aisément de la peau & de la membrane muqueuse, après la dissolution de celle-ci, & que vous le mettiez dans l'esprit de vin, la mucosité s'épaissit, & l'adhérence à la peau redevient fort étroite. Cela fait bien voir, que ce réseau Malpighien n'est autre chose qu'une liqueur muqueuse épaissie en une membrane, que la putréfaction & la macération dissolvent fort aisément, tandis que la peau & l'épiderme conservent le tissu ferme de leur structure. C'est en général la nature des liqueurs muqueuses & lymphatiques du corps humain, que l'esprit de vin les épaissit, au lieu que l'eau en procure une promte solution. La même liqueur muqueuse exposée à l'air s'épaissit, & forme une croute semblable à de la corne.

XI. Mon illustre & respectable Maître, M. de *Haller*, dans l'incomparable Ouvrage qu'il a intitulé *Essai de Physiologie*, a conjecturé

 que

que c'étoit de cette maniere que s'engendroit l'épiderme ; & je vais confirmer cette opinion, tant par la voye du raisonnement que par celle des Expériences. Les Anciens, & entr'autres *Vesalius* (*), ont appellé la cuticule *l'efflorescence de la peau* ; & le célébre *Morgagni* y a apporté quelque correctif, en disant (**) que l'épiderme étoit la surface extérieure de la peau, ou une petite lame comprimée par l'air. *Ruysch* nomme positivement (***) l'épiderme, l'efflorescence des papilles nerveuses. *Leuwenhoek*, & après lui le grand *Boerhaave* (****), avancent que la réünion des extrémités des vaisseaux exhalans forme l'épiderme. Enfin *Garengeot* est dans l'idée, que l'épiderme est une croute, qui se forme de l'endurcissement de la mucosité cutanée, ou du réseau Malpighien.

XII. La couleur de l'épiderme des Négres démontre au premier coup d'oeil qu'il est entierement séparé de la peau même, & qu'on ne sçauroit le prendre pour la surface extérieure de cette peau durcie. Car on voit une peau parfaitement blanche sous la mucosité noire & sous l'épiderme ; & cette mucosité se dissout facilement en liqueur, ce à quoi on ne réduira jamais la peau même. Là même où il n'y a point de vraye peau, & où sa continuité est interrompuë, comme au nombril, la cuticule existe pourtant, & se trouve cohérente partout, & elle ne finit point avec la peau dans la partie coupée du nombril. Il n'y auroit point de raison non plus, pourquoi dans les places gâtées par la petite verole, l'épiderme noir se produiroit dans un Négre qui se trouve transplanté dans nos régions septentrionales, tandis qu'il revient blanc aux naturels du païs ; & cela fait voir de plus en plus que l'épiderme est une substance particuliere tout à fait differente de la peau.

XIII.

(*) *De humani corporis fabrica*, L. II. C. 5. p. 1555.

(**) *Adversar.* II. *Animadvers.* 3.

(***) *Thes. Anat.* II. Ass. IV. n. 6. & Th. IX. Ass. II. n. 37.

(****) *Instit. rei medicæ, cum Comm. Halleri*, Vol. III. p. 537.

XIII. Son insensibilité est une preuve suffisante, qu'il ne doit point être pris pour une excrescence des petites papilles nerveuses. L'augmentation de l'épiderme ne fait point accroitre le sentiment; au contraire il l'émousse. Ce n'est pas que les nerfs ne puissent contribuër en quelque chose à sa génération par le moyen des vaisseaux exhalans; mais cela ne met nullement en droit de l'appeller une excrescence des nerfs, y ayant une différence totale entre un vaisseau, & la liqueur qu'il contient, ou qui en sort par voye d'excrétion. Suivant ce sentiment l'épaisseur de l'épiderme devroit être en proportion avec les nerfs, ce qui n'a point lieu dans le corps humain. Il se distribuë aux lèvres une quantité immense de nerfs, qui sont pourtant revêtus de l'épiderme le plus mince; par exemple, à la plante & sur le dos du pied la quantité des nerfs est petite, eu égard à l'étenduë de ces parties, & cependant la cuticule est fort épaisse. Ajoutez dans le cas dont il s'agit ici, la couleur blanche des nerfs, & la couleur noire de l'épiderme; ce qui ne devroit pas avoir lieu, si l'épiderme tiroit son origine des nerfs.

XIV. Que ce soit la réünion des petits tuyaux des vaisseaux qui forme l'épiderme, c'est une supposition que la vuë seule détruit; il paroit plutôt, lors-même qu'on le considère au meilleur Microscope, soit sec, ou humide, que c'est un tissu continu, & sans aucun trou visible. D'ailleurs l'épiderme s'engendre également dans les endroits du corps, où il n'y a point de vaisseaux exhalans qui portent leurs embouchures, comme dans une cicatrice que vous trouvez également garnie partout d'épiderme, & dans le nombril où il descend profondément jusqu'aux derniers replis des vaisseaux umbilicaux coupés, & de là vient qu'il a plus d'étenduë que le nombril même, quoiqu'il n'y ait là aucune véritable peau, mais plutôt une ouverture, qu'on peut fort bien appercevoir dans les dilatations causées par les hernies, ou par la grossesse. Il en est de même des marques de petite vérole, que l'épiderme couvre partout. C'est ce qui ne me permet pas d'adopter cet-

te

te opinion qui attribuë à l'épiderme une ſtructure organique. Elle eſt outre cela expoſée à la même difficulté que la précédente, ſavoir celle de la couleur noire de l'épiderme, tandis que les vaiſſeaux dans un Négre ſont partout de la dernière blancheur, ce qui rend tout à fait vraiſemblable, que leurs extrémités devroient conſerver la même couleur.

XV. Je vais donc me ſervir des Obſervations que j'ai faites dans la diſſection du Négre dont il s'agit dans ce Mémoire, pour tâcher de déterminer, quelle eſt la nature de l'épiderme, & comment il diffère du réſeau qu'on nomme *Malpighien*.

XVI. Partout où l'épiderme eſt étendu ſur la peau, on trouve au deſſous une membrane muqueuſe, qui dans les Négres eſt noire, ou d'un brun fort foncé. C'eſt cette membrane à laquelle *Malpighi* a donné autrefois le nom de *réſeau*, eſtimant que c'étoit une véritable membrane, & que les nerfs & les autres vaiſſeaux la perçoient en forme de réſeau. Il n'eſt pas difficile d'en faire la préparation dans une langue de boeuf, ou de mouton, cuite; car la coction, en l'endurciſſant, lui donne de la cohéſion, & l'apparence d'une membrane; mais cela ne réüſſit pas de même avec une langue humaine, beaucoup moins avec de la peau de Négre cuite. C'eſt pourquoi les plus célébres Anatomiſtes, & principalement, M. de *Haller*, ont révoqué en doute la ſubſtance membraneuſe de cette mucoſité. Mais il n'y a perſonne qui ne puiſſe arriver à la conviction ſur ce ſujet par la voye des Expériences.

XVII. Dans le corps humain, il n'y a point d'autre partie que la lymphe muqueuſe, dont la cohéſion viſcide forme des membranes, qui, ſurtout lorsqu'elles ſont encore toutes fraîches, & que l'air ou la chaleur ne les ont point deſſéchées & durcies, peuvent être aiſément diſſoutes, & réduites en un fluïde, par la macération & la putréfaction; tandis que l'air & l'eſprit de vin les durciſſent. C'eſt ce qui arrive au réſeau

réseau Malpighien. Aussi-tôt que la peau macérée dans l'eau éprouve la dissolution, cette mucosité noire qui est entre la peau & l'épiderme se dissout pareillement ; d'abord elle devient molle, & l'on peut la séparer aisément de l'épiderme, auquel elle tient avec force, quand la peau est fraîche ; & alors elle a une extrême ressemblance à cette mucosité pituitaire, ou morve, qui s'attache à la membrane des narines. Cette matiere muqueuse, brune dans les Négres, n'existe pas partout dans la même quantité, mais elle est beaucoup plus abondante, là où la cuticule est plus épaisse, comme aux cuisses, aux fesses, au dos, à l'abdomen, & en moindre quantité à la poitrine, au visage, sous les aisselles ; & on ne sçauroit seulement l'appercevoir aux plantes des pieds, & aux paumes des mains, où la couleur brune manque. Cette mucosité est si molle qu'on peut aisément l'enlever avec le coûteau, elle s'épaissit dans l'esprit de vin, & prend la forme d'une membrane, ce qui lui arrive aussi, lorsqu'elle se desséche; mais ensuite, lorsqu'on la considére au Microscope, on reconnoit que ce n'est point une membrane continuë, mais que cette matiere en se desséchant s'est réünie en bandes noires, plus ou moins épaisses, & qu'il y a par ci par là sur la peau des espaces où cette mucosité noire manque. Si l'on continuë plus longtems la macération, la mucosité se dissout entierement sous l'épiderme, & se mêle parmi l'eau qui s'insinuë entre la cuticule & la chair, formant une liqueur brune. Quand cette solution est achevée, toute la cohésion de l'épiderme avec la peau cesse, il s'en sépare entierement, & cette liqueur rassemblée remplit l'espace entre l'épiderme lâche & la peau. Cependant la structure de l'épiderme demeure ferme ; & une macération longtemps continuée ne suffit pas pour la détruire. Cette mucosité noire est répanduë partout ; elle est adhérente à l'épiderme même dans les plus profonds replis du nombril, & tant que la peau est fraîche, elle ne le quitte jamais ; mais l'épiderme avec la mucosité qui lui est adhérente, en forme de membrane noire, se détachent sans peine de la peau qui est parfaitement blanche. Cette membrane muqueuse noire ne peut ensuite

être ſéparée de l'épiderme par d'autre voye que par la macération & la putréfaction. Mais, lorsqu'on fait macérer dans l'eau la peau avec la cuticule jusqu'à putréfaction, cette membrane muqueuſe brune devient plus adhérente à la peau, & abandonne avec beaucoup de facilité la cuticule. J'en conſerve la preuve dans des morceaux de peau de pluſieurs parties du corps, auxquels cette membrane muqueuſe tient toute entiere, après s'être détachée d'elle-même de l'épiderme, dont la couleur eſt cendrée.

XVIII. Nous apprenons par cette ſéparation, que tant que la membrane muqueuſe n'eſt pas privée de ſa viscidité, elle fait presque un ſeul corps continu avec l'épiderme ; car elle y entre, & s'inſinuë trés étroitement dans les plis, rides, & cavités innombrables de l'épiderme. Mais, lorsque la macération dans l'eau a privé cette membrane de ſa viscidité glutineuſe, & que les plis de l'épiderme ſont relâchés, elle s'attache à la ſurface visqueuſe & plus molle de la peau, & à ſes plis, en quittant la ſurface de l'épiderme, qui eſt plus ſéche.

XIX. Cette membrane muqueuſe couvre partout les petits mammelons de la peau ; les poils qui ſortent de la peau, paſſent au travers, & il eſt aſſez probable que les vaiſſeaux exhalans ſe terminent ſous elle, & au dedans d'elle ; car après l'injection on ne voyoit pas le moindre petit vaiſſeau qui la traverſe, quoique tous les points de la peau euſſent été trés exactement remplis de la liqueur cereuſe rouge dont elle avoit été injectée.

XX. En recherchant la nature de cette membrane muqueuſe noire, je ſoumis d'abord à un Microſcope qui groſſiſſoit extrèmement les objets, de petits morceaux de peau, auxquels cette mucoſité étoit adhérente, ſecs & récemment détachés, & je les examinai attentivement, pour voir ſi je découvrirois des rayes teintes, ou de petits vaiſſeaux remplis de cette couleur noire. Mais tous mes ſoins furent inu-

tiles ;

tiles ; je trouvai au contraire ſous cette mucoſité noire une peau très blanche, & dont la blancheur éclatoit dans l'endroit où elle avoit été coupée, ſans qu'il fut poſſible d'y obſerver aucune raye noire, ni aucun petit vaiſſeau de la même couleur. Ces Expériences m'ont convaincu, que cette mucoſité, telle qu'elle ſe trouve adhérente ſous la cuticule, c'eſt à dire noire, n'étoit point ſortie ainſi des vaiſſeaux cutanés par ſécrétion, mais qu'elle avoit plutôt été jaune au commencement, & qu'enſuite en ſéjournant ſous l'épiderme elle y avoit noirci. La choſe ne paroitra point impoſſible à ceux qui ſont verſés dans la diſſection des corps. Il eſt aſſez ordinaire de trouver dans les ovaires des perſonnes âgées, ou dans ceux qui ſont ſquirreux, des taches noires, au lieu des petites veſicules qu'on nomme communément oeufs, & qui dans l'état naturel ſont remplies d'un ſuc jaunâtre facile à coaguler. On a même coutume de rencontrer, ſous les cicatrices des ovaires, au lieu du corps jaune, un pareil petit corps noir, lorsqu'il s'eſt ecoulé quelques années depuis la rupture du petit oeuf qui s'eſt détaché. Mais la régéneration même de la mucoſité noire dans le corps vivant des Négres, prouve qu'originairement elle étoit jaunâtre. J'ai remarqué ci-deſſus §. VI. l'état de l'épiderme des Négres dans les endroits marqués de petite vérole. Quand la croûte des puſtules eſt tombée, on apperçoit une tache jaunâtre, qui s'obſcurcit enſuite inſenſiblement, en ſorte qu'au bout de quatre ſemaines elle paroit d'un jaune cendré ; enſuite elle devient tout à fait cendrée, jusqu'à ce qu'au bout d'environ trois mois elle prend la couleur noire de tout le reſte du corps. Je ſuis presque certain que le même changement arrive dans la playe du nombril coupé, & qu'en général les playes des Négres reprennent de la même maniere leur cuticule avec ſa noirceur ; quoique je n'aye pas encore eu d'occaſion de faire cette Obſervation par moi-même.

XX. Je ne ſçaurois donc goûter ce que *Santorinus* a avancé là-deſſus (*), en attribuant au foye cette ſécrétion de la liqueur noire

(*) *Obſervat. Anat.* Venet 1724. Cap. I. §. II.

qui eſt ſous la cuticule, vû que le foye des Négres, tant à l'egard de ſa couleur que de ſa ſtructure, ne diffère en rien de celui des Blancs, comme je puis l'aſſurer avec certitude. La graiſſe ſous-cutanée dans les Négres eſt d'une couleur un peu plus jaune que la nôtre; de maniere qu'il eſt aſſez probable que cette graiſſe, en tranſſudant par les pores de la peau, & en ſe répandant ſous la cuticule, ſe mêle avec la liqueur qui ſort par ſécrétion des vaiſſeaux cutanés, & qu'avec le tems elle en augmente la noirceur. Cette opinion paroit être confirmée par la plus grande tenacité qu'a la liqueur muqueuſe dans le corps vivant des Négres; d'où vient que leur petite vérole tombe & ſe desſéche plus lentement: & c'eſt auſſi à cela qu'il faut attribuër l'odeur, le poli, & l'eſpece de brillant qu'a la peau des Négres, qui eſt plus huileuſe & ſent plus le rance que celle des Blancs. Les nerfs exhalans y contribuënt peut-être auſſi en quelque choſe; & ce ſoupçon ſera confirmé ci-deſſous, lorsque je rapporterai la diſſection du cerveau de ce Négre. Pour ce qui regarde la ſtructure cribreuſe de cette membrane muqueuſe brune, telle que *Malpighi* l'a repréſentée, il n'y là dedans d'autre fondement que les petites élévations dans les endroits où aboutiſſent les extrémités des mammelons; car d'ailleurs la mucoſité enduit partout la peau d'une maniere uniforme.

XXII. Mais paſſons préſentement à la nature & à la génération de l'épiderme même. J'ai déjà indiqué ci-deſſus §. II. les ſentimens de divers Auteurs dont les uns veulent que ce ſoit une partie de la peau deſſéchée, les autres un tiſſu organique, & quelques uns une production des humeurs qui ſortent du corps par excrétion. L'épiderme des Négres va nous donner des notions plus certaines ſur la véritable nature de l'épiderme en général; & ſa couleur, differente de celle de la peau, ſera d'autant plus favorable à nos Obſervations.

XXIII. La couleur de l'épiderme des Négres eſt cendrée, tirant un peu ſur le noir. Quelques Auteurs, comme *Malpighi*, & *Littre*, ont avancé qu'il étoit blanc; mais j'ai peine à comprendre ce

qui

qui a pû leur faire naître cette idée. Car cet épiderme mis dans l'esprit de nitre ne blanchit pas ; il y devient jaune, comme mes propres Expériences me l'ont appris. Mais cette opinion avoit déjà été détruite par les Expériences des célébres Anatomistes, *Ruysch*, *Albinus*, *Winslow*, & *de Haller* (*), qui déclarent tous que la couleur de l'épiderme des Négres est cendrée, comme elle l'est en effet. Mais *Santorinus* (**), M. *Morgagni* (***), à la vérité d'aprés une Observation ancienne, & *Ruysch* (****), dans ses premiers Ouvrages, décrivent cet épiderme comme noirâtre. Peut-être que ces Savans n'ont consideré l'épiderme, que lorsque la membrane muqueuse y étoit encore adhérente ; mais, quand on a fait dissoudre cette membrane par une longue macération, & qu'on l'a raclée toute entiere d'après l'épiderme, celui-ci se manifeste d'une couleur cendrée. Mais il n'y a pas moyen de le rendre blanc, ni par la plus longue macération, ni par la coction, ni en le faisant sécher ; il conserve toujours sa couleur d'un brun cendré. Je suis donc en état de certifier, après le grand nombre d'Expériences que j'ai faites dans cette vuë, que partout où la peau des Négres paroit noire, elle est couverte d'une cuticule de couleur cendrée. Mais dans le Négre en question elle étoit tout à fait blanche aux plantes des pieds, aux paumes des mains, dans la bouche, & dans les parties internes du corps ; & il n'y avoit aucun vestige d'une mucosité noirâtre sous la cuticule de toutes ces parties : la peau qui y étoit tout à fait blanche, étoit couverte d'une mucosité blanche, & d'un épiderme de la même couleur. La noirceur de la peau décroit insensiblement en approchant de ces parties, de sorte qu'à la main comme au pied le dos des doits est vers le milieu d'un brun clair, jusqu'à ce que la couleur blanche se déclare entierement aux paumes & aux plantes. La cuticule étant ensuite séparée, il parut que, comme la

(*) *Comment. in Inst. Boerhav.* Vol. III. p. 555. not. d.

(**) Lib. cit. Cap. I. pag. 2.

(***) l. cit. Anim. IV.

(****) *Thes. Anat.* II. Ass. V. n°. 12.

la couleur noirâtre alloit en décroissant vers la paume, cette mucosité noirâtre alloit toujours en diminuant à proportion, de façon qu'elle s'éclaircissoit & paroissoit blanche vers l'endroit du doit qui touchoit à la paume. Cela me fit croire que cet épiderme, lorsqu'il seroit séparé du doit, paroîtroit blanc. Pour m'en assurer, je fis dissoudre la mucosité par voye de macération, & je la raclai soigneusement d'après l'épiderme ; mais la couleur cendrée & grise de l'épiderme des doits demeura toujours la même qu'auparavant, de maniere que son plus ou moins de noirceur répondoit toujours exactement aux mêmes nuances dans la couleur de la membrane muqueuse ; la peau d'ailleurs est également blanche dans ces endroits, & par tout le corps, mais l'adhérence de la membrane muqueuse y étoit moins forte que dans les autres parties.

XXIV. Il y a donc une différence essentielle entre la substance de la peau, & celles de l'épiderme & de la membrane muqueuse; ce que démontre suffisamment la diversité de leur couleur & de leur nature. De plus, comme on vient de le voir, la couleur de la membrane muqueuse qui est sous la cuticule, répondant partout très exactement à la couleur de l'épiderme, il n'y a personne qui n'apperçoive aisément que l'épiderme n'est autre chose que la partie extérieure de cette membrane muqueuse, noire dans les Négres, desséchée & endurcie à l'air, & par la pression que le corps humain ne cesse d'éprouver depuis son origine. De là vient que, moins une partie du corps est exposée à cette pression, & en prise à l'air, moins aussi l'épiderme y a de force & de roideur. C'est encore pour cette raison qu'un fœtus, qui vient au monde avant terme, a toute la surface du corps comme resplendissante, l'épiderme étant encore muqueux, & d'une consistance molle & pulpeuse. Mais, après que cet épiderme est tombé peu à peu des corps des enfans nouveau-nés, il lui en succede un autre plus sec & plus noir. Les travaux relatifs aux divers genres de vie augmentant ensuite la compression aux paumes des mains & aux plantes des pieds,

l'épiderme de ces parties, qui dans les petits enfans eſt tendre & délicat, devient dur & épais.

XXV. Mais reprenons en conſidération la petite vérole, qui nous fournit dans les Négres une preuve trés certaine de l'origine que nous venons d'attribuër à l'épiderme. On a dit ci-deſſus §. VI. comment, après que la croute de la petite vérole étoit tombée, la peau qui ſe trouvoit deſſous paroiſſoit jaunâtre, & en même tems humide, pulpeuſe, & molle. Ces places expoſées à l'air ſe recouvrent d'abord un peu d'une petite lame très mince & plus ſéche, de même couleur que la membrane muqueuſe qui eſt deſſous; laquelle noirciſſant enſuite enſuite inſenſiblement, & une autre cuticule ſuccédant à la premiere qui eſt enlevée, la tache qui étoit jaune au commencement, devient noire, & l'épiderme prend la couleur cendrée qu'il a dans tout le reſte du corps.

XXVI. Le nombril eſt couvert d'un épiderme non interrompu, mais qui eſt continu & s'étend profondément dans tous ſes replis & ſillons; quoique le tiſſu de la peau ne ſoit pas d'une ſtructure continuë dans cet endroit. Or dans les Négres l'épiderme qui eſt caché dans les replis les plus profonds, a comme par tout le reſte du corps une couleur cendrée, & même plus noirâtre; & tous ſes ſillons & replis ſont entierement pleins d'une mucoſité noire, ou brune.

XXVII. Ainſi, puiſque dans les endroits même où la continuité de la peau n'a pas lieu, la cuticule ne laiſſe pas d'exiſter; que la membrane muqueuſe ſuit partout la nature de l'épiderme; & que dans les endroits où celui-ci a été entierement emporté, il s'engendre de nouveau de cette mucoſité placée ſous la cuticule: il n'y a rien de plus naturel que d'en conclurre que l'épiderme n'eſt autre choſe que la croute extérieure de la membrane muqueuſe ſous-cuticulaire deſſéchée & endurcie, à laquelle la compreſſion & l'action de l'air extérieur donnent inſenſiblement cette épaiſſeur, & cette dureté, plus ou moins grandes, que nous remarquons dans les différentes parties du corps humain.

XXVIII.

XXVIII. Cette origine de l'épiderme nous apprend, pourquoi il paroit moins noir que la membrane muqueuſe qui eſt deſſous. Cela vient de ce que ſes particules deſſéchées ſont plus étroitement & plus ſolidement unies entr'elles, & forment ainſi un corps membraneux plus tranſparent. Il s'enſuit de là que l'épiderme tranſparent, qui eſt humide lorsque la mucoſité d'un brun noirâtre ſe trouve deſſous, doit alors paroitre beaucoup plus noir, que quand il en eſt ſéparé. Mais le deſſéchement le rendant plus roide, il change de nature, de ſorte que la macération ne vient pas à bout de le diſſoudre comme la mucoſité qui eſt deſſous, mais il conſerve l'apparence d'une membrane continuë; & quand, après l'avoir détaché, on le fait ſécher à l'air, il reſſemble à une petite lame tout à fait mince de corne ou de cuir. De là vient que dans les endroits où il eſt expoſé à une plus forte preſſion, comme ſous la plante des pieds, ou à la paume des mains, ſa ſubſtance devient comme de corne, épaiſſe & diviſible en lames tranſparentes.

XXIX. C'eſt peut-être à cette compreſſion externe qu'il faut attribuër la blancheur des plantes & des paumes dans les Négres. En effet la mucoſité, qui probablement eſt blanche au commencement, étant comme exprimée par une preſſion continuelle, ſe change d'abord en épiderme, de ſorte que cette mucoſité n'ayant pas eu le tems de noircir, l'épiderme qui s'en forme ne ſçauroit non plus acquérir la couleur noire.

XXX. Peut-on dire avec *Leuwenhoeck*, que l'épiderme ſoit d'une ſtructure écailleuſe? Cet habile homme paroit avoir été trompé par des portions d'épiderme détachées des diverſes parties du corps, qui ſont le plus expoſées au frottement. Tel étoit en effet celui que j'ai trouvé dans la région du grand trochanter, & dans celle du coude; il étoit épais & raboteux, & il s'en étoit détaché, tant lorsqu'il étoit ſec, que lorsqu'il étoit humide, des particules qui tomboient dans l'eau. Mais cela ne nous met nullement en droit de dire que l'épiderme tout entier, comme celui des poiſſons, ſoit compoſé de petites écailles;

on

on voit le contraire au Microſcope, qui n'y fait appercevoir que les plis & les cavités qui répondent aux impreſſions que la peau y fait. Ces petites écailles ne ſçauroient même être obſervées dans l'épiderme le plus épais des plantes & des paumes, qui eſt ſeulement formé de couches poſées les unes ſur les autres d'un épiderme durci & pareil à de la corne, & qui, comme tout le reſte de l'épiderme, differe totalement des écailles de poiſſon, qui n'ont abſolument aucune continuité. Je n'ai jamais été aſſez heureux pour découvrir au meilleur Microſcope ces petites écailles dans l'épiderme frais le plus net, ni dans l'épiderme ſec ; c'eſt pourquoi je ne puis que demeurer dans l'indéciſion à cet égard, jusqu'à ce qu'il y ait des Expériences ſur lesquelles on puiſſe faire fonds.

II.

De la diverſité de couleur dans la ſubſtance médullaire des Négres.

I.

Les glandules conglobées étant endurcies dans l'abdomen avec le péritoine, comme on le verra plus bas, je me hâtai extrèmement de faire la diſſection du cerveau, pour voir ſi l'Expérience confirmeroit ce que j'avois obſervé ici dans un autre cas avec M. le Profeſſeur *Zinn*, ſavoir que les parties du cerveau étoient durcies dans un enfant, dont les glandules conglobées de presque tout le corps étoient ſquirreuſes.

II. Après avoir ſéparé le péricrane avec les intégumens communs, j'obſervai d'abord dans l'os de l'occiput une diverſité ſinguliere. La partie ſuprême, & presque jusqu'à la moitié de cet os, qui dans l'état naturel, eſt adhérente aux os du bregma par le moyen de la ſuture lambdoïde, étoit formée d'un os particulier de figure rhomboïde,

de deux pouces & demi de largeur, & de deux pouces de hauteur. Cet os dont l'angle inférieur étoit à dents émouffées, & d'environ un pouce de largeur, étoit uni avec l'os de l'occiput par le moyen d'une véritable future, immédiatement au deffus de fa ligne transverfale fupérieure. Les deux côtés inférieurs étoient de même étroitement attachés à l'os de l'occiput par une future à dents. Les côtés fupérieurs tenoient au bregma, auffi par une vraye future, mais qui avoit beaucoup moins de dents que celle qui attachoit les côtés inférieurs à l'os de l'occiput; pour la future continuë lambdoïde de l'os de l'occiput, elle étoit interrompuë par plufieurs petits os Wormiens. Cette future des côtés inférieurs de cet os, étoit continuë au refte de la future inférieure de l'os de l'occiput de la partie lambdoïde, en égard aux dentelures, qui font ordinairement plus grandes à la future lambdoïde; mais, quant à la direction, la future des os fupérieurs fe terminoit de part & d'autre au concours des os du bregma, en un angle pareillement émouffé, & qui tenoit par une mince future à l'autre os Wormien fuprême, lequel étoit adhérent à la partie de derrière de la future fagittale, entre les os du bregma. On a coutume d'appeller *Wormiens* de femblables petits os, placés entre ceux du bragma & celui de l'occiput; mais celui que je viens de décrire, vû fa groffeur extraordinaire, paroiffoit faire un os particulier du crane. Car il furpaffoit de beaucoup celui qu'*Euftachius* a remarqué dans fes Tables (*), & fa figure étoit auffi tout à fait differente.

III. Après l'ouverture du crane, les tuniques fe trouverent difpofées de la même maniere que dans les autres corps. Lorsqu'elles eurent été écartées, le cerveau fe montra dans une parfaite intégrité, d'une confiftance affez folide, & ayant l'odeur d'un cerveau frais; car j'en fis la diffection dès le lendemain de la mort, afin de pouvoir l'examiner dans toute fa fraîcheur. Auprès de l'endroit où les veines s'inferent dans le finus longitudinal, il y avoit plufieurs de ces glandules qu'on

(*) *Tabl. Anat. ex Edit.* Albini. Tab. XCVI. n. 8.

qu'on nomme *Pacchioniennes*, placées en foule, comme de petits grains de millet, autour des troncs des veines. La pie-mère étoit fortement adhérente à la ſubſtance corticale ; & cette ſubſtance elle-même étoit parfaitement entiere, ferme parce qu'elle étoit toute fraîche, ayant ſa ſtructure ordinaire, & la couleur cendrée qui lui eſt naturelle.

IV. En coupant & détachant par lames la ſubſtance du cerveau des parties ſupérieures aux parties inférieures, je m'apperçus que la couleur de la ſubſtance médullaire du cerveau, qui ſurpaſſoit de beaucoup la ſubſtance corticale en ſolidité & en denſité, différoit un peu des autres cerveaux ; car cette couleur n'étoit pas blanche, comme on la trouve ordinairement dans des cerveaux auſſi frais, mais elle étoit bleuâtre ; & auſſi-tôt qu'une partie détachée du cerveau étoit expoſée à l'air, elle devenoit ſur le champ tout à fait blanche. Plus je deſcendois profondément en faiſant la diſſection, & plus cette couleur augmentoit avec la ſubſtance médullaire, & dégénéroit en bleuâtre ; mais il en étoit comme de la précédente, lorſqu'on l'expoſoit à l'air, elle y blanchiſſoit d'abord. Voyant cela, je partageai de nouveau des morceaux déjà diſſéqués de la ſubſtance médullaire, & j'obſervai qu'ils avoient intérieurement la même couleur, toutes les fois que j'avois fait récemment la diſſection, mais que cette couleur ne tardoit pas à ſe changer en blanc. J'ouvris enſuite les ventricules tricornes, dans leſquels il y avoit un peu d'eau ſereuſe, & qui étoient tout à fait ſéparés l'un de l'autre par la cloiſon tranſparente, qui étoit parfaitement entiere, en ſorte que le ſouffle ne paſſoit pas de l'un de ces ventricules dans l'autre, mais quand l'un s'elevoit, l'autre s'abaiſſoit tout à fait. C'eſt ce qui a toujours lieu dans l'état naturel du cerveau, à moins que l'on n'ait rompu la cloiſon en ſoufflant avec trop de force ; & le grand nombre d'Obſervations que j'ai faites dans cette vuë, me permet d'aſſurer le fait avec certitude. Cette cloiſon transparente étoit d'une conſiſtance ſi ferme, qu'il me fut facile, après l'avoir ſéparé du corps calleux, d'en couper des lames détachées les unes des autres. Après avoir ôté des

couches des nerfs optiques les plexus choroïdes, qui étoient si larges, qu'ils les couvroient entierement, & en même tems la voûte, qui étoit d'une couleur blanche, & ayant sa figure ordinaire, j'enlevai avec beaucoup de circonspection les grandes veines de *Galien* qui y étoient recurrentes, & qui naissent des plexus choroïdes & du troisième impair; & en suivant cette méthode, je découvris la glande qu'on nomme pinéale, parfaitement entiere, & sans aucune lésion. Elle n'étoit pas, comme on la trouve ordinairement, d'une couleur cendrée, mais d'un bleu noirâtre, & de sa base sortoient deux peduncules tout à fait blancs, qui rélativement à l'intégrité de ce cerveau y tenoient avec force, & s'alloient rendre aux couches des nerfs optiques. Il n'y avoit point là de corruption, qui eut été capable d'altérer ainsi la couleur; tout étoit ferme, & sans aucune mauvaise odeur. Les corps striés avoient extérieurement la couleur de la substance corticale; mais en les disséquant ils se trouvoient contenir de la substance médullaire disposée par rayes entre la substance corticale, & qui étoit bleuâtre, ou noirâtre. Dès qu'une petite lame coupée avoit été exposée à l'air, elle devenoit blanche en un instant; mais en reposant une semblable petite lame sur le reste de la substance, elle y reprenoit au bout d'un court espace de tems sa couleur noirâtre précédente, puis remise à l'air, y blanchissoit de nouveau. Je continuai de cette maniere à faire de profondes sections des corps canelés; & j'observai que cette couleur alloit toujours en augmentant avec la substance médullaire, jusqu'aux peduncules du cerveau. Il n'en étoit pas de même des couches des nerfs optiques; leur couleur extérieure étoit blanche; mais en dedans il y avoit une raye tirant un peu sur le noir, qui environnoit le cercle extérieur des thalames optiques; & pour le reste du dedans, il avoit la couleur naturelle blanche qu'a la substance médullaire du cerveau. La moëlle du cervelet avoit pareillement sa blancheur naturelle; & n'étoit pas bleuâtre comme celle des corps striés. Pour la moëlle allongée, elle paroissoit un peu bleuâtre, là où elle tire son origine des jambes du cerveau; mais je ne pus néanmoins observer cette couleur dans la moëlle

de

de l'épine. Quant au reste, il n'y avoit aucune diversité dans la figure & dans la structure apparente du cerveau ; toutes les parties étoient d'une intégrité parfaite, & l'on ne voyoit, ni dans le cerveau, ni dans le cervelet, aucune trace d'endurcissement squirreux ; mais tant la substance corticale que la médullaire avoient leur consistance naturelle, de maniere que je pus préparer exactement chaque partie, & la considérer tout à mon aise.

V. Cette couleur de la substance médullaire du cerveau, si elle se trouve ainsi dans tous les Négres, est donc une différence caractéristique entre leur cerveau & celui des Blancs. Mais comme une seule Observation ne met pas en droit d'affirmer le fait, ce que je viens de rapporter n'a de force qu'à l'egard du sujet que j'ai disséqué ; & il faut attendre que j'aye occasion de répéter une semblable dissection, ou que d'autres confirment par leurs Observations celle que je viens d'exposer. Jusqu'ici je ne connois point d'Observation particuliere qui se rapporte à la dissection du cerveau des Négres, tous ceux entre les mains de qui leurs corps sont tombés, s'étant bornés à examiner la couleur de l'épiderme, sans faire mention des autres parties. *Santorinus* * a bien fait ses efforts pour découvrir la source de la couleur des Négres ; mais il l'a uniquement cherchée dans le foye, par analogie avec ceux qui sont attaqués de la jaunisse.

* *Loc. cit.*

VI. Cette liqueur qui teint la moëlle du cerveau, se dissipant d'abord à l'air, il ne faut pas douter que ce ne soit une exhalaison très subtile. Peut-être qu'elle contribuë à la couleur noirâtre de la membrane muqueuse sous-cuticulaire des Négres, en s'exhalant par les nerfs cutanés, & qu'en se mêlant aux autres humeurs qui sortent par excrétion des vaisseaux exhalans placés sous la cuticule, puis devenant rance avec la graisse qui transsude par les pores de la peau, elle forme cette mucosité noirâtre, à laquelle l'épiderme des Négres doit son origine. Cette opinion est principalement confirmée par la couleur noirâtre de la moëlle du cerveau, qui se trouve surtout à la base des corps

ſtriés, vû que c'eſt de là que les peduncules du cerveau tirent leur origine, & qu'ils fourniſſent à leur tour celle de la moëlle allongée, d'où naiſſent finalement la plûpart des nerfs du cerveau. Mais il faut des Obſervations réïtérées pour mettre tout cela dans un plus grand jour.

III.

De la maladie de ce Négre, cauſée par l'endurciſſement ſtéatomateux du Péritoine.

I.

Le jeune Négre dont il a été queſtion dans les Articles précédens, avoit été attaqué pendant neuf mois d'une maladie, qui, malgré les meilleurs remèdes qu'on lui donna, & les ſoins attentifs qu'on prit de lui, le conduiſit au trépas. Avant que de fournir la deſcription anatomique des parties mêmes qui furent affectées par le mal, j'expoſerai le cours & les ſymptomes de la maladie, tels qu'ils m'ont été communiqués par mon reſpectable beau-père, M. *Sprögel*, Profeſſeur & digne Membre de notre Académie, & Medecin conſommé dans la pratique, que M. le Comte *de Neale* avoit chargé, quoiqu'un peu trop tard, de la cure de ce malade.

II. Les détails qui concernent le cours de la maladie, ſe réduiſent à un petit nombre. Depuis le commencement le patient avoit eu le ventre tendu & dur, & le corps reſſerré. L'anxiété des entrailles, l'oppreſſion & les vents le tourmentoient ſouvent, ſurtout parce qu'il mangeoit avec trop de voracité, ſon naturel & ſon âge lui faiſant violer continuellement à cet égard les ordres du Medecin. Cependant l'appétit & les forces ſe ſoutenoient; & il demeuroit en état de faire ſon ſervice. C'eſt ce qui fit qu'on négligea le mal, & qu'une mauvaiſe diète continuelle lui fit jetter de profondes racines, & l'augmenta à un tel point, qu'on commença à ſoupçonner qu'il y avoit de l'hydropiſie.

dropisie. Enfin on appella le Medecin huit semaines avant sa mort. Celui-ci, pour résoudre les obstructions de l'abdomen, & corriger la matiere visqueuse, employa des remèdes salins en grande quantité, avec des laxatifs fréquemment répétés ; & il lui prescrivit en même tems une diéte fluide & résolvente. Mais tout cela fut inutile, la constipation résista aux remèdes, & ne cédoit qu'à l'action passagère des laxatifs. Il sembla au contraire que l'abdomen se durcissoit & s'enfloit de plus en plus ; & à mesure que le corps étoit moins libre, les anxiétés d'entrailles & l'oppression croissoient de jour en jour, de sorte que le malade avoit une peine infinie à souffrir le moindre vêtement qui le serrât tant soit peu. Enfin la sixième semaine après le commencement de la cure, les forces abandonnerent le malade, & il commença à garder le lit, doù il sortoit pourtant quelquefois pour faire un tour dans sa chambre. L'enflure & la dureté de l'abdomen continuoient toujours sur le même pied ; mais, bien loin que l'appetit diminuât, le malade étoit tourmenté d'une véritable faim canine. Les pieds devinrent œdemateux, & quelques jours avant la mort la diarrhée survint, qui sembla rendre les forces au malade, de façon que la veille de sa mort il marchoit librement & sans anxiété. Mais dès le lendemain l'accablement & les angoisses le reprirent, & finirent le même jour avec sa vie.

III. Pendant toute cette maladie il n'y eut point de fievre hectique, & l'amaigrissement n'avoit pas été poussé bien loin ; car on trouva partout sous la peau de son corps une certaine quantité de graisse. L'abdomen demeura dur à l'attouchement, même après la mort. Pour rechercher donc avec circonspection le siège du mal, je séparai les intégumens de l'abdomen, & premièrement la peau avec la graisse que j'ôtai de dessus les muscles. Ensuite, ayant fait la dissection des muscles jusqu'au péritoine, je trouvai celui-ci adhérent à toutes les parties de l'abdomen d'une maniere très forte, & qui n'étoit point naturelle. Je détachai donc avec autant d'exactitude qu'il me fut possible,

sible, tous les muscles, de sorte qu'il ne restoit plus que le péritoine. Cela fait, & ne restant plus aucune substance celluleuse, qui tint extérieurement au péritoine, je trouvai, au lieu de cette membrane, une croute composée d'une infinité de petites parties stéatomateuses, cohérentes les unes aux autres, qui comprenoit tous les visceres chylifiques de l'abdomen, auxquels le péritoine sert de tunique extérieure.

IV. Je continuai de cette maniere depuis la partie antérieure du péritoine jusqu'au côté gauche du diaphragme ; & je trouvai pareillement le péritoine qui envelopoit le diaphragme, tout rempli de tubercules stéatomateux, joints entr'eux à sa surface par une substance coriacée qui régnoit par dessous. L'endroit du péritoine qui étoit adhérent à l'aile gauche du tendon du diaphragme, au dessus de la rate, étoit presque tout composé de parties stéatomateuses, qui tenoient fortement, non à la substance celluleuse par laquelle le péritoine est lié au diaphragme, mais à la membrane même du péritoine très mince sous la forme d'un continu stéatomateux, tandis que la substance celluleuse qui le joignoit au diaphragme, en étoit tout à fait exemte, & n'étoit remplie d'aucune graisse, ni autre matiere.

V. La rate, entourée de la croute stéatomeuse très épaisse du péritoine, avoit partout sa substance naturelle, contre mon attente ; elle étoit assez ferme, mais seulement un peu plus grande qu'elle ne devoit l'être naturellement. A' sa surface intérieure concave tenoit l'omentum, pareillement tout rempli de tubercules stéatomateux. Il descendoit par le grand arc du ventricule, qui avoit sa structure naturelle, & n'étoint point adhérent au péritoine ; & il étoit entierement garni de tubercules stéatomateux de diverse grandeur, dont les plus gros étoient le double d'un pois, mais qui avoient la forme d'une lentille applatie, ou étoient de figure irréguliere. Cet omentum tenoit au péritoine par devant ; & il étoit tellement attaché aux intestins par sa partie postérieure, qu'on ne pouvoit distinguer l'endroit de la cohésion d'avec la partie transversale de l'intestin colon, ni sa partie colique ;

mais

mais il sembloit faire une substance continuë avec le péritoine qui envelopoit l'abdomen & les intestins. En effet sa masse, remplie partout de stéomates en forme de lentilles, étoit continuellement cohérente aux parties de l'abdomen, en sorte qu'il étoit impossible de découvrir la fin de l'omentum. Le petit omentum étoit garni de la même maniere de tubercules stéatomateux, plus séparés cependant les uns des autres que dans le grand. Pour la tunique extérieure que le ventricule reçoit du péritoine, & qui revêt sa surface, elle étoit tout à fait nette, & dans son état naturel.

VI. Les intestins étoient premièrement entourés dans la partie antérieure de l'abdomen, de cette croute du péritoine & de l'omentum, composée de stéomates assez durs, & qui tenoit fortement partout aux intestins. Après l'avoir séparée, le canal même des intestins n'étoit pas visible, mais il se trouvoit caché dans une autre tunique qui suivoit, & qui pareillement remplie de stéomates, environnoit le canal des intestins. Au commencement j'attribuai cette croûte non naturelle des intestins, à la liqueur abdominale qui se seroit peut-être épaissie & desséchée; & dans cette pensée je travaillai à découvrir la tunique commune externe des intestins, qu'ils reçoivent du péritoine. Je commençai donc à écarter insensiblement cette croûte stéatomateuse des intestins; mais il n'y avoit rien autre chose dessous cette croûte qu'une tunique musculeuse & nerveuse. Je séparai donc celle-ci d'une partie de l'intestin grêle, afin de découvrir le canal des intestins. En faisant cette opération, je trouvai que la tunique musculaire tenoit avec une extrême force à cette membrane remplie de stéatomes, comme elle a coutume de tenir à la tunique externe des intestins; & il restoit la tunique nerveuse qui fait le canal des intestins. Je séparai alors avec circonspection les fibres musculaires de cette croûte externe, pour découvrir de cette maniere la tunique externe commune qui vient du péritoine; mais il y avoit à sa place une membrane en forme de croûte, semblable à la membrane précédente du péritoine, qui entouroit le canal

nal des inteſtins, & qui étoit toute remplie de tubercules ſtéatomateux, presque contigus les uns aux autres, n'y ayant que quelques parcelles du péritoine qui paruſſent par ci par là entre ces ſtéatomes. Quelques uns de ceux-ci avoient pénétré entre les fibres ſéparées muſculeuſes des inteſtins jusqu'à la tunique nerveuſe, que je ne trouvai cependant nulle part percée, ni renduë calleuſe par ces tubercules; mais elle s'étoit conſervée dans une parfaite intégrité. Dans le reſte du canal des inteſtins j'examinai en divers endroits la tunique muſculeuſe, & je trouvai que ſous cette croûte ſtéatomateuſe elle étoit dans ſon état narel, & auſſi forte qu'elle pouvoit l'être vû l'age du ſujet. N'ayant donc rencontré aucune trace de la tunique externe des inteſtins, à l'exception de cette croûte pleine de ſtéatomes, & le reſte du péritoine ayant été dans le même état, il ne reſte aucun ſujet de douter, que cette croûte dont les inteſtins étoient entourés, ne fut pareillement une production du péritoine qui avoit ſouffert le même changement dans ſa partie qui ſert de tunique externe, ou commune, autour des inteſtins. Cette croûte des inteſtins, composée d'une infinité de petits ſtéatomes joints entr'eux, étoit tellement cohérente, que tout le canal des inteſtins paroiſſoit une ſeule maſſe ſolide, dans laquelle il étoit tout à fait impoſſible de diſtinguer les parties & les differens replis des inteſtins, qui ne ſe manifeſterent qu'après avoir enlevé cette croûte avec la tunique muſculeuſe qui y étoit adhérente. Cette maſſe des inteſtins étoit encore couverte, à la partie antérieure de l'abdomen, par une autre croûte ſtéatomateuſe du péritoine & de l'omentum. Mais à la partie poſtérieure, autour des reins, là où le péritoine manquoit, ſe trouvoit la tunique celluleuſe dans ſon état naturel, pleine d'une petite quantité de graiſſe, que la chaleur faiſoit couler. Cela prouve evidemment que c'étoit le péritoine même, & nullement la ſubſtance celluleuſe, qui contenoit ces ſtéatomes; mais la ſuite achevera d'en convaincre.

VII. Le diaphragme tenoit avec beaucoup de force au côté droit de la ſurface convexe du foye, mais ce n'étoit point par quelque

tunique

tunique celluleuſe, ou par des ligamens non naturels, qui s'engendrent de la ſtagnation de la liqueur abdominale, comme la choſe arrive fréquemment ; mais cette adhéſion venoit de la partie du péritoine qui envelope le diaphragme & le foye, laquelle étoit convertie en ſtéatomes. En effet je ſéparai la partie muſculeuſe du diaphragme qui répond aux côtes du côté droit, du péritoine ainſi changé. Cette partie du diaphragme étoit dans une parfaite intégrité ; & la ſubſtance celluleuſe, qui avoit ſa ſtructure naturelle, étoit diſtincte du péritoine, qui environnoit ſa ſurface inférieure, & qui étoit ſi rempli de petits ſtéatomes, qu'il ne paroiſſoit qu'une ſubſtance ſtéatomateuſe continuë, la ſtructure naturelle du péritoine ayant entierement diſparu. Ces tubercules ſtéatomateux, unis comme dans les inteſtins avec ceux qui ſe trouvoient dans la tunique extérieure que le péritoine donne au foye, formoient une union ſi étroite du foye avec le diaphragme dans ce côté droit, que ces deux portions du péritoine, ſavoir celles qui environnent le diaphragme & le foye, ne purent être ſéparées qu'en déchirant la tunique extérieure du foye d'après la ſubſtance même de ce viſcere. Car les tubercules ſtéatomateux de la tunique externe que le foye reçoit du péritoine, avoient attaqué immédiatement ſa ſubſtance, ſans qu'il y eut aucune membrane entre deux, & la ſubſtance du foye étant d'ailleurs demeurée en ſon entier. Mais, pour m'aſſurer mieux du véritable ſiège des ſtéatomes, je commencai à ſéparer la tunique externe du foye dans l'endroit où elle conſervoit encore ſa ſtructure naturelle, & je continuai jusqu'aux endroits affectés. Je trouvai ſous cette membrane la ſubſtance même du foye dans un état à fait naturel, d'une couleur un peu jaunâtre ; mais les tubercules ſtéatomateux étoient tellement attachés à ſa membrane extérieure, que le ſtéatome touchoit, comme je l'ai déjà dit, à ſa ſubſtance même, ſans qu'il y eut aucune membrane entre deux. Le bord aigu du lobe droit du foye étoit joint avec les inteſtins par une groſſe croûte ſtéatomateuſe très épaiſſe, continuë au péritoine, qui deſcendoit du diaphragme au foye ; & après avoir rompu cette croûte, la ſurface inférieure & inégale du

foye ſe préſentoit dans ſon état naturel, jointe ſeulement autour de la veſicule du fiel à la tunique externe ſtéatomateuſe de l'inteſtin colon. A' cette ſurface inférieure du foye, le péritoine continué au foye autour de la veine umbilicale, couverte tant au dedans qu'au dehors de la foſſe ombilicale, par la ſubſtance du lobe gauche du foye, qu'on nomme quarré, le péritoine, dis-je, étoit plein de tubercules ſtéatomateux, qui ſervoient à l'unir dans cette partie avec la tunique externe du foye. Enfin la veſicule du fiel étoit garnie de plus petits tubercules ſtéatomateux, qui s'y trouvoient diſperſés, & qui tenoient à ſa tunique externe; elle étoit diſtante de la largeur d'un pouce du bord antérieur du foye, il y avoit dedans très peu d'une bile, non jaune, mais cendrée; & elle étoit auſſi adhérente aux inteſtins par des ſtéatomes.

VIII. Le commencement du gros boyau depuis l'ileon, étoit caché ſous la croûte ſtéatomateuſe, ramaſſé comme en un avec les autres inteſtins, auxquels il tenoit avec plus de force qu'au foye. Du côté gauche ſous la rate, il étoit entouré d'une croûte ſtéatomateuſe dont l'épaiſſeur égaloit celle d'un pouce; & il étoit adhérent ſous la même croûte au péritoine pareillement ſtéatomateux. De là, en deſcendant au colon droit, il étoit de nouveau entouré partout d'une croûte ſtéatomateuſe très épaiſſe, & tenoit à l'inteſtin ileon. Après avoir détaché la croûte ſtéatomateuſe, il ne reſta que la ſeule tunique nerveuſe, la muſculeuſe étant adhérente à la ſtéatomateuſe externe. J'eſſayai ſi dans cet endroit je pourrois peut-être ſéparer la muſculeuſe, afin de rendre le péritoine entier viſible; mais la tunique externe ſtéatomateuſe de cet inteſtin étoit indiſſolublement liée avec les fibres longitudinales muſculeuſes, & il n'exiſtoit d'autre membrane que celle qui étoit formée par les tubercules ſtéatomateux. Il y avoit dans l'inteſtin colon quelques uns de ces tubercules qui paroiſſoient pénétrer jusqu'à ſa tunique nerveuſe, laquelle étoit cependant ſaine & ſans aucune altération. Il réſulte de tout cet expoſé, qu'outre la croûte to-

tale externe, formée par le péritoine ſtéatomateux qui enveloppoit les muſcles de l'abdomen, & par l'omentum, il y avoit une autre croûte particuliere, attachée autour de chaque inteſtin, formée par ſa tunique externe commune, & pareillement remplie de tubercules ſtéatomateux.

IX. La ſituation des choſes n'étoit pas la même dans cette partie du canal des inteſtins, à laquelle le péritoine ne fournit point de tunique externe. Une ſubſtance celluleuſe lâche entouroit d'une maniére naturelle la partie transverſale inferieure & deſcendante de l'inteſtin duodenum, & le lioit jusqu'au rein droit & aux vaiſſeaux. Il ne s'y trouvoit aucune trace du tubercule ſtéatomateux; mais d'abord au deſſous du meſocolon grêle on le voyoit ceint de ſa croûte ſtéatomateuſe. Le pancréas, adhérent entre les parties du duodenum, étoit tout à fait naturel, très mou, nullement ſquirreux, mais ayant ſa ſtructure & ſa ſituation naturelle dans la ſubſiſtance celluleuſe qui l'environnoit. De la même maniere la partie antérieure de l'inteſtin rectum, qui eſt pourvuë du péritoine, étoit couverte d'une croûte farcie de tubercules ſtéatomateux, en ſorte que l'inteſtin étoit presque comprimé par cette croûte; mais à ſon côté poſterieur, qui étoit oppoſé à l'os ſacrum & au coccyx, la ſubſtance celluleuſe étoit dans ſa conſtitution naturelle, & il s'y trouvoit ſeulement par ci par là des glandules conglobées ſquirreuſes. Ainſi le défaut de la membrane ſtéatomateuſe qui avoit lieu dans les parties des inteſtins auxquelles le péritoine manque, nous eſt un indice aſſuré, que c'étoit le péritoine même qui avoit ſouffert le changement extraordinaire que nous avons décrit jusqu'ici. Le canal des inteſtins n'avoit ſouffert aucune altération dans ſa ſurface intérieure; on n'y pouvoit remarquer, ni intumeſcence non naturelle, ni léſion quelconque de la tunique villeuſe. La plûpart des glandules du meſentere étoient ſquirreuſes, blanches, durcies; d'autres étoient remplies en dedans d'une ſubſtance ſemblable à celle qui ſe trouve dans les *meliceris*. Celles qui étoient les plus proches du dos, étoient le

plus naturelles, quoiqu'il y en eut de ſquirreuſes entremêlées. Pour le meſentere même tout rempli de tubercules ſtéatomateux, il étoit dans un état de contraction, & ne formoit qu'une ſeule maſſe avec les glandules ſquirreuſes. Au reſte, & les reins, & les grands vaiſſeaux ſitués derrière le péritoine, avoient conſervé leur ſtructure & leur ſituation naturelle, dans la ſubſtance celluleuſe qui les environnoit, & qui n'avoit elle-même ſouffert aucun changement.

X. Le thorax ayant été ouvert, tout s'y trouva dans un état tout à fait naturel. Les poûmons qui n'étoient adhérens nulle part, avoient leur couleur variée de blanc, de noir, & de bleu; & il en étoit de même de la ſtructure du coeur, qui étoit exactement parfaite; les ventricules n'étoient point remplis de ſang coagulé, la liqueur du péricarde n'excédoit point ſa juſte quantité; mais un peu d'humeur, tirant ſur un rouge foible, imbiboit le ſac du péricarde. Au côté droit du thorax ſe trouverent raſſemblées quelques cueillerées d'une liqueur ſereuſe; mais on auroit tort de regarder cela comme une maladie: c'etoit plutôt un effet aſſez ordinaire de la mort, qui procéde de la derniere excrétion, & de la ſtagnation d'un liquide qui n'eſt pas réſorbé.

XI. La pleure dont le diaphragme eſt revêtu, n'étoit pas de même dans ſon état naturel. Je la trouvai toute remplie de petits ſtéatomes diſperſés, & qui, de la même maniere que dans le péritoine, étoient adhérens à la ſubſtance même de la pleure. Après avoir ſéparé la pleure d'avec le diaphragme en uſant de beaucoup de circonſpection, la ſubſtance celluleuſe par laquelle elle tenoit au diaphragme, ſe trouva dans une parfaite intégrité, & tout à fait naturelle; mais une petite lame mince de la pleure contenoit les ſtéatomes, qui ſe détachoient fort aiſément avec elle du diaphragme, mais qui ne pouvoient être ſéparés de la pleure même ſans la deſtruction de cette membrane. Vers les côtes il s'y trouvoit encore quelques petits ſtéatomes, mais en fort petite quantité. Quant au mediaſtin, il étoit dans ſon état naturel.

XII. Une maladie, telle que je viens de la décrire, est assurément fort rare; au moins n'ai-je rencontré dans aucun des Auteurs qui rapportent les dissections des cadavres de personnes malades, la description d'une semblable état stéatomateux du péritoine. J'ai bien trouvé le cas d'un péricarde durci par les stéatomes, & qui s'étoit attaché au coeur; & j'en rendrai un compte plus détaillé dans une autre occasion; mais j'aurois eu de la peine à croire possible une pareille dégénération totale du péritoine en tubercules stéatomateux, la substance celluleuse demeurant tout à fait en son entier, & sans aucun changement. C'est ce qui m'a fait employer tous mes soins & toute mon attention, à bien examiner un état, que je révoquois en doute, jusqu'à ce qu'un concours de raisons décisives m'ayent conduit à la conviction.

XIII. L'énumération que j'ai donnée des parties lésées, explique pourquoi le malade souffroit des agitations aussi continuelles d'anxiété & d'oppression. Le péritoine stéatomateux ne pouvoit ceder; ainsi lorsque le ventricule & les intestins étoient remplis, il faloit nécessairement que le diaphragme fut repoussé contre le thorax, & que la cavité de la poitrine devint plus étroite, de sorte que son espace ne suffisoit plus à l'expansion des poumons. Cette anxiété étoit encore augmentée par la pression des vaisseaux du mesentere, & des veines de l'abdomen; car la pression du canal des intestins, quand il étoit dans un état d'expansion, devoit nécessairement agir sur ces vaisseaux, & les comprimer. Cela étoit cause qu'il y avoit une moindre quantité de sang contenuë dans ces vaisseaux comprimés de l'abdomen, & que ceux du poûmon en recevoient une trop grande, qu'ils avoient d'autant plus de difficulté à transmettre, que la cavité rétrécie de la poitrine étoit contraire à l'entiere expansion des poumons. La force du canal des intestins & du ventricule favorisoient la voracité, & aidoient la digestion; mais la résistance des gros boyaux, aussi bien que la compression des intestins colon & rectum, causée par cette croute stéatomateuse

mateuſe épaiſſe qui les entouroit, retardoient la ſortie des excrèmens. Il étoit donc inévitable, que par le délai des remèdes néceſſaires, l'exceſſive quantité d'alimens nuiſibles ne cauſât une corruption toujours plus grande, & qne les impuretés ſe portant dans le ſang, il ne ſe formât des obſtructions, qui alloient en augmentant à cauſe de la compreſſion des vaiſſeaux qui le rapportoient, & de l'épaiſſiſſement des humeurs dans ceux du péritoine. Tous ces principes de maladie s'étant accrûs, tant faute de remèdes que par la mauvaiſe diète, la matiere des obſtructions s'épaiſſit de plus en plus, & étant enfin devenuë ſtéatomateuſe, il n'y eut plus moyen de la réſoudre. En effet il eſt bien connu, que la matiere ſtéatomateuſe, une fois endurcie, ne cede presque plus à l'uſage d'aucun remède réſolvant, mais qu'elle demeure dans une ferme cohéſion, à moins qu'on ne puiſſe la détruire par la ſuppuration. Ainſi une maladie auſſi imprévuë & auſſi inconnuë que l'étoit celle dont il s'agit ici, ne pût être adoucie ou guérie par l'uſage copieux des medicamens réſolvans & laxatifs; mais elle permit ſeulement au malade de vivre, jusqu'à ce que la compreſſion des vaiſſeaux chyliferes & meſaraïques eut mis obſtacle au reflux des liqueurs nourricières; & c'eſt alors que le corps dont les forces étoient entierement épuiſées, fut forcé de ſuccomber. La diarrhée qui ſe manifeſta les derniers jours, venoit des liqueurs exhalées des artéres des inteſtins, qui n'étoient pas également réſorbées, & fut augmentée par l'acrimonie des matieres contenuës dans les inteſtins. Mais la trop grande corruption de ces mêmes matieres augmenta l'expanſion & la foibleſſe des inteſtins; d'abord la quantité qui fut chaſſée par la diarrhée, fit un peu diminuer l'anxiété; mais la maſſe & la quantité des ſtéatomes s'étant accruë d'une part, & de l'autre l'expanſion de l'abdomen, & la compreſſion des vaiſſeaux agiſſant de plus en plus, l'anxiété revint avec plus de force que jamais, à cauſe de la circulation empêchée dans les vaiſſeaux de l'abdomen, de la compreſſion du diaphragme, & de la difficulté de reſpirer qui en étoit une ſuite; tant qu'enfin ce tourment ceſſa avec la vie du malade, dont il avoit achevé d'épuiſer les forces.

La

La cauſe du mal conſiſtoit dans l'obſtruction des plus petits vaiſſeaux exhalans du peritoine, qui procédoit de la tenacité des humeurs; & cette tenacité avoit été engendrée par la continuation d'un mauvais régime. De là vient qu'il n'y avoit abſolument dans l'abdomen aucune liqueur abdominale exhalante; mais tout y étoit dans un état de ſechereſſe & de cohérence. Les humeurs viſqueuſes étant donc extravaſées dans le péritoine, s'épaiſſirent à la longue, & engendrerent ces tubercules ſtéatomateux; qui auroient peut-être formé un ſeul ſtéatome continu, ſi la même liqueur qui ſéjournoit dans la cavité de l'abdomen, avoit permis que l'épaiſſiſſement parvint jusqu'à ce point. La maladie conſidérée en elle-même ſert à faire voir, combien il peut naître de maux dans le corps d'une mauvaiſe diéte, & de l'excès immodéré d'alimens nuiſibles; quelle eſt la néceſſité de déraciner dès leurs premiers principes des maladies, dont tous les ſoins qu'on y apporte, ne peuvent enſuite venir à bout; enfin de quelle maniere l'expanſion des inteſtins & de l'abdomen eſt une des cauſes les plus fréquentes des oppreſſions & de l'anxiété, qu'on attribuë quelque fois à l'etat de la poitrine, & qu'on traite en conſéquence d'une maniere peu convenable, ſans toucher à la véritable ſource du mal, qu'on augmente par là plutôt que de le guérir. Si cette maladie eſt plus commune aux Négres, à cauſe peut-être qne leurs humeurs ont plus de viſcidité huileuſe, c'eſt ce que j'abandonne à l'etude & aux Obſervations de ceux qui ſont à portée d'en examiner un plus grand nombre.



NOUVEL ESSAY
SUR LA MESURE DES HAUTEURS PAR LE MOYEN DU BAROMÉTRE,

PAR M. SULZER.

Depuis que le célébre *Pascal* a imaginé un moyen de mesurer l'élévation d'une hauteur sur le niveau d'un endroit donné, cette matiere a paru si importante aux Philosophes, qu'ils ont toujours travaillé depuis, à perfectionner cette espece de nivellement. En effet l'utilité immédiate, quoiqu'assez importante, qu'on peut tirer de cette théorie, est moins grande, que celle que la Physique générale & l'Astronomie en recevroient, si elle étoit assez perfectionnée. Si de la hauteur moyenne du Mercure dans le Barométre, ou de l'élasticité de l'air dans un endroit donné, on peut conclure l'élévation de cet endroit sur le niveau de la mer, on peut réciproquement pour chaque élévation donnée conclure l'élasticité de l'air, sa densité, & par conséquent sa réfraction ; ce qui est d'une extrême importance pour la perfection de l'Astronomie. Mais il faut avouër, que cette théorie si utile est encore bien éloignée de sa perfection. Le célébre M. *Daniel Bernoulli* est le dernier, que je sache, qui ait tenté de la perfectionner, dans l'excellent Ouvrage qu'il a écrit sur le mouvement des fluides. Il y a dix ans, que j'ai calculé sur sa théorie des Tables pour la mesure des hauteurs par le Barometre, & j'ai trouvé par beaucoup d'Expériences, que ces Tables sont beaucoup plus exactes, que toutes les autres qu'on avoit faites jusqu'alors. Cependant, comme M. *Bernoulli* n'a fondé sa théorie que sur des hypotheses, qu'il étoit obligé de faire faute d'Expériences exactes, j'ai crû pouvoir faire un nouvel

nouvel essai sui la même matière, en n'adoptant aucune hypothese, mais en me fondant uniquement sur des Expériences certaines.

Il y a deux choses, qui servent de fondement à cette théorie. La premiere est, de savoir exactement la compression ou la densité de l'air, le poids comprimant & la chaleur étant donnés. La plûpart des Auteurs ont adopté l'hypothese, que les densités de l'air étoient exactement en raison des poids comprimans. Mais il est facile de voir, que cela ne peut avoir lieu. M. *Bernoulli* a fait voir clairement que la régle de l'élasticité, fondée sur cette supposition, est fort contraire à des Expériences exactes. J'ai donc commencé à faire des Expériences sur la compression de l'air ; & je les ai poussées beaucoup plus loin que n'ont fait quelques Philosophes, qui en ont fait avant moi.

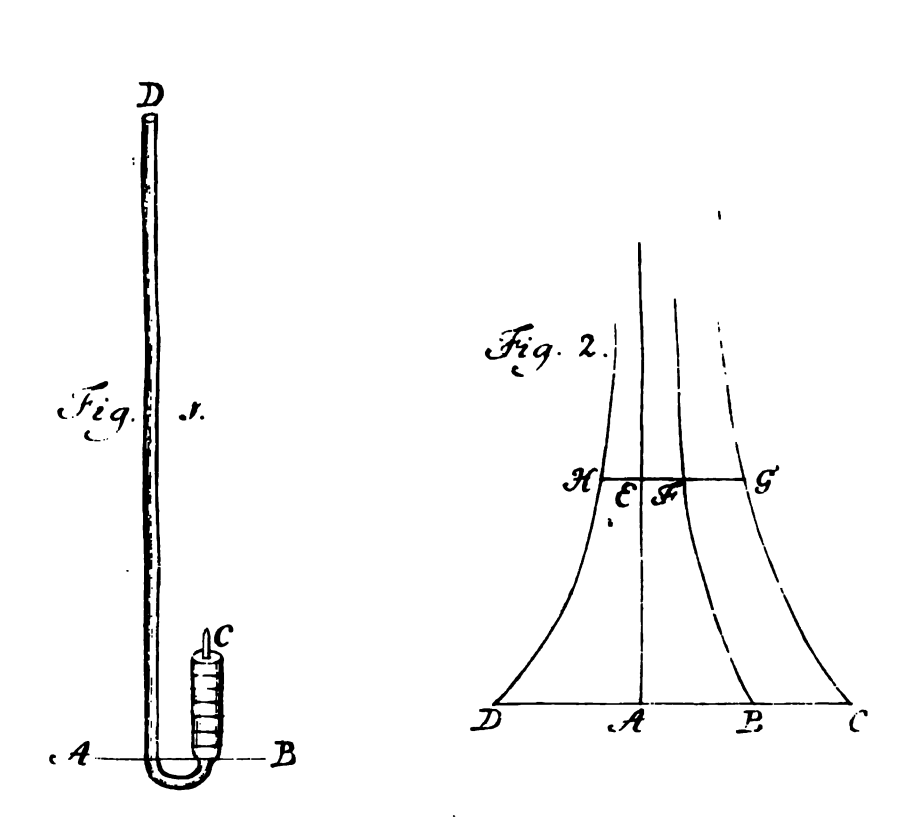
Le second article, qu'il faut régler, avant que de venir à une théorie exacte de l'élasticité de l'air dans les differentes hauteurs de l'Atmosphère, c'est de trouver une comparaison des differens degrès de chaleur, exprimés par les degrés du Thermométre ; car la chaleur ayant beaucoup d'influence pour altérer l'élasticité de l'air, il faut nécessairement connoitre sa force. J'ai donc en second lieu fait des Expériences qui tendent à nous ouvrir le chemin, pour calculer l'effet de la chaleur dans les differentes élévations sur le niveau de la mer. Ces Expériences faites, j'ai fait un nouveau calcul pour trouver une régle exacte de la diminution de l'élasticité dans les differentes hauteurs ; & je me suis servi dans ce calcul des principes, que mes Expériences m'ont fournis. Voilà en général le contenu de ce Mémoire ; je viens maintenant au détail de mes Expériences.

EXPÉRIENCES
sur la compression de l'air.

J'ai pris une demi-douzaine de tuyaux de verre, dont les cavités étoient assez larges pour que l'adhésion du Mercure à la surface intérieure n'eut point d'effet sensible pour diminuer la pression; je les ai fait joindre l'un à l'autre moyennant des anneaux de laiton & de la cire d'Espagne, pour en faire un seul tuyau continu, aussi bon pour l'usage auquel je l'avois destiné, que s'il avoit été tout d'une pièce. Puis ayant fait recourber l'extrémité inférieure de ce tuyau, j'y ai fait attacher de la même maniere un autre tuyau plus large, & long d'un
Fig. I. pied, auquel j'ai donné une situation parallèle au long tuyau. A' l'extrémité de ce second tuyau étoit attaché un autre tuyau d'un très petit diamètre. Cet Instrument ainsi préparé fut attaché à une forte pièce de bois, moyennant laquelle on lui donna une position perpendiculaire. Avant que d'attacher le tuyau large à l'autre, j'ai eu soin de le diviser exactement en pouces décimales du pied de Rhin, & j'ai eu égard dans cette division à la diminution de la cavité, qui étoit moindre en haut vers C qu'en bas. Je ne m'arrête pas à décrire le moyen que j'ai employé pour cela; il est facile d'en imaginer un.

Lorsque tout fut préparé de la maniere que je viens de décrire, j'ai fait verser un peu de Mercure (en D) au haut du long tuyau, afin qu'il remplisse l'espace qui est sous la ligne A B, pour avoir une base exacte, ou deux points fixes en A & en B pour commencer la mesure de hauteurs. Le petit tuyau capillaire C avoit été laissé ouvert pour cette petite opération préliminaire, afin que l'air pût sortir de son ouverture, lorsqu'on versoit cette petite quantité de Mercure, qui sans cela auroit déjà un peu comprimé l'air. Cela fait, j'ai fermé l'ouverture du tuyau en C moyennant de la cire d'Espagne, d'une maniere qui m'assurât que l'air, quelque comprimé qu'il fut, ne pouroit jamais y trouver la moindre sortie. Enfin j'ai attaché à côté du tuyau large

un



Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 116.

F. H. Frisch sc. Berl

un Thermometre de *Farenheyt*, pour obſerver les degrés de chaleur pendant l'Expérience; & comme il importe beaucoup que la chaleur ne change par ſenſiblement pendant l'Expérience, je l'ai faite dans un tems couvert, en plein air. Les réſultats de mes Expériences ſe trouve dans les Tables ſuivantes, dans leſquelles les meſures employées ſont des pieds du Rhin diviſés en 10 pouces, le pouce en 10 lignes, &c.

PREMIERE EXPÉRIENCE.

Hauteurs du Baromêtre.	*Etat du Thermom.*	*Hauteurs des colomnes de Mercure.*	*Eſpaces occupés par l'air.*
24. 56. pouces.	70. degr.	0. 00. pouces.	11. 00. pouces.
	70.	2. 30.	10. 00.
	70.	5. 18.	9. 00.
	70.	7. 00.	8. 00.
	70½	13. 75.	7. 00.
	70¾	16. 43.	6. 50.
	71.	19. 57.	6. 00.
	71.	23. 55.	5. 50.
	70½	28. 00.	4. 85.
	71.	33. 79.	4. 50.
	71.	48. 60.	3. 50.
	72.	59. 77.	3. 00.
	72½	66. 50.	2. 75.
	73.	74. 60.	2. 50.
	73½	84. 50.	2. 25.
	74.	96. 40.	2. 00.
24. 48.	73.	111. 15.	1. 87.

Les Expériences faites, j'ai laiſſé le tout dans l'état marqué par les derniers nombres, pendant 5 heures de tems. En examinant alors

l'état du tuyau, je vis que le Soleil, dont les rayons tomboient sur le tuyau, avoit fait monter le Thermometre à 81 degrés. La Colomne de Mercure étoit montée d'environ quatre pouces, & l'air comprimé applatit par ce nouvel accroissement de chaleur la surface du Mercure dans le tuyau : cependant il remplit encore le tuyau jusqu'à 1. 87 pouces comme auparavant. Cette circonstance m'assure, que les tuyaux n'avoient point donné des sorties insensibles, ni au Mercure, ni à l'air; & elle fait voir en même tems que le petit changement du Thermometre pendant l'Expérience n'a pas d'influence sensible pour altérer les hauteurs du Mercure dans les deux tuyaux.

SECONDE EXPERIENCE.

Barometre.	*Thermometre.*	*Colomnes de Mercure.*	*Espaces de l'air.*
24. 06.	62.	0. 00.	11. 00.
	62.	5. 40.	8. 90.
	62.	6. 95.	8. 50.
	61½ - - -	8. 00. - -	- 8. 00.
	62.	10. 04.	7. 50.
	62¼	12. 40.	7. 00.
	62 - - -	15. 57. - -	6. 50.
	62.	19. 30.	5. 95.
	62.	23. 20.	5. 50.
	62½ - - -	- 33. 50. - -	- 4. 50.
	62.	40. 75.	4. 00.
	62.	50. 00.	3. 50.
	62. - - -	- 61. 95. - -	- 3. 00.
	62½	79. 79.	2. 50.
	63¼	98. 56.	2. 00.
24. 06.	62½	137. 00.	1. 50.

J'ob-

J'obtins quelque tems après un long tuyau de verre fort large, & cela me tenta de répéter encore une fois l'Expérience, avec plus de commodité que les deux premières fois. Le tout fut donc préparé comme les deux premières fois, avec cette différence, que le long tuyau a été cette fois tout d'une pièce, (à quelques pieds prés, qui y furent ajoutés au haut,) & plus large qu'aux deux premieres Expériences. La Table ſuivante en contient les réſultats. Les meſures ſont le pied du Rhin diviſé en 12 pouces, & le pouce en 10 lignes.

TROISIEME EXPERIENCE.

Barometre.	*Thermometre.*	*Colomnes de Mercure.*		*Eſpaces de l'air.*
29''	55	0.	0.	12.
		2''.	2'''.	11.
	exactement	5.	3.	10.
	conſtant pen-	8.	8.	9.
	dant tout le	13.	7.	8.
	tems de l'Ex-	19.	1.	7.
	périence.	26.	1.	6.
		36.	0.	5.
		52.	0.	4.
		76.	3.	3.
		124.	6.	2.
		169.	2.	1½.

Pendant cette Expérience le Barométre baiſſa, mais de ſi peu qu'il n'eſt pas néceſſaire d'y avoir égard.

J'ai réüni les réſultats de ces trois Expériences dans la Table ſuivante, dans laquelle j'ai ajouté aux colomnes comprimantes la hauteur du Mercure dans le Barométre durant les Expériences, pour avoir les poids comprimans entiers. J'ai auſſi ſouſtrait peu à peu les 8 centiè-

mes

mes dont le Barométre baiſſa pendant le tems de la première Expérience; enfin j'y ai réduit les nombres à d'autres, en mettant l'unité, tant pour la hauteur du Mercure au commencement, que pour l'eſpace qu'occupoit l'air naturel. Au lieu des eſpaces, j'ai marqué dans les 2ᵉ. 4ᵉ. & 6ᵉ. colomnes les denſités, qui répondent aux poids comprimans.

TABLE

qui marque les denſités de l'air pour les poids comprimans donnés.

Premiere Expérience.		Seconde Expérience.		Troiſième Expérience.	
Poids comprimans.	*Denſités.*	*Poids.*	*Denſités.*	*Poids.*	*Denſités.*
1. 000.	1. 000.	1. 000.	1. 000.	1. 000.	1. 000.
1. 093.	1. 100.	1. 224.	1. 236.	1. 076.	1. 091.
1. 211.	1. 222.	1. 288.	1. 294.	1. 183.	1. 200.
1. 284.	1. 375.	1. 332.	1. 375.	1. 303.	1. 333.
1. 559.	1. 571.	1. 417.	1. 466.	1. 472.	1. 500.
1. 669.	1. 692.	1. 515.	1. 571.	1. 659.	1. 714.
1. 796.	1. 833.	1. 647.	1. 692.	1. 900.	2. 000.
1. 958.	2. 000.	1. 802.	1. 849.	2. 241.	2. 400.
2. 130.	2. 288.	1. 964.	2. 000.	2. 793.	3. 000.
2. 375.	2. 444.	2. 392.	2. 444.	3. 631.	4. 000.
2. 936.	3. 143.	2. 693.	2. 750.	5. 297.	6. 000.
3. 391.	3. 666.	3. 078.	3. 143.	6. 835.	8. 000.
3. 706.	4. 000.	3. 575.	3. 666.		
4. 035.	4. 444.	4. 320.	4. 444.		
4. 438.	4. 888.	5. 096.	5. 500.		
4. 922.	5. 500.	6. 694.	7. 333.		
5. 522.	5. 882.				

Les

Les résultats de ces trois Expériences ne conviennent pas exactement & il ne faut pas en être surpris, puisque la moindre erreur dans l'estimation de la compression de l'air, produit une erreur fort sensible dans la hauteur de la colomne de Mercure comprimant. Pour agir de bonne foi, il faut que je remarque, que la troisième Expérience me paroit la plus sûre; & je puis assurer, que j'y ai apporté une exactitude peu commune. D'ailleurs comme j'ai trouvé un moyen de placer le bas de la Machine, qui contenoit l'air à comprimer, dans les souterrains de ma Maison, pendant que le haut bout, ou l'on versoit l'argent-vif, montoit au premier étage, j'avois une très grande commodité d'observer la hauteur du Mercure dans le tuyau large; & l'Ami qui m'aida à faire l'Expérience en avoit autant, pour verser le Mercure précisément dans la quantité, où je voulois l'avoir. Outre cette commodité, l'air égal dans les souterrains conservoit absolument le même degré de chaleur pendant tout le tems de l'Expérience, ce qui est ici très essentiel.

Cependant, malgré la difference qu'il y a entre les trois résultats, ces 42 observations conspirent toutes à nous assurer, 1°. que la densité de l'air est toujours plus grande que le poids comprimant, 2°. que cet excés de densité sur le poids croit à mesure que l'air devient plus dense. Pour exprimer donc la loi de la compression de l'air, soit le poids comprimant $= P$, & la densité de l'air qui y répond $= D$. On aura cette formule pour la loi de la compression $D = P^{\pi}$, π étant une certaine fonction de P, qui croit à mesure que P devient plus grand.

Je ne crois pas à la vérité, que l'on puisse assigner à π sa valeur d'une maniere générale; cependant si P ne varie pas beaucoup, on peut sans erreur sensible prendre π constant; de sorte que, quand il ne s'agit que de la mesure des hauteurs par le Barometre, π sera à trés peu près constant. Les premiers résultats de ces trois Expériences donnent à peu près $\pi = 1.0015$. On auroit donc $D = P^{1.0015}$ pour

pour la loi de la densité dans la partie de l'Atmosphère, qui nous est accessible.

Je ne puis m'empêcher de faire ici quelques remarques sur la nature de l'air. Il ne paroit pas naturel, que l'air fort dense soit plus facile à être comprimé, que l'air raréfié. On soupconneroit tout au plus, que la densité devroit suivre la proportion des poids comprimans, parce qu'il est nécessaire, que, toutes choses égales, la force double doit produire un double effet. Ce seroit donc une spéculation assez curieuse d'examiner d'où vient cette inégalité d'effet des forces égales. Il me semble que cela peut arriver de deux manieres différentes. Ou les particules de l'air, lorsqu'elles sont plus proches les unes des autres, aident par leur force attractive à la compression, qui par là doit être plus facile dans l'air dense, que dans l'air plus raréfié; ou les particules de l'air sont semblables à des lames d'acier, qui lorsqu'on les courbe beaucoup, ne se restituent pas en entier, ayant perdu quelque chose de leur élasticité. Mais ce seroit une conséquence nécessaire de l'un & l'autre cas, que l'air comprimé ne fut plus capable de se restituer entièrement à son premier volume, lorsque la compression cesse; & dans ce cas il seroit semblable à la plûpart des corps élastiques que nous connoissons. M. de *Muschembroeck* dit, dans son Essai de Physique, que l'air condensé s'étend, lorsqu'on ôte la pression dans un volume plus grand qu'il n'étoit avant la compression. Mais il n'allégue aucune Expérience pour le prouver, & il me paroit très probable qu'il s'est trompé en cela.

Ayant ainsi trouvé une loi pour la compression de l'air, qui est à peu près vraye pour un air, qui ne différe pas beaucoup de celui qui est proche de la terre, je me suis appliqué à rechercher les moyens de calculer l'effet de la chaleur sur l'élasticité & la densité de l'air. L'essentiel est de trouver les proportions geométriques des degrés de chaleur indiqués par le Thermométre. Les divisions du Thermométre étant exprimées par des nombres arbitraires, on peut bien dire que la chaleur de 90

degrés

degrés, par exemple, est plus grande que celle de 30 degrés. Mais il faut savoir de combien celle-là est plus grande que celle-ci. Je crois avoir trouvé un moyen de comparer ces différens degrés de chaleur de manière à pouvoir dire, combien l'un est plus grand que l'autre. Voici les réfléxions sur lesquelles cette mesure est fondée. On sait que la chaleur dilate l'air, comme la pression le condense. Je regarde donc la chaleur comme un poids négatif, & je compare un degré de chaleur à un autre, moyennent la dilatation qu'ils opérent dans une même masse d'air. Supposé donc qu'un certain degré de chaleur *m* raréfie une masse donnée d'air jusqu'à lui faire occuper un espace double, & un autre degré de chaleur *n*, qui raréfie la même masse au quadruple, il me paroit assez probable, qu'on pourra supposer sans erreur sensible que *m* est à *n* comme 1 : 2. J'avois à la vérité quelques doutes sur cette proportion, mais ayant vû depuis, que M. *Newton* a estimé les proportions de chaleur, par la dilatation de l'huile (*), mes doutes ont cessé.

EXPÉRIENCES
sur la dilatation de l'air par la chaleur.

J'ai pris une quantité suffisante d'eau pour qu'elle conservât une chaleur plus grande que celle de l'air pendant un tems suffisant. J'ai placé cette eau dans une chambre des souterrains où le Thermométre de *Farenheyt* étoit à 57 degrés. J'ai mis dans cette eau un Thermométre avec un tuyau de verre rempli d'air, fermé hermétiquement au fond, & ouvert en haut par une très petite ouverture. Je m'étois assuré par des Expériences préalables, que l'air qui remplissoit le tuyau plongé dans l'eau prenoit exactement, & en peu de tems, le même degré de chaleur qu'avoit l'eau. Ayant donc remarqué le degré de chaleur auquel l'eau faisoit monter le Thermométre, j'étois assuré, que l'air dans

(*) Voyez *Newtoni Opuscula* T. II. p. 418.

le tuyau avoit exactement le même. Après avoir marqué ce degré, je bouchai la petite ouverture du tuyau, pour empêcher, que l'air extérieur n'entrât en retirant le tuyau de l'eau chaude. Avec cette précaution j'ai mis ce tuyau renverſé dans l'eau fraîche, qui avoit le même degré de chaleur que l'air de la chambre, ſavoir 57 degrés. Puis ayant placé le Thermométre dans la même eau, j'ai laiſſé réfroidir le tout jusqu'à ce que le Thermométre fut deſcendu au degré conſtant 57. Alors l'air s'étant retiré dans le Tuyau jusqu'à ſon volume naturel, l'autre eſpace ſe remplit d'eau. La quantité de cette eau m'indiquoit le volume d'air chaſſé par la chaleur. J'ai répété ces Expériences pluſieurs fois avec toutes les précautions, qui les rendent ſolides. Je ne mettrai ici que celles qui furent faites dans un tems où le Barométre reſta abſolument immobile, pendant tout le tems que l'Expérience avoit duré. En voici les réſultats.

Degrés de chaleur au Thermomét. de Farenheyt.	*Quantité d'air chaſſée du tuyau*
114.	0. 172. *du total.*
107.	0. 145.
100.	0. 122.
94.	0. 101.
84.	0. 071.
57.	0. 000.

On remarquera aiſément, que la raréfaction de l'air ſuit à peu près une progreſſion arithmétique. Car 57 degrés de chaleur plus que la chaleur conſtante de 57 degrés, avoient chaſſé 0. 172 parties, & 50 degrés en avoient chaſſé 0. 145 parties, &c. de ſorte que l'on peut mettre pour un degré du Thermométre à peu près 0. 0026 parties

ties. Ainsi il est facile de rapporter ces effets au degré constant 32. au lieu de 57. Sur ce fondement est bâtie la Table suivante :

Degrés de chaleur.	*Quantités d'air chassé.*
100.	0. 1768
90.	0. 1508
80.	0. 1248
70.	0. 0988
60.	0. 0728
50.	0. 0468
40.	0. 0208
32.	0. 0000

En mettant maintenant l'unité pour la quantité d'air de 32 degrés, dont le tuyau est rempli, le volume d'air chargé de 40 degrés de chaleur sera égal à $1 - 0.0208 = 0.9792$. Le volume d'un air de 50 degrés $1 - 0.0468 = 0.9532$. & ainsi de suite. Et puisque nous avons supposé, que la chaleur est proportionnelle à la rareté de l'air, on obtiendra la Table suivante.

Degrés de Chaleur du Thermométre.	*Proportions des Chaleurs.*
100	1. 1768
90	1. 1508
80	1. 1248
70	1. 0988
60	1. 0728
50	1. 0468
40	1. 0208
32	1. 0000 (*)

 Mainte-

(*) Il faut remarquer ici en passant qu'on peut conclure de cette Table que la chaleur de l'Eté dans ce climat est à celle de l'Hiver à peu près comme 6 : 5.

Maintenant, pour faire usage de ces Expériences dans le calcul des élasticités de l'air, il faudroit connoitre le degré du Thermometre pour chaque hauteur donnée. Mais il eſt facile de voir, que cela n'eſt point conſtant, ni dans tout climat, ni dans toute ſaiſon. La difference de l'Hyver à l'Eté eſt ſurtout ſenſible. En Hyver le froid eſt presque conſtant par toute la hauteur de l'Atmoſphère, au lieu qu'en Eté la chaleur eſt grande près de la Terre, & il régne un grand froid au ſommet des montagnes. Il n'eſt donc pas poſſible de donner des formules générales qui renferment toutes ces variétés. J'accomoderai le calcul à un cas particulier, en ſuppoſant un jour d'Eté dans notre climat, où le Thermometre de *Farenheyt* eſt ordinairement à 70. ou 72 degrés.

Quant à la diminution de la chaleur dans les differentes hauteurs, voici ce que j'en ai remarqué dans un Voyage que je fis aux Alpes en Suiſſe, l'an 1742. Au mois d'Aout, lorsque par un tems clair le Thermometre étoit entre 70 & 80 degrés dans les vallées, je ne l'ai obſervé qu'entre 40 & 45 degrés à la hauteur environ de 3000 pieds au deſſus du niveau de la mer; à 5000 pieds de hauteur il étoit entre 30 & 40; & à la hauteur de 7000 pieds, il ne paſſa guères le 34 degré à midi. Les belles Obſervations que Mr. *Bouguer* a faites au haut des Montagnes du *Pérou*, s'accordent aſſez avec celles-ci. Tout cela bien conſidéré, il me ſemble que les différens degrès de chaleur en montant dans l'Atmoſphère, peuvent être repréſentés par les appliquées d'une courbe aſymptotique, dont nous connoiſſons à peu près les valeurs ſuivantes. (En nommant la hauteur x, la chaleur qui y repond u)

Lorsque $x = 0$	$u = 1.1000$
$x = 3000$	$u = 1.0330$
$x = 5000$	$u = 1.0100$
$x = 8000$	$u = 1.0000$
$x = 12000$	$u = 0.9896$

Voilà

Voilà les principes sur lesquels il faut fonder le calcul pour trouver l'élasticité de l'air dans les différentes hauteurs de l'Atmosphère, ou les hauteurs, qui répondent aux élasticités données.

Soit maintenant ABC, la ligne horizontale, qui rase la surface de la Mer; AK, la verticale servant d'axe aux courbes DH, BF, CG, dont la première est celles des degrés de chaleur, la seconde celle des pressions de l'Atmosphère sur un pouce quarré, & la troisième celles de densités. Fig. II.

Je mettrai la hauteur A E $= x$.
H E $= u$.
E F $= p$.
E G $= y$.

L'élasticité de l'air étant toujours égale au poids, que l'air peut soutenir, & lequel l'élasticité de l'air tient en équilibre, je ne chercherai que la pression de l'Atmosphère pour chaque hauteur. De cette pression il sera facile de déduire la hauteur du Mercure dans le Barométre. Je suppose la hauteur du Barométre au niveau de la mer $= 28$ pouces du pied de France, & je mets le poids de 28 pouces cubiques du Mercure, (qui fait 112007 grains,) $= 1.000$. Le poids de l'air est égal à sa densité multipliée par sa hauteur, lorsque cette densité est constante. Donc l'élément du poids, ou de la pression dp, doit être $= -mydx$ ou $-dp = mydx$. Or par le résultat de nos Expériences nous avons $y = p^{\pi}$ lorsque la chaleur est constante, & en supposant la chaleur variable, puisqu'elle diminue la densité, on aura $y = \frac{p^{\pi}}{u}$. Cette valeur substituée dans la première équation donne $-dp = \frac{mp^{\pi}dx}{u}$, & $\frac{-dp}{p^{\pi}} = \frac{mdx}{u}$, dont l'intégrale est $\pm C + \frac{1}{\overline{\pi-1}.p^{\pi-1}} = \int\frac{mdx}{u}$.

Nous

Nous ne sommes en état de déterminer la valeur de π en général que par une Equation transcendente. Mais, pour abréger le calcul, il me suffira cette fois d'appliquer cette formule à ces cas où π devient constant, ce qui doit avoir lieu en Hyver, par de grands froids. Nous avons donc pour ce cas $\pm C + \frac{1}{\pi - 1.\; p^{\pi - 1}} = m x$, d'où l'on tire

$$\left(\frac{1}{\pi - 1.\; (mx + \frac{1}{\pi - 1})}\right)^{\frac{1}{\pi - 1}} = p.$$

Cette équation peut être appliquée à tout climat où il gèle dans l'Hyver, pourvû qu'on détermine bien la valeur de la lettre π, qui dans notre climat sera à peu-près $\frac{15}{10000}$; comme nous avons trouvé par nos Expériences. Elle sera plus grande pour les païs plus septentrionaux, & moins grande pour ceux qui sont plus méridionaux. En mettant donc $\pi = 0.0015$ l'équation sera

$$\left(\frac{666.\ 666\ \&c.}{666.\ 666.\ \&c.\ + m x}\right)^{\frac{10000}{15}} = p.$$

dans laquelle la lettre m doit être déterminée par une bonne Observation. En comparant plusieurs Observations, je trouve pour cette lettre m à peu près la valeur 0. 00004, ou un peu moins; d'où il est facile de calculer des Tables pour l'usage de la mesure barométrique.

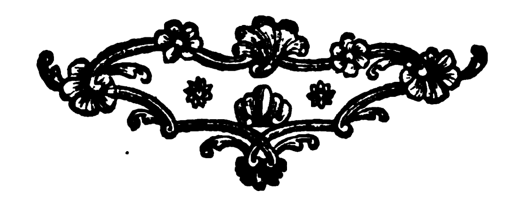
Appliquons cette formule à une seule Observation, qui est sans doute la plus exacte de toutes celles qu'on a, puisqu'elle a été faite par Mrs. les Académiciens de Paris envoyés au Pérou. M. *Bouguer* la rapporte dans l'excellente description de son voyage au Pérou. A' une hauteur de 2476 toises, ou de 14856 pieds, le Mercure baissa dans le Barométre de 12 pouces & 3 lignes; & au bord de la Mer du Sud de près de 28 pouces. Cette Expérience donne donc $p = 0.5630$.

En

En mettant dans notre formule $x = 14856$ & $m = 0.00004$, on obtient $p = 0.5519$, ce qui fait un peu plus de $3\frac{1}{2}$ lignes de différence dans la hauteur du Barométre, & environ 400 pieds de différence pour la hauteur de la montagne. Par la formule de M. *Bernoulli* (*) on obtient dans cet exemple $p = 0.5968$. Mais cette même formule paroit mieux convenir avec les Observations faites à des hauteurs moins considérables, comme on peut le voir dans l'excellent Ouvrage, que je viens de citer.

Si la hauteur du Barométre est donnée, & que l'on veuille en déduire l'élévation de l'endroit, on aura $x = \frac{a - a p^{\frac{15}{10000}}}{m p^{\frac{15}{10000}}}$ en mettant $a = 666.666$ &c. & $m = 0.00004$.

(*) Voyez *Hydrodyn.* Sect. X. p. 2[illegible].



DE
L'ENVELOPE DES NERFS,
PAR M. ZINN.

Traduit du Latin.

Presque tous les Anatomistes, depuis le tems de Galien, ont été imbus de l'opinion, que cette envelope des nerfs, dont les petits filets médullaires qui sortent du crane sont entourés, & qui sert à les préserver de toute lésion dans leur passage à travers les muscles & d'autres parties, est une vraye continuation des méninges du cerveau, qui, sans changer de nature, s'arrangent seulement en forme d'étui, autour des nerfs qui sortent du crane & de la cavité des vertebres, & continuent à les accompagner jusqu'à la fin. Mais, comme la plûpart croyent que cette dure-mère, & d'autres aussi que la pie-mère, sont des membranes d'une extrème sensibilité, tandis que la moëlle même est destituée de tout sentiment, on en est aisément venu au point de s'imaginer que tout le sentiment dépendoit de cette envelope des nerfs, considérée comme une continuation des méninges du cerveau, & que c'étoit de là qu'il alloit aboutir au *sensorium* commun. De nos jours, le célébre M. *Winter*, Professeur dans l'Académie de Leyde, a poussé cette théorie, jusqu'à placer dans la dure-mère le premier principe, non seulement de la sensibilité, mais aussi de l'irritabilité, prétendant que les parties du corps humain ne sont sensibles & irritables, qu'autant qu'elles procedent de la dure-mère. On fait contre cette théorie diverses Objections, parmi lesquelles il y en a qui sont certainement d'un grand poids; cependant personne ne s'est avisé d'examiner, s'il étoit conforme à la vérité Anatomique, de faire de l'envelope des nerfs une véritable production des méninges du cerveau. C'est pourtant là le fondement principal, sur lequel repose toute cette théorie; & dès qu'on l'aura ôté, tout l'édifice qu'il porte, ne peut manquer de tomber

ber en ruïne. M. de *Haller*, mon illuſtre & reſpectable Maître, eſt le premier qui ait propoſé une très belle conjecture, tirée de l'analogie des autres parties, ſuivant laquelle cette envelope des nerfs n'eſt qu'une ſimple toile celluleuſe. Cette idée m'a paru ſi importante, que je me ſuis propoſé de la vérifier, en examinant attentivement dans les cadavres, quel étoit l'état des choſes, tant à la ſortie des nerfs hors du crane & de la cavité des vertébres, que dans leur cours au milieu de toutes les parties du corps humain.

Tous les nerfs qui procedent de la moëlle du cerveau, ou de l'épine, ſont de petits faiſceaux moëlleux, composés de filets de fibres, diſtincts, paralleles, que la pie-mère envelope, & réünit en un ſeul paquet. Dans les uns elle eſt rougeâtre & plus ferme, dans les autres plus molle & presque médullaire, comme dans les nerfs olfactoire & auditif; cependant les petits vaiſſeaux qui déſignent le nerf, la découvrent aiſément partout. Les troncs compoſés de ces petits filets vont ſe rendre à leur trou dans la dure-mère, qui eſt tantôt plus, tantôt moins éloigné de l'origine qu'ils tirent de la moëlle; & il y en a quelques uns qui font un aſſez long chemin par ſes divers canaux & interſtices, avant que de trouver leur trou dans la baſe du crane, étant d'ailleurs liés par tout d'une maniere très étroite à la dure-mère, dans tout le cours du chemin qu'ils font en s'avançant entre ſes lames, par une ſubſtance celluleuſe forte, courte, rougeâtre, & diſtincte de la piemère. Mais, lorsque le nerf eſt arrivé à ſon trou, la dure-mère, collée partout aux os, ſe réfléchit, & forme un entonnoir, dans lequel eſt reçu le nerf, comme dans une eſpece d'étui, tant qu'il eſt dans l'épaiſſeur des os, étant lié à la dure-mère par pluſieurs fibrilles celluleuſes, & aſſez fortes, afin que l'origine même qui eſt extrémement molle, ne ſouffre pas aiſément de léſion, lorsqu'il arrive quelquefois que le nerf a une tenſion en ſortant de ſa boëte oſſeuſe. La dure-mère, en ſortant avec le nerf hors du crane & du canal des vertèbres, ne demeure pas la même dans les differens nerfs. Car dans ceux, qui im-

médiatement après leur iſſuë continuënt leur route entrelaſſés dans les muſcles, comme dans le huitième, le troiſième rameau de la cinquième paire, & le neuvième, lorsqu'elle eſt parvenuë à l'embouchure extérieure du trou du crane, elle ſe ſépare d'abord en deux lames, dont l'une, en conſervant la ſolidité & la denſité qui caractériſent la dure-mère, eſt réfléchie autour des os, & ſe continuë de la maniere la plus manifeſte dans le perioſte même. Pour l'autre lame, elle revêt le nerf comme un étui pendant un court eſpace, & alors ſon état paroit favoriſer l'opinion communément reçuë; mais, après avoir fait un peu de chemin avec lui inſenſiblement, & plutôt dans l'un, plus tard dans l'autre, elle devient plus lâche & plus mince, jusqu'à ce quelle ne ſoit plus qu'une ſimple toile celluleuſe, graſſe, qui peut ſe gonfler, tout à fait ſemblable à la toile celluleuſe qui répond partout aux muſcles & aux autres parties du corps humain, en un mot qui ſe confond pleinement avec la celluleuſe des parties voiſines. Néanmoins les petites lames intérieures, qui touchent le nerf de plus près, étant comprimées par la force des muſcles & des autres parties qui repoſent deſſus, ſont d'un tiſſu un peu plus ſerré, & continuënt à revêtir le nerf, comme cela arrive à toutes les parties, qui ſont entourées d'une ſubſtance celluleuſe. La choſe eſt ſurtout ſenſible dans le huitième qui deſcend par le col, & où les petites lames celluleuſes ſont plus étroitement reſſerrées par la pulſation de la carotide & l'action des parties voiſines. Les autres nerfs, qui ont leur cours à travers des parties très molles & de la pure graiſſe, comme ſont ceux qui entrent par la fente de l'orbite ſphénoïde, ne reçoivent pas ſeulement cette lame de la dure-mère, qui dans cet endroit ſe réflêchit toute entiere dans le perioſte de l'orbite, mais ils ſe montrent gernis ſeulement de leur pie-mère, & d'une celluleuſe tout à fait déliée. La dure-mère abandonne auſſi entierement d'autres nerfs, qui en ſe jettant d'abord dans les os, y ſont mis à l'abri de tout accident, comme le ſeptième, le ſecond rameau du cinquième, & l'intercoſtal; & cette membrane, ſans ſe diviſer, demeure toute entiere attachée aux os, & elle ne ſe partage point, comme

elle

elle le fait ailleurs, en deux lames, dont l'une ferve à revêtir le nerf. A' la fortie de l'olfactoire, la dure-mère jette par tous les trous de la lame ethmoïde des productions remplies de rameaux nerveux & de petits vaisseaux, qui pendant un certain espace se montrent distinctement dans la membrane pituitaire, jusqu'à ce qu'ils s'évanouïssent insensiblement avec elle. J'aurois du penchant à croire, que les Auteurs qui, en décrivant la distribution du nerf olfactoire dans les parties des narines, prétendent que ses rejettons sont embarrassés, qu'ils se distribuënt en rameaux, & qu'ils ne sont pas fort mous, n'ont vû autre chose que ces productions de la dure-mère, qui s'engagent dans la membrane des narines. Quiconque en a fait l'Expérience, reconnoitra avec moi, que la mollesse coulante & muqueuse du nerf olfactoire, depuis qu'il a passé la lame ethmoïde, empêche entièrement qu'on puisse affirmer quelque chose de certain de sa distribution, ou de son anastomose avec les autres nerfs. La dure-mère de la moëlle épiniere, comme nous l'avons dit de la dure-mère du crane, forme pareillement à l'issuë de chaque nerf, toujours entre deux vertébres, un entonnoir, qui embrasse non seulement le nerf d'une maniere étroite, mais qui fournit la tunique externe au ganglion, dont on peut cependant la séparer, sans que le ganglion en reçoive aucun dommage; de sorte qu'on n'est pas assez fondé à dire que la dure-mère même se rend avec le nerf dans le ganglion. A' l'egard des nerfs de l'épine, ils different de ceux du crane en ce qu'il n'y a point de lame de la dure-mère, qui se continuë dans le périoste des vertébres, qui procede uniquement du périoste du crane, mais que tout cet entonnoir qui est formé par la dure-mère, se résout dans la celluleuse entourée du nerf. Dans tous ces nerfs la pie-mère, après qu'elle est sortie des os, semble se changer en cette toile celluleuse déliée, qui réünit finalement les filets mêmes & les dernieres fibrilles, & en forme un faisceau plus considérable, en déposant sa nature pulpeuse, de sorte que dans un nerf qui a fait quelque chemin entre les muscles, on ne peut plus la distinguer de cette celluleuse extérieure.

Je me persuaderois difficilement que l'arachnoïde sortit du crane, à moins qu'elle ne se change d'abord en celluleuse. Pour le nerf optique, il diffère de tous les autres en ce qu'il est le seul qui soit envelopé d'une vraye continuation de la dure-mère, comme d'une espece d'étui, jusqu'à la prunelle de l'oeil; & cette envelope ne se résout point, comme dans les autres nerfs, en une toile celluleuse, mais on peut la détacher toute entiere du nerf jusqu'à la fin; ce qui peut avoir donné lieu aux Auteurs d'affirmer la même chose de tous les autres nerfs du corps humain. En effet la dure-mère avec le nerf, à l'embouchure extérieure du trou optique, se divise de la façon la plus manifeste en deux lames, dont l'une, en réflêchissant de cet angle de division en dehors, revêt l'orbite en guise de périoste, & l'autre, embrassant le nerf comme une gaine, s'avance jusqu'à la prunelle de l'oeil. A' la vérité plusieurs Anatomistes sont encore dans l'opinion, que cette gaine qui procede de la dure-mère, étant devenuë plus épaisse, se change en la sclérotique même. Mais mes propres Observations, que j'ai répétées plusieurs fois avec toute l'exactitude & l'attention dont je suis capable, m'ont abondamment convaincu, que la sclérotique est une tunique propre & particuliere de l'oeil, entierement differente de l'envelope du nerf optique, qui est liée à l'origine la plus épaisse de la sclérotique autour du nerf optique, très étroitement par une forte celluleuse. De la même maniere la pie-mère du nerf optique, qui rassemble en un gros nerf tous les filets de ce nerf unis par une celluleuse, parvient toute entiere avec le nerf jusqu'à l'origine de la rétine, y étant inséparablement adhérente partout. Il n'est point du tout vrai, comme quelques Auteurs des plus modernes le veulent, qu'elle se résolve en cet endroit en celluleuse; & le sentiment commun des Anatomistes jusqu'à présent, sçavoir qu'elle forme la choroïde, n'est pas mieux fondé. Je me suis assuré par mes propres yeux, qu'elle s'unit seulement à la choroïde par une liaison celluleuse; mais, lorsqu'elle s'est avancée avec le nerf dans l'épaisseur de la sclérotique, jusqu'à l'endroit où elle commence à se déveloper dans la rétine, la pie-mère, en se réflêchissant

tout autour, parvient à la ſclérotique, & la garnit en dedans de maniere, qu'elle forme ſa lame intérieure, qui en eſt inſéparable jusqu'à la cornée, comme je le démontrerai ailleurs avec plus d'étenduë.

Les nerfs préſentement hors du crane, & étant moins défendus entre les muſcles, ont les filets médullaires qui les conſtituënt, liés entr'eux par une celluleuſe d'autant plus déliée, que ces filets ſont plus petits; de façon qu'en examinant la ſtructure du plus petit filet que l'oeil puiſſe découvrir avec le ſecours du meilleur Microſcope, on apperçoit toujours une toile celluleuſe d'une extrème ſubtilité, qui entoure ce petit filet, & le joint aux autres. Ces filets de la derniere petiteſſe ſe réüniſſent pour en former de plus conſidérables, qui ſont unis par une celluleuſe plus forte, jusqu'à ce que la fin une derniere envelope celluleuſe, épaiſſie, & comme durcie par la force des muſcles qui y repoſent & par la pulſation des artères, fourniſſe une envelope univerſelle, continuë à la celluleuſe plus ſubtile, qui eſt entrelaſſée parmi les moindres filets. Cette envelope contient tous les filets, & les raſſemble en un ſeul nerf; ce qui rend la fabrique des nerfs parfaitement ſemblable à celle des muſcles, dont les dernieres fibres ſont pareillement unies par une celluleuſe tout à fait ſubtile, tandis que le muſcle entier eſt entouré d'une celluleuſe plus dure, qui le reſſerre comme une eſpece de tunique.

Dans certains nerfs cette envelope celluleuſe a plus d'épaiſſeur & de ſolidité; dans d'autres on la trouve plus molle & plus déliée, ſuivant que les nerfs prennent leur cours dans telle ou telle partie. Elle a ſa plus grande conſiſtance dans les nerfs qui ſe répandent entre les muſcles, afin que leur portion médullaire qui eſt ſi délicate ne ſoit point offenſée par l'action des muſcles, ou par quelque accident externe. Elle eſt plus molle dans ceux qui ſe rendent aux viſceres, & ſurtout à l'abdomen, parce qu'étant plus profondément ſitués ils ſont mieux à l'abri de toute léſion, auſſi bien que les nerfs qui entrant dans l'orbite traverſent la pure graiſſe. Mais elle n'eſt nulle part auſſi déliée

&

& auſſi molle que dans les nerfs qui paſſent par des cavités entourées de toutes parts d'os, & par des canaux oſſeux, comme dans le ſeptième, & ſurtout dans ſa portion molle, dans le ſecond rameau du cinquième qui eſt renfermé dans la cavité ſphénopalatine, & ſurtout dans l'intercoſtal, qui né dans le bain de ſang du réſervoir, & accrû dans ſon cours par la ſeconde racine tout à fait molle du nerf Vidien, fait un long chemin par le canal oſſeux carotique, conſervant toujours une extrême molleſſe, qu'il communique à preſque tous ſes rameaux. On obſerve la même choſe dans ceux du cardiaque, qui étant placés dans la ſituation la plus aſſurée, où il eſt impoſſible qu'il leur arrive quelque accident, à moins que les grands vaiſſeaux qui ſortent du coeur ne ſoient bleſſés, ce qui ne peut arriver ſans un grand danger de la vie. Le ſecond rameau de la cinquième paire, tant qu'il demeure caché dans une cavité entourée d'os, la portion dure du ſeptième, lorſqu'il deſcend dans l'aqueduc de Fallope, le premier rameau du cinquième, lorſqu'il ſe répand dans l'orbite, ſont tout à fait mous & tendres; mais quand ces mêmes nerfs s'enfoncent dans les muſcles, ils prennent une envelope celluleuſe plus dure & plus ferme, & deviennent plus ſemblables aux autres nerfs muſculaires. Cela fait voir qu'on ne ſçauroit dire, à proprement parler, qu'un nerf ſoit plus dur qu'un autre, mais que toute la difference à cet égard vient uniquement des envelopes. C'eſt par le moyen de la même envelope celluleuſe que les nerfs ſont liés de côté & d'autre aux parties voiſines, comme les nerfs diaphragmatiques au péricarde, le huitième à l'oeſophage, & les méſenteriques qui partent du ganglion ſemi-lunaire aux tuniques des grandes artères qui ſe rendent aux viſcères de l'abdomen; dans leſquelles tuniques ces nerfs s'entrelaſſent de telle façon, qu'il eſt très difficile de les bien préparer. Dans la même envelope celluleuſe ſont auſſi répanduës pluſieurs petites artères & veines, qui ont aſſez de grandeur dans les nerfs plus conſidérables, & qui, lorſque les vaiſſeaux ſont injectés, peignent admirablement le nerf. L'eau de l'hydropiſie, & même quelquefois la graiſſe, ſe répand dans ces interſtices celluleux; comme cela arrive

partout

partout à la toile celluleuſe. Plus les rameaux des nerfs deviennent petits, plus la celluleuſe paroit déliée, jusqu'à ce qu'à la fin ces rameaux ſe terminent en une pulpe, après avoir dépoſé toutes les envelopes dont ils étoient entourés. Cependant on obſerve, non ſeulement dans la rétine même, mais auſſi dans les mammelons de la langue & de la peau, une ſorte de celluleuſe des plus déliées, qui unit les derniers rejettons des nerfs avec les plus petits vaiſſeaux, les joint en un ſeul mammelon, & donne quelque ſolidité à la moëlle du nerf.

Quelques uns de ces nerfs, comme ceux de l'épine, l'intercoſtal, qui, comme M. *de Haller* l'a déjà remarqué, eſt vrayement un nerf de l'épine, & ceux du cinquième rameau, s'enflent dans leur route, & forment des eſpeces de tumeurs duriuſcules, rougeâtres, vaſculeuſes, faites d'une toile celluleuſe dure & épaiſſe, que les Anatomiſtes nomment des ganglions. M. *Meckel* a mis dans un ſi grand jour (*) toute la doctrine des ganglions & de leur utilité, qu'il ne ſemble presque pas qu'on puiſſe y rien ajouter; & ce qu'il avance à cet égard, eſt appuyé ſur des argumens ſi ſolides, que j'y acquieſce pleinement. J'ajouterai ſeulement un petit nombre d'idées, qui me ſont venuës dans l'eſprit en examinant les envelopes des nerfs, & qui appartiennent au ſujet que je traite.

M. *Meckel* a déjà remarqué, qu'une des utilités des ganglions conſiſte, en ce que d'un tronc, ou d'un petit nombre de troncs, il peut ſortir commodément quantité de rameaux, & partant d'un point, ſe diſperſer ſuivant pluſieurs directions; & comme la tunique celluleuſe qui eſt apportée par les troncs, ne ſuffit pas pour revêtir tous ces rameaux, la Nature a ajouté les ganglions, qui fourniſſent l'envelope celluleuſe néceſſaire aux rejettons nerveux qui ſortent d'un ſeul ganglion. Outre cela, je crois qu'une utilité des ganglions qui n'eſt pas à mépriſer, c'eſt que les fibres nerveuſes qui arrivent par divers troncs, s'y mêlent d'une maniere intime; ce qui n'auroit pas pû ſe faire avec autant

(*) Dans les *Mémoires de l'Académie Royale*, Tom. V.

autant de facilité dans des plexus nerveux, où les troncs différens qui les forment, sont plutôt posés à côté l'un de l'autre, ou collés, que les fibres nerveuses mêmes ne sont mêlées entr'elles. Au contraire dans les ganglions les fibres mêmes des differens troncs s'entremêlent avec tant de force, qu'il ne sort du ganglion aucun petit rameau, qui n'ait reçu quelque fibres de tous les troncs qui aboutissent à ce ganglion. Il me paroit, par exemple, extrèmement probable, qu'il ne sort du ganglion semi-lunaire aucun petit rameau, à la formation duquel ne concourent tous les troncs qui entrent dans le ganglion susdit. Mais, comme le mêlange intime de ces fibres médullaires mêmes ne peut se faire qu'après qu'elles ont déposé toute envelope, j'estime que les ganglions sont destinés à revêtir ces nouveaux rejettons qui naissent de la combinaison des fibres que fournissent des troncs tout différens, de l'envelope celluleuse dont ils ont besoin, & en même tems à empêcher que les fibres mêmes qui doivent se mêler entr'elles, ne puissent être aisément endommagées, ou écartées. C'est ce que M. *Meckel* a déjà fait voir des ganglions des nerfs de l'épine.

Cette toile celluleuse des nerfs est le siège de plusieurs maladies nerveuses, dans lesquelles le cerveau est sain & la moëlle de l'épine sans dommage; & ce sont aussi les seules maladies des nerfs qui laissent l'espérance de la guérison. Car la moëlle tout à fait tendre du nerf, dès qu'elle est une fois gâtée, ne semble pas accessible à l'action des remèdes; & ceux qui dans ces cas s'en prennent à l'altération qu'ils supposent dans la qualité des esprits, débitent assurément de vaines conjectures. C'est ainsi que la paralysie des differentes parties du corps paroit être produite le plus souvent, ou par de petits vaisseaux gonflés & obstrués, qui traversent cette toile celluleuse, & qui compriment la moëlle, ou par quelque humeur répanduë dans les interstices des lames celluleuses, qui s'y est coagulée, & grossie au point de devenir une tumeur cystique, ou enfin par une matiere morbifique qui s'est transportée par metastase dans ces endroits.

Je

Je penſe qu'il faut rapporter ici ces exemples, dont tout le monde parle aujourdhui, je veux dire, ceux des guériſons qu'on prétend être effectuées ſur des membres paralytiques par le moyen de l'électricité. Elles paroiſſent ſe rapporter à l'eſpece de paralyſie qui vient de l'obſtruction des vaiſſeaux répandus dans la toile celluleuſe du nerf, qui s'inſere dans le muſcle paralytique; lesquels vaiſſeaux tout remplis d'une matiere qui ſe gonfle & ſe dilate exceſſivement, compriment les fibres médullaires du nerf, interceptent l'influence des eſprits animaux qui ſe rendent au muſcle, & privent ainſi l'ame de l'empire qu'elle a ſur cette partie. Mais, quand la force électrique agit ſur ce membre paralytique, non ſeulement le mouvement du coeur devient plus fort & plus rapide, mais les artères elles-mêmes ſe reſſerrent avec plus de force, & en exercent davantage ſur l'endroit obſtrué. La Machine électrique augmente auſſi l'affluence du ſang vers l'endroit irrité, & de cette maniere la force qui pouſſe ſans ceſſe par derrière s'accroit. Toutes ces cauſes étant réünies, les molecules engagées dans les vaiſſeaux ſont ſecoüées & attenuées, elles ſe réſolvent en parties plus petites, de façon qu'elles peuvent paſſer dans les veines; ou bien, par une plus forte contraction des tuniques de l'artère obſtruée, elles ſont repouſſées dans de plus grands vaiſſeaux, & rentrent dans le ſang agité par la force du coeur. Ces petits vaiſſeaux étant donc délivrés de la matiere qu'ils contenoient, reprennent leur premier diamètre, & ceſſent de comprimer les fibres médullaires; & alors, la circulation y redevenant plus libre, les eſprits nerveux peuvent reprendre leur ancienne route, & agir librement dans les parties qui s'étoient ſouſtraites à l'empire de l'ame: ce qui ſuffit pour rendre le mouvement au membre affecté. Je ne ferois pas difficulté non plus de rapporter à la léſion du nerf, & à l'inflammation des petits vaiſſeaux de l'envelope celluleuſe, ces étranges & terribles accidens, qu'on a coutume d'attribuer à l'inflammation & à la corroſion des tendons & de leur gaine; comme ſont les effrayans ſymptomes, qui ſuivent quelquefois, à ce qu'on prétend, la piquure des tendons, & dans lesquels une legère bleſſure, faite aux

dernieres phalanges des doits, cause une douleur énorme, qui gagne jusqu'à l'épaule, & qui est suivie d'une inflammation, tendante aussitôt à la gangrene, d'une fièvre des plus aiguës, de convulsions, & bientôt après de la mort même. Telle est encore cette cruelle & trés dangereuse espece de paronychie, qui est accompagnée à peu près des mêmes symptomes. Il est difficile de comprendre comment ils pourroient résulter de la simple lésion des tendons, qui ne sont liés avec les parties voisines que par une substance celluleuse; qui sont eux-mêmes composés pour la plus grande partie d'une semblable substance, comme l'ont observé les Anatomistes qui tiennent certainement le premier rang dans notre siècle; enfin dont l'extrème sensibilité, qui leur avoit été attribuée jusqu'à présent, est devenuë à juste titre suspecte, depuis les Expériences & les Observations qu'on a faites pour s'en assurer. L'explication de ces symptomes est beaucoup plus facile, en la dérivant de la lésion du nerf, & de l'inflammation des vaisseaux de la celluleuse qui en résulte, par laquelle ces vaisseaux gonflés & enflammés tendent le nerf de toutes parts, ou bien en se rompant répandent dans la celluleuse quelque liquide acre, par lequel la moëlle est perpétuellement irritée, ce qui produit des convulsions, & trouble nécessairement la circulation. Le passage du sang dans les plus petits vaisseaux étant empêché par ce resserrement des nerfs, l'ardeur de l'inflammation, la fievre très aiguë, qui accompagne toute inflammation, la gangrène enfin, & la mort même, sont autant de suites inévitables de la résorption de cette liqueur gangréneuse.

Or, comme tous les nerfs du bras sont liés entr'eux par de fréquentes anastomoses & par divers plexus, & que leurs petits rameaux s'étendent à toutes les parties, on voit sans peine, comment l'inflammation produite dans un nerf quelconque, se propage par toute la continuité de l'envelope celluleuse, & par les vaisseaux qui sont liés à tous les autres, de sorte qu'en très peu de tems elle fait les progrés les plus rapides.

Tout

Tout ce que j'ai dit jusqu'à préſent, s'accordant donc à prouver que l'envelope des nerfs n'eſt autre choſe qu'une ſubſtance celluleuſe, tout à fait différente de la dure-mère, & qui même dans pluſieurs nerfs ne lui eſt pas continuë, je ne vois aſſurément pas ce que peuvent alléguer en faveur de leur opinion ceux qui prétendent que toutes les impreſſions des objets ſenſibles, faites ſur une partie quelconque du nerf, ſont portées à l'ame par le moyen de cette envelope, & que l'unique cauſe de la ſenſibilité & de l'irritabilité des nerfs, vient de ce qu'ils ſont envelopés de ces productions de la dure-mère.

Perſonne, à ce que j'eſpére, ne diſconviendra, que toute cette diſpute ne ſoit entierement terminée, ſi l'expérience nous enſeigne, que toute voye de communication entre l'envelope des nerfs & la dure-mère, eſt pleinement interceptée. De quelle maniere, par exemple, le ſentiment pourroit-il être porté à l'ame par les rameaux qui ſortent du nerf intercoſtal, lequel dans ſon origine n'a abſolument aucune envelope; ou bien par le rameau deſcendant du ſecond rameau de la cinquième paire, qui dans la cavité ſphénopalatine eſt tellement éloigné de la dure-mère, qu'on trouve la graiſſe répanduë entr'elle & ce nerf?

Dans les nerfs même, qui ont une envelope celluleuſe continuë avec la ſubſtance celluleuſe, en laquelle nous avons dit que la dure-mère du cerveau ſe réſolvoit, la ſenſibilité & l'irritabilité ſeront difficilement attribuées à cette toile celluleuſe par quiconque fera réfléxion qu'elle n'eſt nullement une partie organique, mais qu'étant née de la concrétion d'une matiere glutineuſe, & réduite en forme de membrane par la preſſion & la pulſation des parties voiſines & des vaiſſeaux, elle n'a pas le moindre rapport avec la fabrique des fibres muſculaires & nerveuſes, & qu'elle eſt entierement dénuée de l'eſpece de mouvement inteſtin dont les muſcles ſont doüés.

La moëlle des nerfs paroit au contraire très propre à exercer cette fonction, puisqu'elle est manifestement continuë partout à la moëlle du cerveau; & on y observe en effet les mêmes phénomenes de sentiment & de douleur qui ont lieu dans le nerf. Je n'ignore pas que plusieurs Auteurs, parmi lesquels il y en a de très distingués, & entr'autres le célébre Baron *de Swieten*, nient positivement, que la moëlle du cerveau soit susceptible de sentiment, ou du moins qu'ils sont très circonspects à ne rien affirmer à cet égard. Mais, dans toutes les Expériences que j'ai faites à ce sujet, j'ai constamment observé que les animaux faisoient paroitre les plus grandes marques de douleur, lorsqu'on introduisoit dans la moëlle du cerveau quelque instrument propre à la blesser, tandis qu'ils soutenoient avec une parfaite tranquillité la lésion de la substance corticale. Et pourquoi refuserions-nous le sentiment à la moëlle du cerveau, tandis que nous voyons en divers endroits de ce même cerveau des portions médullaires tout à fait differentes, qui ont une si grande ressemblance avec les nerfs, qu'on s'apperçoit aisément qu'il n'y a d'autres differences entr'elles & la moëlle même continuée en nerf, que la privation d'une envelope celluleuse, qui sépare ces rayes, ou portions, des autres, & les réünisse un seul faisceau ?

Mais quand même on accorderoit, & qu'il seroit effectivement vrai, que l'envelope des nerfs est une production de la dure-mère, je crois avoir abondamment démontré, dans ma Dissertation inaugurale, soit par des Expériences faites sur des animaux vivans, soit par des raisons tirées de l'Anatomie, que la dure-mère est parfaitement insensible, quoique presque tous les Anatomistes lui ayent attribué jusqu'à présent le sentiment le plus exquis. Mon sentiment se trouve merveilleusement confirmé par une Expérience, telle que je l'avois toujours souhaitée, faite sur une personne vivante. J'en ai trouvé l'occasion, l'Eté dernier; une femme malade qu'on avoit mise à l'Hôpital de la Charité me l'a fournie. Une carie vénérienne lui avoit entierement consumé une portion de l'os du front, large de deux travers de doit,

de forte que la dure-mère se montroit nuë à l'oeil, & qu'on pouvoit la toucher sans peine avec un Instrument. Or, de quelque maniere que je l'aye touchée, & même pressée & irritée, cette femme m'a constamment assuré qu'elle ne sentoit rien, quoiqu'elle se plaignit des douleurs les plus violentes dès qu'on lui touchoit très legèrement la chair vive. En comparant ce fait avec les Observations par lesquelles j'ai prouvé que la dure-mère, après qu'elle est sortie du crane, se résout en une toile celluleuse lâche, & avec d'autres Expériences qui concernent l'irritabilité & le mouvement de la dure-mère, il me paroit qu'on est pleinement en droit d'en conclurre, que la dure-mère elle-même est une simple toile celluleuse, insensiblement condensée, & réduite en une membrane forte & solide, par la pulsation des vaisseaux & la pression contre des os durs & résistans ; & que cette membrane reprend partout sa nature, lorsqu'étant sortie du crane elle se répand librement entre des parties plus molles.

Presque tout ce qui vient de servir à montrer que l'envelope extérieure des nerfs n'est pas une continuation de la dure-mère, peut être employé à combattre l'idée de M. *Le Cat*, & des autres Physiciens, qui placent dans la pie-mère le principal siège du sentiment. En effet nos Observations rapportées ci-dessus ont prouvé que la pie-mère, après qu'elle est sortie du crane, se change, comme nous l'avons enseigné de la dure-mère, en une toile celluleuse lâche, qui lie entr'eux les filets nerveux, qui a tous les caractères de ressemblance avec la toile celluleuse extérieure, & qui se confond intimement avec elle. Outre cela la pie-mère, comme l'ont mis en évidence les Expériences sur ce sujet, faites par Mrs. *Kaaw*, *Ridley*, & moi, ne se montre pas seulement toujours privée de sentiment, de sorte qu'on peut impunément la déchirer, ou la toucher avec de l'huile de vitriol, sans qu'aucun animal donne le moindre signe de douleur ; mais même, dans l'homme vivant, lorsqu'en s'unissant avec la substance corticale il s'en forme une espece de fungosité, elle peut être coupée ou détruite par des médicamens

mens

mens corrosifs, sans aucune espece de douleur ou de sentiment. Est-il croyable que la pie-mère change de nature, après qu'elle est sortie du crane, & qu'y ayant été insensible, elle acquière ensuite la faculté du sentiment?

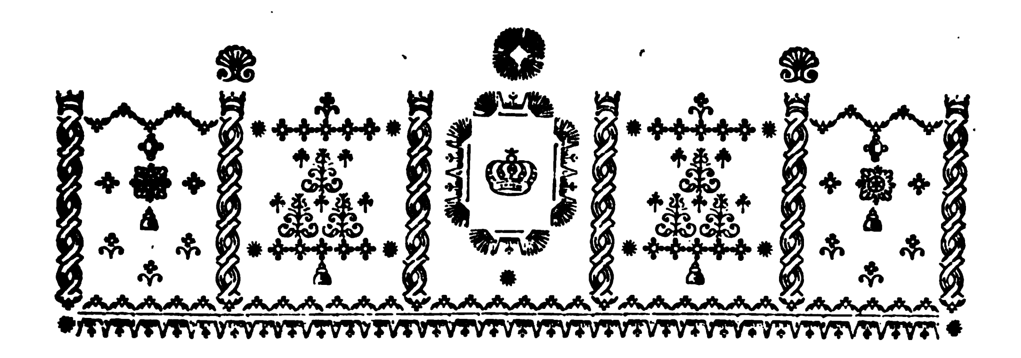
Enfin la nature même de la pie-mère est telle, qu'on a lieu de s'étonner comment l'opinion qui en fait le siège principal du sentiment a pû s'établir, puisque tous les phénomenes s'accordent à déposer que cette membrane est faite d'une mince cellulosité, qui contient plusieurs vaisseaux, & les porte en ordre au cerveau où ils s'inserent.



MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHEMATIQUE.

* * *



RÉFLÉXIONS ET ECLAIRCISSEMENS SUR LES NOUVELLES VIBRATIONS DES CORDES EXPOSÉES DANS LES MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE *de* 1747. & 1748.

PAR M. DANIEL BERNOULLI.

I.

Mr. *Taylor* eſt parvenu le premier à connoitre le nombre des vibrations, que fait dans un tems donné une corde uniformement epaiſſe d'une longueur donnée, d'un poids donné, & tenduë par une force donnée. Il n'étoit pas poſſible de déterminer ce nombre ſans connoitre préalablement les courbures, que prendroient les cordes pendant tout le tems que dureroient leurs vibrations; il a donc démontré, que cette courbure étoit con-

conſtamment la compagne d'une cycloïde extremement allongée, dans laquelle les appliquées repréſentent les ſinus des arcs repréſentés par les abſciſſes : auſſi n'eſt-ce à mon avis que ſous cette forme que les vibrations peuvent devenir régulieres, ſimples, & iſochrones, malgré l'inégalité des excurſions. Avec cette idée, que j'ai toujours euë, je ne pouvois qu'être ſurpris de voir dans les Mémoires des années 1747. & 1748. une infinité d'autres courbures comme douées de la même propriété; il ne me falloit pas moins que les grands noms de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, que je ne pouvois ſoupçonner d'aucune inattention, pour examiner s'il n'y auroit pas quelque équivoque dans l'aggrégation de toutes ces courbes avec celle de M. *Taylor*, & dans quel ſens on pourroit les admettre. J'ai vû auſſi-tôt, qu'on ne pouvoit admettre cette multitude de courbes que dans un ſens tout-à-fait impropre; je n'en eſtime pas moins les calculs de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, qui renferment certainement tout ce que l'Analyſe peut avoir de plus profond & de plus ſublime; mais qui montrent en même tems, qu'une analyſe abſtraite, qu'on écoute ſans aucun examen ſynthetique de la queſtion propoſée, eſt ſujette à nous ſurprendre plutôt qu'à nous éclairer. Il me ſemble à moi, qu'il n'y avoit qu'à faire attention à la nature des vibrations ſimples des cordes, pour prévoir ſans aucun calcul tout ce que ces deux grands Géometres ont trouvé par les calculs les plus épineux & les plus abſtraits, dont l'eſprit analytique ſe ſoit encore aviſé.

II. Remarquons d'abord que, ſuivant la théorie de M. *Taylor*, une corde tenduë peut former ſes vibrations uniformes d'une infinité de manieres, qui different entre elles pour le phyſique, mais qui reviennent au même pour le géometrique, parce que dans chacune de ces manieres on ne fait que changer l'unité qui ſert de meſure. Ces manieres differentes conſiſtent dans le nombre des ventres, que la corde peut former durant ſes vibrations. Quand il n'y a qu'un ſeul ventre, comme dans la premiere Figure, les vibrations ſont les plus tardives, elles forment le ſon fondamental; quand il y a deux ventres, & un

noeud

noeud au milieu de l'axe, les vibrations ſe doublent, & elles forment l'octave du ſon fondamental; lorsque la corde forme trois, quatre, ou cinq ventres, avec deux, trois, ou quatre noeuds, par des diſtances mutuelles égales, comme dans les figures 3. 4. & 5. les vibrations ſe triplent, quadruplent, ou quintuplent, & forment la douzième, la double octave, ou la tierce majeure de la double octave, rélativement au ſon fondamental. Cette multiplicité va à l'infini. Dans chaque eſpece de ces vibrations les excurſions totales peuvent être grandes ou petites à diſcrétion, pourvû que les plus grandes puiſſent être cenſées extrèmement petites. La nature de ces vibrations eſt telle que, non ſeulement chaque point commence & finit chaque vibration ſimple au même inſtant, mais encore que tous les points ſe mettent après chaque demi-vibration ſimple dans la poſition de l'axe A B. Il faut conſidérer toutes ces conditions comme eſſentielles, & tout auſſi-tôt il n'y a que les courbes données par M. *Taylor*, qui ſatisfaſſent au problème. Mais en ſéparant ces conditions on peut former une infinité de courbes, qui ſatisfaſſent à quelque condition ſéparément; mais je ferai voir combien peu on ſeroit fondé en ces cas à appeller les vibrations iſochrones pour chaque point. Il en eſt de ces vibrations, comme des mouvemens réciproques des corps, qui deſcendent & montent alternativement ſur une courbe; cette courbe ne peut être que la cycloïde, ſi l'on demande que toutes les deſcentes, grandes ou petites, ſoyent iſochrones entre elles de même que les montées; mais ſi l'on veut ſimplement que les vibrations entieres ſoyent iſochrones entre elles, on peut donner autant de courbes qu'on demande, qui ſatisfaſſent à ce problème; puisque j'ai demontré dans les Mémoires de Petersbourg, que quelle courbe de deſcente on donne, on peut toujours déterminer la courbe de montée, telle que les deux tems employés à la deſcente & à la montée pris enſemble faſſent une même ſomme, quelque inégalité qu'il y ait entre les amplitudes des excurſions.

III. Si j'ai dit que les cordes peuvent faire leurs vibrations ſimples d'une infinité de manieres, dont les cinq premieres figures ſervent

 d'exem-

d'exemples, ce n'eſt pas là une vérité abſtraite ſeulement ; on peut la rendre réelle, comme l'exemple des trompettes marines le montre aſſez par les ſons qu'on en tire : les Expériences qu'on fait en plaçant un chevalet dans quelqu'un des points *a*, & en pinçant le bout A*a*, confirment la même choſe ; puisqu'elles nous aprennent, qu'il ſe forme aux points *b*, *c*, *d*, &c. des noeuds à diſtances égales, qui demeurent comme en repos, pendant que tous les autres points ſont agités. Cette multiplicité infinie de vibrations ſe manifeſte dans tous les corps ſonores, de quelque nature qu'ils puiſſent être ; c'eſt par là qu'on peut tirer des cors de chaſſe, des trompettes, &c. tous les ſons qui vont en progreſſion des nombres naturels ; c'eſt à dire dans la même progreſſion que les ſons, qu'on peut tirer d'une ſeule & même corde par ſes differentes eſpeces de vibrations. En fermant tous les trous d'une flûte traverſiere, on peut par la ſimple variation de l'embouchure obtenir d'abord le ſon le plus bas, ou fondamental, & puis ſucceſſivement ſon octave, ſa douzième, ſa double octave, ſa dix-ſeptième majeure, qui ſont pareillement comme 1, 2, 3, 4 & 5. mais il ne faut pas croire pour cela, que cette progreſſion ſoit générale. Aprés m'être formé une bonne théorie ſur les vibrations de l'air dans les inſtrumens à vent, j'en ai conclu, qu'on ne pourroit tirer des tuyaux bouchés que les ſons, qui vont en progreſſion des nombres impairs, ſavoir 1, 3, 5, 7, &c. & ma concluſion a été confirmée par l'Expérience : car ayant ôté la piece d'en-haut d'une flûte traverſiere, & la bouchant avec la main, j'en ai tiré d'abord le ſon le plus bas, & puis renforçant le ſoufle ſa douzième ſans paſſer par l'octave, enſuite ſa dix-ſeptième majeure, & enfin un ton qui n'eſt pas reçu dans la Muſique, & qui approchoit de la vingt-unième du ſon fondamental. Je ne ſai ſi cette propriété a déjà été remarquée par d'autres ; mais elle me paroit d'autant plus remarquable, qu'elle eſt peut-être propre à expliquer en quoi conſiſtent ces accès de facile réfléxion & de facile transmiſſion des rayons, obſervés avec tant de ſagacité par le grand Newton. C'eſt ſur quoi je compte de donner un Mémoire, quand j'aurai expliqué & réduit au calcul les vibra-

vibrations de l'air formées dans des tuyaux ouverts & bouchés, & démontré l'analogie entre ces vibrations de l'air & celles de l'ether, qui fait la lumiere. Je n'ai fait ici cette remarque, que pour prouver, que les differens ſons tirés du même corps ſonore ne vont pas toujours dans la progreſſion des nombres naturels. Mais je dis plus : ces ſons peuvent avoir telle proportion, qu'il n'y a aucune formule en quantités finies qui puiſſe l'exprimer; comme on peut voir par les ſons, que j'ai calculés autrefois, qui ſont ceux qu'on peut tirer d'une verge d'acier frappée par des petits coups. C'étoit un problème nouveau, & qui demandoit beaucoup de circonſpection; après l'avoir réſolu, je l'ai propoſé à M. *Euler*, qui en a donné une ſolution parfaitement conforme à la mienne, quoique incomplete d'abord en ce qu'il avoit omis la moitié des ſons poſſibles; je l'en ai averti, & il y a ſuppléé dans les Actes de Leipſig.

IV. Ma concluſion eſt, que tous les corps ſonores renferment en puiſſance une infinité de ſons, & une infinité de manieres correſpondantes de faire leurs vibrations régulieres; enfin, que dans chaque differente eſpece de vibrations les infléxions des parties du corps ſonore ſe font d'une maniere differente. Mais ce n'eſt pas de cette multitude de vibrations appliquée aux cordes tenduës, que Mrs. d'*Alembert* & *Euler* prétendent parler; elle n'étoit pas inconnuë à M. *Taylor*: ils multiplient à l'infini chaque eſpece, en accordant à chaque intervalle entre deux noeuds voiſins une infinité de courbures telles que chaque point commence & acheve aux mêmes inſtans ſes vibrations, pendant que, ſuivant la théorie de M. *Taylor*, chaque dit intervalle doit néceſſairement prendre la ſeule courbure de la compagne de la cycloïde extrémement allongée. Cette contradiction apparente entre d'auſſi grands Géometres me paroit demander quelque éclairciſſement.

V. Remarquons donc, que la corde AB peut non ſeulement faire ſes vibrations ſuivant la figure premiere, ou ſeconde, ou troiſième, & ainſi à l'infini, mais qu'il peut ſe faire encore un mélange de toutes ces vibrations avec toutes les combinaiſons poſſibles; & cependant

toutes

Comme la plus grande appliquée pm peut avoir un rapport quelconque à la plus grande appliquée ar, il eſt clair, que cette courbe ApaqB contient déjà une infinité d'eſpeces. Voici à préſent les propriétés de cette courbe ApaqB.

(*a*) Je dis que la courbe idéale AmanB fera ſes vibrations par rapport à l'axe droit Arb, entierement ſuivant la loi des vibrations ſimples de la premiere figure.

(*b*) Enſuite, que chaque point de la courbe ApaqB aura ſon mouvement rélatif par rapport à chaque point correſpondant de la courbe AmanB, le même que le mouvement abſolu repréſenté par la ſeconde figure.

(*c*) Or chaque point de la ſeconde figure fait préciſément deux vibrations, pendant que le même point en fait une dans les vibrations de la premiere figure. Il faut donc que tous les points de la courbe ApaqB finiſſent leurs vibrations alternes au même inſtant, que ceux de la figure AmanB finiſſent chacune des leurs.

(*d*) Lorſque, au commencement, un point de la courbe ApaqB eſt en dehors de la courbe AmanB, ce même point au bout de ſes deux vibrations ſera en dedans de cette derniere courbe, qui n'aura fait qu'une ſeule vibration; & ainſi la courbe AmanB ayant pris la ſituation A$m'a'n'$B, il arrivera que la courbe ApaqB prenne la ſituation A$p'a'q'$B, & que la courbe A$p'a'q'$B ſoit tout à fait la même qu'elle avoit été, en changeant ſimplement l'ordre des côtés, c'eſt à dire, la même que BqapA, ce qui fait un cas du beau théoreme de M. *Euler*.

IX. De la même façon que nous avons combiné les vibrations de la premiere, & de la ſeconde figure, on pourra combiner les vibrations de la premiere figure, avec celles de toute autre figure ſans

exception à l'infini; toutes ces combinaiſons peuvent même ſubſiſter à la fois; ainſi; par exemple, la courbe abſoluë $ApaqB$ de la ſixième figure, pourra encore être conſidérée comme une courbe translatrice, on pourra la partager en trois parties égales, & y appliquer la même courbe qui, dans la troiſième figure, eſt appliquée à l'axe droit AB. Quelle que ſoit la courbe abſoluë réſultante de toutes ces combinaiſons faites à diſcrétion, il arrivera toujours que tous les points de la courbe arrivent dans un même inſtant au point de repos inſtantané du côté oppoſé de l'axe, & la courbe dans cet état ſera toujours la même, en ſituation renverſée, qu'elle avoit été au commencement, comme le dit M. *Euler*.

X. Si l'on ne combine enſemble que les figures, qui ont un nombre de ventres impair, ces courbes auront encore cette propriété, que chaque point de la courbe abſoluë réſultante paſſe dans un même inſtant par l'axe droit AB, ce qui peut par conſéquent ſe faire d'une infinité de façons; mais auſſi-tôt qu'une ſeule courbe à ventres pairs s'y mêle, cela n'arrive plus. Voilà un expoſé phyſique des nouvelles vibrations des cordes données par Mrs. d'*Alembert* & *Euler;* & ſi j'ai bien compris leurs énoncés, toutes les nouvelles courbes qu'ils donnent, ſont compriſes dans notre conſtruction, & ſont un ſimple mêlange de pluſieurs eſpeces de vibrations, dont chacune à part ſe fait ſuivant les loix décrites par M. *Taylor*. Mais il me ſemble que ce n'eſt là qu'une eſpece de compoſition de mouvement, qui ne peut donner aucune amplification à la théorie de M. *Taylor*.

XI. Pour mieux ſentir l'incongruïté d'une telle amplification, nous combinerons la courbe fondamentale de M. *Taylor*, qui eſt repréſentée par la premiere figure, avec la figure anguiforme Taylorienne qui auroit 1001 ventres; il en réſultera une courbe du nombre des nouvelles courbes, qui aura cette propriété, que tous les points commençans au même inſtant leur vibration, paſſeront tous dans un même inſtant par l'axe droit, & arriveront dans un même inſtant au

point de repos, de l'autre côté de l'axe, pour recommencer un nouveau mouvement pareil au précedent. Mais qu'arrive-t-il pendant ce mouvement? Je dis qu'il y aura dans la corde précisément 1000 points à de petites distances égales, dont chacun fait une vibration, absolument de la même maniere que si les vibrations se faisoient simplement suivant la loi de la premiere figure, pendant que tous les autres points feront 1001 allées & venuës, ou 1001 vibrations, & pourront même passer 1001 fois l'axe droit. Ces 1001 vibrations seront entieres & parfaites; dans chacune de ces vibrations chaque élément aura un moment de repos absolu & parfait, & un moment auquel sa vitesse soit la plus grande. Si l'on vouloit confondre ces petites vibrations rapides avec la simple vibration fondamentale, uniquement parce que la mille & unième petite vibration finit au même instant dans chaque point, que la vibration fondamentale finit, ce seroit appeller synchrones deux pendules simples, dont l'un auroit 1 pied de longueur & l'autre 1002001 pieds, parce que ces deux pendules, commençans leurs vibrations au même instant, les finissent aussi dans un même tems; on pourroit même unir ces deux pendules en supposant un corps extrèmement pesant, suspendu par une très longue corde, & un petit corps attaché au grand par un petit fil, on pourra toujours obtenir que le petit pendule attaché au grand commence la premiere de ses vibrations, & finisse la derniere, aux mêmes instans que le grand pendule commence & finit une seule vibration; mais sera-t-on fondé pour cela d'appeller ces vibrations isochrones?

XII. Voyons encore si toutes les nouvelles courbes trouvées par M. *Euler*, sont comprises dans notre remarque. Pour cet effet il faudra donner une équation pour toutes les courbes Tayloriennes, dont les cinq premieres figures sont autant d'exemples. Je me servirai des dénominations de M. *Euler*. Soit donc la longueur de la corde $AB = a$; $\pi =$ à la demi-circonference du cercle dont le rayon est exprimé par l'unité, la plus grande appliquée au milieu de chaque ventre

ventre pour la premiere figure $= \alpha$, pour la seconde $= \beta$, pour la troisième $= \gamma$, pour la quatrième $= \delta$; soit enfin x une abscisse quelconque, & y l'appliquée pour cette abscisse, on aura suivant M. *Taylor*,

pour la 1. fig. $y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a}$

pour la 2. fig. $y = \beta \sin \frac{2\pi x}{a}$

pour la 3. fig. $y = \gamma \sin \frac{3\pi x}{a}$

pour la 4. fig. $y = \delta \sin \frac{4\pi x}{a}$ &c.

En combinant donc toutes ces courbes à l'imitation de la figure sixième, pour laquelle nous n'avons combiné que les deux premieres figures, nous aurons généralement pour la même abscisse x cette équation

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

dans laquelle les quantités α, β, γ, δ, &c sont arbitraires affirmatives ou négatives.

XIII. Voilà donc cette infinité de courbes trouvées sans aucun calcul, & notre équation est la même que celle de M. *Euler*; voyez les Mémoires de l'Académie pour l'Année 1748. page 85. Il est vrai que M. *Euler*, ne traite pas cette multitude infiniment infinie de générale, & qu'il ne la donne au §. 30. que comme des cas particuliers; mais c'est sur quoi je ne suis pas encore assez éclairci : s'il y a encore d'autres courbes, je ne comprens pas dans quel sens on peut les admettre.

XIV. Si dans notre équation on suppose les coëfficiens des termes alternes, savoir β, δ, &c. $= 0$, il arrivera alors non seulement, que

toutes les eſpeces de vibrations finiſſent au même inſtant que finit la vibration fondamentale, mais encore que tous les points de la corde ſe rangent au même inſtant dans la poſition de la ligne droite AB; cela n'eſt qu'un corollaire de notre §. 10. Dans cette ſuppoſition la courbe obtient un diametre qui paſſe par le milieu de la corde AB, & qui partage la courbe en deux branches parfaitement égales & ſemblables. Ce théoreme eſt donc encore le même que celui de M. *Euler* du §. 28.

XV. Si après toutes nos remarques on vouloit encore confondre les vibrations compoſées avec les vibrations ſimples expoſées par M. *Taylor*, je ne m'y oppoſerai pas; mon intention n'a été principalement que d'expoſer ce que les nouvelles vibrations de Mrs. d'*Alembert* & *Euler* ont de phyſique. Si au contraire on trouve que ces nouvelles vibrations ne ſauroient être priſes pour des vibrations ſimples, qui ſeules faiſoient l'objet de M. *Taylor*, & qu'étant décompoſées en vibrations ſimples & uniformes, chaque eſpece ſe fait ſimplement ſuivant la loi de *Taylor*, ces nouvelles courbes ne feront que confirmer la théorie de M. *Taylor*, quand il exclud toutes les autres courbes, & qu'il n'admet que ſa trochoïde prolongée. Mais je n'en admirerai pas moins la profonde ſagacité avec laquelle nos deux illuſtres Géometres ont ſu déterminer analytiquement ces nouvelles courbes. Au reſte je crois que quelque courbure initiale qu'on donne à la corde, elle ne manquera pas de faire ſes vibrations preſque auſſitôt ſuivant la ſimple uniformité des mouvemens iſochrones, & conformément à la nature de la trochoïde prolongée expoſée par M. *Taylor*, quoique Mr. *Euler* ne paroiſſe pas de ce ſentiment au §. 27. Voici comment je conçois la choſe. L'expérience & la raiſon nous apprennent, que de deux cordes également groſſes & également tenduës, la plus longue conſerve plus longtems ſes vibrations que la plus petite; dans les petites cordes pincées le ſon ne dure qu'un inſtant. Ainſi toutes les vibrations partielles, mêlées avec la vibration totale & fondamentale, finiront bien vîte, pendant que la fondamentale dure encore très ſenſiblement; & alors la

corde

corde ne formera plus que la trochoïde prolongée de M. *Taylor*. C'eſt auſſi ce que nous voyons toujours arriver dans les cordes pincées d'un clavecin, dans lesquelles on reconnoit aſſez par les yeux ladite courbe uniforme, qui ne forme qu'un ſeul ventre.

XVI. On peut encore remarquer ſur cette matiere, qu'il n'y a que les cordes uniformement épaiſſes, qui ſoient ſuſceptibles des propriétés que nous venons d'expoſer; la raiſon en eſt, que lorſque les cordes inégalement épaiſſes ſe replient ſuivant les figures 2. 3. 4. 5. &c. les vibrations n'en deviennent pas préciſement 2. 3. 4. 5. &c. fois plus rapides qu'elles ſont par rapport à la première figure, & qu'ainſi dans le mêlange de ces vibrations elles ne finiſſent jamais dans un même inſtant, quoiqu'elles ayent toutes commencé dans un même inſtant. Il n'y a donc à mon avis qu'une ſeule courbe pour les cordes inégalement épaiſſes, pour un nombre d'interſections donné, qui ſatisfaſſe à notre problème; & ſi cela eſt, pourquoi y en auroit-il une infinité pour les cordes uniformement épaiſſes? Enfin, qu'on choiſiſſe le mêlange le plus ſimple, en conſidérant l'équation $y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a}$, dans laquelle les coëfficiens α & β peuvent être de petites lignes quelconques. Soit la longueur du pendule ſimple iſochrone, avec les vibrations uniformes qui répondent à la ſimple première figure $= l$; la longueur d'un pareil pendule pour la ſeconde figure $= \frac{1}{4} l$; ou ſuivant Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, le pendule iſochrone pour la figure exprimée par l'équation $y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a}$ a toujours pour longueur la quantité l; cependant cette même longueur eſt manifeſtement $= \frac{1}{4} l$ en faiſant $\alpha = 0$; il y auroit donc là dedans une contradiction, ſi ces Géometres ne prenoient le mot d'iſochroniſme dans un autre ſens, qu'on ne lui attache ordinairement.

XVII.

XVII. De notre ſolution ſynthetique du problême de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, on voit auſſi ſans calcul la maniere de déterminer la courbe abſoluë de la corde à chaque inſtant, de même que la viteſſe de chaque point: car, ſoit la courbe initiale exprimée par

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

& qu'il ſoit, par exemple, queſtion de déterminer la courbe au moment que le milieu de la corde paſſe par l'axe droit AB: il eſt clair que la courbe ſera exprimée dans cet inſtant par cette équation

$$y = -\beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} - \&c.$$

dans laquelle les ſignes ſont alternativement négatifs & affirmatifs. Quant aux viteſſes, il eſt de même facile à les déterminer par la ſimple compoſition du mouvement, puiſqu'on détermine dans la Méchanique le rapport des viteſſes de chaque point pour chaque figure à part.

XVIII. J'ai évité juſques ici les calculs, & j'ai fondé tout mon raiſonnement ſur le principe confirmé par l'expérience (§. 6.) qu'il peut ſe faire un mélange de vibrations dans un ſeul & même corps ſonore, qui ſoient abſolument indépendantes les unes des autres. A bien conſidérer ce principe, il n'eſt pas differant de celui de la compoſition du mouvement ; cependant, pour le mettre dans tout ſon jour, j'ai cru devoir ajouter ici les réfléxions méchaniques, & les calculs que cette matiere demande.

XIX. Soit un corps A (fig. 7.) tiré directement vers un point fixe B: ſi l'on demande que le corps arrive au point B dans un tems donné, quelle que ſoit la diſtance initiale AB, on ſait que les gravitations du corps A vers le point fixe B, doivent être dans chaque point proportionelles aux diſtances du corps depuis le point B. On ſait même, qu'il n'y a que cette ſeule loi de gravitation qui ſatisfaſſe à la queſtion

tion; alors les demi-excursions deviennent de part & d'autre parfaitement égales. Voilà le vrai isochronisme, & le seul qu'il faille considérer. Supposons après cela que, pendant que le corps A est poussé avec la dite loi vers le point B, les deux points A & B souffrent dans chaque instant une accéleration égale vers le point C, de sorte que le système AB souffre une gravitation commune vers C, qui soit encore proportionelle aux distances BC; par là on obtiendra un autre isochronisme dans les excursions du système AB. Après cela on pourra de nouveau imaginer que les trois points A, B, & C, souffrent dans chaque instant une accélération égale vers un quatrième point D, & que cette gravitation commune aux trois points A, B, & C, soit toujours proportionelle aux distances du point C au point D. De cette façon on pourra multiplier à l'infini les gravitations du corps A vers differens points, & ce corps A souffrira par là un mêlange de plusieurs especes de vibrations, qu'il convient d'examiner.

XX. Quelle que soit la distance initiale, le corps A employera toujours le même tems pour parvenir au point B, & pour faire une demi-vibration; après quoi le corps A fera une autre demi-vibration, du côté opposé toujours dans le même tems; il reviendra encore au point B après un troisième tems, & ainsi de suite: en un mot ce mouvement rélatif au point B sera le même, que si ce point demeuroit entiérement en repos. J'appellerai ces mouvemens réciproques, des vibrations isochrones rélatives; & cette distinction des vibrations est bien nécessaire, parce qu'en effet elles sont bien différentes des vibrations absoluës du même corps A. Supposons que la pesanteur du corps A vers le point B soit égale à la pesanteur naturelle, en faisant sa distance au point B $= a$; dans cette supposition ces premieres vibrations isochrones rélatives seront isochrones avec les vibrations absoluës d'un pendule simple de la longueur a.

Après avoir considéré ces premieres vibrations rélatives au point B, nous aurons les mêmes réfléxions à faire sur les vibrations isochrones

ve au point fixe D, ensuite celle du point B rélative à son centre de force mobile C, & puis celle du point A rélative au centre de force mobile B.

XXIII. Supposons à présent la distance initiale A B $= \alpha$, BC $= \beta$, CD $= \gamma$, &c. & qu'au bout d'un tems donné t la distance AB soit devenuë $= x$, la distance B C $= y$, la distance CD $= z$ &c.; soit aussi la vitesse rélative entre les points A & B $= u'$, celle d'entre les points B & C $= u''$, celle d'entre les points C & D $= u'''$ &c. on aura

$$du' = \frac{x}{a}\,dt \quad \& \quad u' = \sqrt{\frac{\alpha\alpha - xx}{a}},$$

$$du'' = \frac{y}{b}\,dt \quad \& \quad u'' = \sqrt{\frac{\beta\beta - yy}{b}},$$

$$du''' = \frac{z}{c}\,dt \quad \& \quad u''' = \sqrt{\frac{\gamma\gamma - zz}{c}}, \quad \&c.$$

Outre ces équations la Géometrie nous enseigne encore des constructions & équations entre le tems t & les distances x, y, z, &c. Car, soit le sinus total exprimé par l'unité, & qu'on dénote par A. cosF un arc de cercle, dont le rayon est un, & dont le cosinus est une quantité quelconque F, on pourra exprimer le tems t par chacune des équations suivantes

$$t = \sqrt{a} \times \text{A. cos}\,\frac{x}{\alpha}$$

$$t = \sqrt{b} \times \text{A. cos}\,\frac{y}{\beta}$$

$$t = \sqrt{c} \times \text{A. cos}\,\frac{z}{\gamma} \quad \&c.$$

Par le moyen de ces équations on pourra déterminer chacune des distances

tances x, y, z, &c. par le même tems commun, en convertissant les signes ; de cette façon on aura

$$x = \alpha \operatorname{cos} A. \frac{t}{\sqrt{a}}$$

$$y = \beta \operatorname{cos} A. \frac{t}{\sqrt{b}}$$

$$z = \gamma \operatorname{cos} A. \frac{t}{\sqrt{c}} \text{ \&c.}$$

Dans ces équations il faut entendre par cos A $\frac{t}{\sqrt{a}}$ le cosinus d'un arc de cercle, qui est égal à $\frac{t}{\sqrt{a}}$ & dont le rayon est égal à l'unité, & ainsi des autres. Outre cela les quantités $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$, &c. marquent les tems, qu'un corps animé par la pesanteur naturelle employe pour tomber librement des hauteurs $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}b$, $\frac{1}{2}c$, &c.

Nous avons donc déterminé chacune des quantités x, y, z, &c. par le même tems t, & par conséquent la distance absoluë du corps au dernier point fixe, laquelle distance est $= x + y + z +$ &c. Nous avons pareillement déterminé pour chaque instant les vitesses rélatives u', u'', u''', &c. & la vitesse absoluë du point A exprimée par $u' + u'' + u''' +$ &c. de même que les élémens de toutes ces vitesses.

XXIV. On pourra, au lieu des tems exprimés par $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$, &c. considérer les tems qui répondent à une vibration simple rélative du point A par rapport au point B, & puis du point B par rapport au point C, ensuite du point C par rapport au point D. Si nous désignons donc ces tems par θ', θ'', θ''' &c. & que π soit la demi-circonférence d'un cercle qui a l'unité pour rayon, il faudra supposer dans

 les

les équations du precédent article $\sqrt{a} = \frac{\theta'}{\pi}$, $\sqrt{b} = \frac{\theta''}{\pi}$, $\sqrt{c} = \frac{\theta'''}{\pi}$, après lesquelles substitutions toutes les quantités deviennent manifestement homogenes.

Soit, par exemple, $\theta' = 1''$, $\theta'' = 2''$, $\theta''' = 3''$, & qu'il soit question de déterminer toutes les circonstances du mouvement en faisant $t =$ un quart de seconde; je dis qu'on aura $x = \alpha \cos A \frac{\pi t}{\theta'} = \alpha \cos A \frac{1}{4}\pi = \alpha \sqrt{\frac{1}{2}}$; $y = \beta \cos A \frac{\pi t}{\theta''} = \beta \cos A \frac{1}{8}\pi = \beta \cos 22^\circ\, 30'$, & $z = \gamma \cos A \frac{\pi}{12} = \gamma \cos 15^\circ$; donc $x + y + z = 0{,}70710\, \alpha + 0{,}92387\, \beta + 0{,}96592\, \gamma$, laquelle quantité marque la distance du corps A au point D après un quart de seconde de tems. On aura ensuite $u' = \sqrt{\frac{\alpha\alpha - xx}{a}} = \frac{\alpha}{\sqrt{a}} \sin A \frac{1}{4}\pi$; $u'' = \sqrt{\frac{\beta\beta - yy}{b}} = \frac{\beta}{\sqrt{b}} \sin A \frac{1}{8}\pi = \frac{\beta}{2\sqrt{a}} \sin A \frac{1}{8}\pi$, & $u''' = \frac{\gamma}{3\sqrt{a}} \sin A \frac{1}{12}\pi$. De là il résulte pour notre exemple la vitesse absolue $u' + u'' + u''' = \frac{6\,\alpha \sin 45^\circ + 4\,\beta \sin 22^\circ\, 30' + 2\,\gamma \sin 15^\circ}{6\,\gamma\, a}$.

XXV. Mais, sans nous arrêter à cette sorte de déterminations, qui n'ont pas trop de rapport avec ce que je me suis proposé de principal, examinons plutôt sous quelles circonstances la vitesse absolue $u' + u'' + u'''$ peut devenir $= 0$, en nous bornant aux trois especes de vibrations simples mêlées ensemble. Il faudra pour cet effet, en vertu du §. 23. faire $\sqrt{\frac{\alpha\alpha - xx}{a}} + \sqrt{\frac{\beta\beta - yy}{b}} + \sqrt{\frac{\gamma\gamma - zz}{c}} = 0$:

substi-

substituons pour x, y, & z leur valeur en t, & nous aurons $\frac{\alpha}{\sqrt{a}}$ sin $A\frac{t}{\sqrt{a}} + \frac{\beta}{\sqrt{b}}$ sin $A\frac{t}{\sqrt{b}} + \frac{\gamma}{\sqrt{c}}$ sin $A\frac{t}{\sqrt{c}} = 0$. Je me propose de déterminer la valeur de t, qui satisfasse à cette équation dans quelque exemple particulier. Nous supposerons donc θ''' ou $\pi\sqrt{c} = 2\,\theta''$ ou $2\pi\sqrt{b} = 3\,\theta'$ ou $3\pi\sqrt{a}$, c'est à dire nous supposerons, que, pendant que le point C fait une vibration pour le point fixe D, le point B en fasse deux pour le point C, & le point A en fasse trois pour le point B, laquelle supposition demande $\sqrt{c} = 2\sqrt{b} = 3\sqrt{a}$. Là dessus notre équation donnera

$$3\,\alpha \text{ sin } A\frac{3\,t}{\sqrt{c}} + 2\,\beta \text{ sin } A\frac{2\,t}{\sqrt{c}} + \gamma \text{ sin } A\frac{t}{\sqrt{c}} = 0.$$

Soit à présent sin $A\frac{t}{\sqrt{c}} = q$, & on aura sin $A\frac{2\,t}{\sqrt{c}}$, c'est à dire le sinus de l'arc double $= 2\,q\sqrt{(1 - qq)}$ & sin $A\frac{3\,t}{\sqrt{c}} = 3q - 4q^3$, & là dessus nous aurons

$$3\,\alpha\,(3q - 4q^3) + 2\,\beta \times 2q\sqrt{(1 - qq)} + \gamma\,q = 0,$$

ou bien

$$9\,\alpha - 12\,\alpha\,qq + 4\,\beta\sqrt{(1 - qq)} + \gamma = 0.$$

Par la premiere des ces équations on voit déjà, qu'on peut faire $q =$ sin $A\frac{t}{\sqrt{c}} = 0$, ce qui donne $z = \gamma$ cos $A\frac{t}{\sqrt{c}} = \pm\gamma$; $y = \beta$ cos $A\frac{t}{\sqrt{b}} = \beta$ cos $A\frac{2\,t}{\sqrt{c}} = \beta$, & $x = \pm\alpha$, & par conséquent $x + y + z = \pm\alpha + \beta \pm \gamma$. C'est là le cas qui s'offre de soi-même; mais il y en a encore d'autres indiqués par la seconde équation, qui peuvent être très réels. Pour abréger le calcul, nous nous bornerons

rons aux cas qui sont $9\alpha + \gamma = 4\beta$; & dans ces cas on trouve le sin A $\frac{t}{\sqrt{c}}$ ou bien

$$q = \pm \frac{\sqrt{(6\alpha\beta - \beta\beta)}}{3\alpha};$$

& ensuite le cos A $\frac{t}{\sqrt{c}}$ ou bien

$$\sqrt{(1-qq)} = \pm \frac{\sqrt{(9\alpha\alpha - 6\alpha\beta + \beta\beta)}}{3\alpha} = \pm\left(1 - \frac{\beta}{3\alpha}\right).$$

De là on obtient $z = \pm\gamma\left(1 - \frac{\beta}{3\alpha}\right)$,

cette valeur de z marque déjà la position du point C; on trouvera ensuite la valeur de y, & enfin celle de x, & par là on aura déterminé les positions des trois points C, B, & A.

On voit donc que notre question est le plus souvent susceptible de plusieurs solutions très réelles, quoiqu'elles ne le soyent pas toujours; car dans le cas présent il faut que la quantité $\frac{\beta}{3\alpha}$ soit toujours un nombre affirmatif, & que β soit plus petit que 6α.

Descendons ici à un exemple tout particulier: supposons $\beta = 4\alpha$ & par conséquent $\gamma = 7\alpha$. Dans ce cas il faut prendre $\sqrt{(1-qq)}$ négativement, & faire $\sqrt{(1-qq)} = -\frac{1}{3}$, ce qui donne l'arc $\frac{t}{\sqrt{c}}$ de $109^d, 28'$, dont le cosinus est $= -\frac{1}{3}$; l'arc $\frac{2t}{\sqrt{c}}$ de $218^d, 56'$, dont le cosinus est $= -0, 77787$; & l'arc $\frac{3t}{\sqrt{c}}$ de $328^d, 24'$, dont le cosinus est $= 0, 83172$. Ces valeurs donnent $z = -\frac{1}{3}\gamma = -\frac{7}{3}\alpha$;

$y =$

$y = -0,77787\,\beta = -3,11148\,\alpha$; & $x = 0,85172\,\alpha$, & par conséquent $x + y + z = -4,59309\,\alpha$. Ainsi la distance initiale du corps A depuis le point D étant exprimée par 12, il y aura encore deux positions du corps A, dans lesquelles sa vitesse absoluë soit nulle, & ses distances au point D seront alors − 4 & − 4, 59309.

XXVI. Voici à present la nature du mouvement absolu du corps A par rapport au point fixe D; la figure 8 marque les points capitaux avec la juste proportion des distances. Je dis donc que le corps partant du point A sera d'abord accéléré & ensuite retardé, après quoi il sera arrêté pour un moment au point B; il rebroussera de là jusques au point C, où il reposera encore un instant; du point C il retournera vers le point B en s'y arrêtant de nouveau pendant un instant, & du point B enfin il retournera au point A dont il étoit parti, où sa vitesse sera encore nulle, & alors tout sera réduit à son premier état. Outre cela le tems employé pour faire la premiere vibration A B est exprimé par l'arc $109^{d}.\ 28'$, le tems pour faire la seconde petite vibration BC par l'arc $70^{d}.\ 32'$; ce second tems sera encore employé pour faire la troisième vibration CB, & le premier tems pour faire la quatrième vibration BA. Si on exprime donc tout le tems, que le corps employe avant que de se remettre en son premier état, par 21600, la premiere vibration employera 6568 de même que la quatrième, pendant que chacune des deux moyennes employera 4232. Comme dans cet exemple la seconde & la troisième excursion sont très petites, le mouvement du corps paroitra comme presque en repos pendant presque la moitié du tems entier. Mais on auroit pu choisir d'autres exemples, où les excursions partielles seroient devenuës comme égales & comme isochrones, & alors c'est une question, si le corps doit être censé avoir fait quatre vibrations, ou deux; dans le sens de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, il faudroit toujours dire, qu'il n'en auroit fait que deux, quoiqu'on put lui faire faire cent allées & venuës toutes presque égales, & presque isochrones, & dont les mouvemens se feroient presque entierement selon les loix des mouvemens isochrones simples & ordinaires.

XXVII. Ce que je viens de dire du mouvement du corps A, arrive parfaitement à chaque point dans les nouvelles vibrations des cordes: je me contenterai, pour faire voir cette entiere conformité, d'expliquer le mêlange des deux premieres especes de vibrations les plus simples, exprimées par les deux premieres figures. J'ai représenté ce mêlange par la figure sixième, dont j'ai donné la construction au §. 8. Soit dans cette courbe absoluë A p a q B la plus grande appliquée rélative $pm = \varrho$, la plus grande appliquée ar de la courbe idéale A m a n B $= \sigma$; & soit encore la longueur de la corde entiere AB $= a$; qu'on prenne une abscisse quelconque A $b = x$ avec son appliquée $b\,d$; là-dessus on aura en vertu de la Théorie de M. *Taylor* $c\,d = \varrho \sin \frac{2\pi x}{a}$ & $b\,c = \sigma \sin \frac{\pi x}{a}$, & par conséquent l'appliquée $b\,d = \varrho \sin \frac{2\pi x}{a} + \sigma \sin \frac{\pi x}{a}$. Soit $b\,d = y$, on aura, en supposant dx constante, $ddy = \left(\frac{4\pi\pi}{aa}\varrho \sin \frac{2\pi x}{a} + \frac{\pi\pi}{aa}\sigma \sin \frac{\pi x}{a}\right)dx^2$; or, nommant P le poids qui tend la corde, & p le poids de la corde tenduë & uniforme, on sait que la force accélératrice absoluë du point d est exprimée par $\frac{P}{p} \cdot \frac{a\,ddy}{dx^2}$; cette force accélératrice sera donc ici $\frac{P}{p}a\left(\frac{4\pi\pi}{aa}\varrho \sin \frac{2\pi x}{a} + \frac{\pi\pi}{aa}\sigma \sin \frac{\pi x}{a}\right)$ ou bien $=$ $\frac{4P}{p} \cdot \frac{\pi\pi\varrho}{a} \sin \frac{2\pi x}{a} + \frac{P}{p} \cdot \frac{\pi\pi\sigma}{a} \sin \frac{\pi x}{a}$, ce qui fait la force accélératrice entiere du point $d = \frac{4P}{p} \cdot \frac{\pi\pi}{a} \cdot cd + \frac{P}{p} \cdot \frac{\pi\pi}{a} \cdot bc$. Nous voyons donc, que la force accélératrice entiere est composée de deux parties, dont la premiere est proportionelle à la distance dc, & qui fait faire au point d des vibrations isochrones rélatives au point c, qui fait

fait ici un centre de force mobile: la seconde partie de la force accélératrice du point d est $= \frac{P}{p} . \frac{\pi\pi}{a} . bc$: or, par la nature de la courbe A can B, le point c est animé vers le point immobile b avec la même force accélératrice $\frac{P}{p} . \frac{\pi\pi}{a} . bc$; ainsi la seconde force produit constamment la même accélération aux points d & c, & ne fera que transporter la petite distance dc sans la changer aucunement. Nous sommes donc entierement dans le même cas que celui des §§. 19. & 20. Pour obtenir une entiere identité il faudra supposer dans la septième figure C D $= o$, A B $= dc$ & B C $= cb$, ou bien $\alpha = \varrho$ sin $\frac{2\pi x}{a}$, $\beta = \sigma$ sin $\frac{\pi x}{a}$ & $\gamma = o$, & dans ces expressions la quantité x est constante par rapport au mouvement du même point d. Ainsi le mouvement de chaque point dans la courbe A daq B, sera par rapport à la courbe idéale A can B, le même que le mouvement absolu de la seconde figure, & le mouvement absolu de la courbe idéale A can B sera le même que celui de la premiere figure; ainsi la vibration suivant la figure A daq B n'est absolument qu'un mêlange des vibrations suivant la premiere & la seconde figure combinées ensemble, dont chaque espece se fait indépendamment l'une de l'autre. Ce mouvement absolu du point d renferme réellement deux mouvemens périodiques, l'un par rapport au point c, & l'autre par rapport au point b; le nombre des premiers retours périodiques sera toujours double de celui des seconds. L'esprit s'apperçoit de l'une & de l'autre espece de ces retours périodiques, & remarque par là un double son, dont l'un est l'octave de l'autre. Comme les petites quantités pm & ar désignées par ϱ & σ peuvent avoir un rapport quelconque, on ne remarquera que la premiere espece de mouvemens périodiques en faisant pm beaucoup plus grande que ar, pendant qu'on ne sentira que la seconde espece en faisant ar beaucoup plus grande que pm; dans le premier

cas le tems d'une vibration eſt manifeſtement de la moitié plus petit que dans le ſecond, pendant que, ſelon la maniere d'enviſager ces vibrations de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, le tems de chaque période eſt toujours le même, quelque rapport qu'il y ait entre ϱ & σ, ce qui ne me paroit pas conforme au principe de continuité. Car ſi le tems d'une vibration eſt ſelon eux toujours t, quelque rapport qu'il y ait entre ϱ & σ, pourquoi devient-il manifeſtement $\frac{1}{2}\ t$ en faiſant $\sigma = 0$? Pour répondre à cette difficulté, il me ſemble qu'il faut néceſſairement dire, qu'il ſe fait en même tems une double eſpece de vibrations dans la corde, & que le mêlange de ces deux eſpeces forme ce, que ces Géometres appellent vibrations ſimples; que la ſeconde eſpece diminuë à meſure qu'on diminuë la quantité σ, & qu'elle devient nulle en faiſant $\sigma = 0$; & alors il n'y aura aucune diſcontinuité.

XXVIII. J'eſpère que ce que je viens de dire dans ce Mémoire pourra ſervir à répandre plus de jour ſur la nature des nouvelles vibrations des cordes, trouvées avec tant de ſagacité par Mrs. d'*Alembert* & *Euler*; & c'étoit là tout mon but. Si la méthode dont ils ſe ſont ſervis pour réſoudre leurs problèmes eſt beaucoup plus difficile que la mienne, je n'en admire que d'avantage la ſupériorité de leur génie. Quant à la queſtion, ſi les nouvelles vibrations ſont réellement des vibrations ſimples & ſynchrones pour tous les points, ou ſi elles ne ſont pas plutôt un mêlange de pluſieurs différentes vibrations coëxiſtantes dans une même corde, & toutes de différente durée, je n'en ai parlé que pour mieux expliquer la nature de ces vibrations, étant bien éloigné de faire une querelle à d'auſſi grands hommes ſur la ſignification de certains termes.

Je traiterai dans un ſecond Mémoire quelques nouveaux problèmes, dont la ſolution découle aſſez facilement de nos principes, & qui en même tems mettront cette matiere dans un nouveau jour.

* * * * * * * * *

SUR

SUR

LE MÊLANGE

DE PLUSIEURS ESPECES DE VIBRATIONS SIMPLES ISOCHRONES, QUI PEUVENT COEXISTER DANS UN MÊME SYSTÈME DE CORPS.

PAR M. DANIEL BERNOULLI.

I.

Les réfléxions que j'ai faites dans le premier Mémoire qu'on vient de lire, sur les nouvelles vibrations des cordes tenduës trouvées par Mrs. *Euler* & d'*Alembert*, m'engagent à ce second Mémoire, dans lequel je me propose d'appliquer mes nouveaux principes sur le mêlange de plusieurs vibrations de différentes especes coëxistantes dans les mêmes corps, à des systèmes composés d'un nombre de corps fini au lieu des cordes, qui sont un assemblage de petits corps élémentaires infini. Ce second Mémoire nous mettra entierement au fait sur toute cette matiere, & nous fournira occasion de résoudre quelques nouveaux problèmes de Méchanique, qui concernent les differents isochronismes. C'est d'ailleurs une matiere qu'on ne sauroit trop examiner, puisqu'il semble que la Nature n'agit très souvent que par les principes des vibrations isochrones imperceptibles, & infiniment diversifiées, pour produire un grand nombre de Phènomenes.

II. Commençons par considérer deux corps attachés à une corde tendue, en faisant abstraction du poids de cette corde. Si ces deux corps sont détournés de leur position naturelle, & qu'on leur laisse ensuite

ſuite une liberté entiere de ſe mouvoir ſuivant les loix reçues dans la Méchanique, ils feront des mouvemens réciproques; qu'il s'agit de déterminer en les ſuppoſant extrêmement petits. Ces vibrations paroiſſent tout à fait irrégulières, lorsque les deux corps ne font pas des mouvemens ſynchrones entre eux, & ce ſynchronisme n'eſt qu'un cas choiſi d'entre une infinité de cas. Je ne me ſouviens pas d'avoir vu la ſolution générale de ce problème; mais, ſi quelqu'un l'a donnée, je crois que ſa ſolution n'aura conſiſté que dans une expreſſion analytique, bien éloignée de nous faire connoitre la véritable nature de ces mouvements; je crois encore moins, qu'on ait jamais donné la ſolution de ce problème, lorsque il y a tant de corps quelconques avec des diſtances mutuelles quelconques qu'on voudra, qui ſoyent attachés à la corde. J'ai remarqué ſur ce ſujet une loi générale, qui ſimplifie extrèmement notre problème général, & qui eſt d'un grand ſecours dans la Phyſique méchanique. Mais, avant que d'expoſer cette loi, il convient d'examiner préalablement le cas du ſynchronisme, en ne ſuppoſant d'abord que deux corps attachés à la corde tenduë.

III. Soit AB (fig. 1.) une corde fixée par les bouts aux points A & B, & tendue avec une force, qui ſoit égale au poids P. Suppoſons enſuite dans un point quelconque c un poids m & dans un autre point quelconque d un poids n, que ces poids attachés à la corde ſoyent tirés hors de leur poſition naturelle jusqu'en e & f, & que de ces points on laiſſe partir les corps au même inſtant; ſoit auſſi la diſtance $Ac = l$, la diſtance $Bd = \lambda$, & toute la longueur $AB = L$; la petite diſtance $ce = \alpha$ & $df = \beta$.

On ſait par les régles de la Méchanique, que la force accélératrice du poids en e ſera $= \frac{P}{m}\left(\frac{\alpha}{l} + \frac{\alpha - \beta}{L - \lambda - l}\right)$ & la force accélératrice de l'autre poids en $f = \frac{P}{n}\left(\frac{\beta}{\lambda} + \frac{\alpha - \beta}{L - \lambda - l}\right)$ &

que

que, si les petites distances initielles α & β se changent en y & z, les mêmes formules sont encore vrayes en substituant simplement y & z pour α & β.

Si l'on fait maintenant, que la force accélératrice du corps en e soit à la force accélératrice de l'autre corps en f comme la petite distance ec est à la petite distance fd, c'est à dire,

$$\frac{P}{m}\left(\frac{\alpha}{l}+\frac{\alpha-\beta}{L-\lambda-l}\right):\ \frac{P}{n}\left(\frac{\beta}{\lambda}-\frac{\alpha-\beta}{L-\lambda-l}\right)=\alpha:\beta$$

ou bien $\frac{\beta}{\alpha}$ =

$$\frac{nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl}{2n\lambda l}\pm\sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl}{2n\lambda l}\right)^2+\frac{m}{n}\right]}$$

on obtiendra par là, comme on sait, tant le synchronisme des deux corps, que l'isochronisme de chacun des deux corps, quelle que soit la distance initielle α. Chaque corps fera alors ses mouvements suivant les loix connues de l'isochronisme, & il est impossible d'obtenir le synchronisme sans l'isochronisme.

IV. Remarquons à présent que la valeur $\frac{\beta}{\alpha}$ obtient deux racines, dont chacune satisfait également au synchronisme & à l'isochronisme, & que ces deux racines sont toujours réelles. Ces deux racines sont représentées par la premiere & la seconde figure, & dans cette seconde figure le point f est toujours du côté opposé à celui de la premiere figure. Dans la premiere figure la longueur du pendule simple isochrone est

$$=(L-\lambda-l)\frac{m}{P}.l\ :\ \left(L-\lambda-\frac{nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl}{2n\lambda}-\sqrt{\left(\left(\frac{nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl}{2n\lambda}\right)^2+\frac{mll}{n}\right)}\right)$$

ou

ou bien $=$

$$\frac{2n\lambda(L-\lambda-l)}{nL\lambda-n\lambda\lambda-mll+mLl-\sqrt{[(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+4mn\lambda\lambda ll]}}\cdot\frac{m}{P}\cdot l$$

& dans la ſeconde figure la même longueur devient $=$

$$\frac{2n\lambda(L-\lambda-l)}{nL\lambda-n\lambda\lambda-mll+mLl+\sqrt{[(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+4mn\lambda\lambda ll]}}\cdot\frac{m}{P}\cdot l.$$

Il ſuit de là, que la longueur du pendule ſimple iſochrone pour la premiere figure eſt à la pareille longueur pour la ſeconde figure, comme

$$nL\lambda-n\lambda\lambda-mll+mLl+\sqrt{[(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+4mn\lambda\lambda ll]}$$

eſt à

$$nL\lambda-n\lambda\lambda-mll+mLl-\sqrt{[(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+4mn\lambda\lambda ll]};$$

& les tems de chaque vibration ſont en raiſon ſous-doublée desdites quantités. Ainſi généralement parlant ces tems ſont incommenſurables ; mais on peut donner d'une infinité de manieres une telle rélation, ſoit entre les corps *m* & *n*, ſoit entre les longueurs L, *l* & λ, que lesdits tems prennent une proportion donnée quelconque.

V. Qu'on ſe propoſe, par exemple, de faire en ſorte que les corps faſſent préciſément deux vibrations ſelon la ſeconde figure, pendant qu'ils feroient une vibration ſuivant la premiere figure : il faudra en ce cas faire le rapport entre les pendules ſimples iſochrones pour la premiere & la ſeconde figure comme 4 à 1, ce qui donnera cette équation

$$(3nL\lambda-3n\lambda\lambda-3mll+3mLl)^2=25(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+100mn\lambda\lambda ll.$$

Cette équation exprime généralement la rélation, qu'il doit y avoir entre toutes les circonſtances pour ſatisfaire à la demande. Soyent, par exemple, les deux corps égaux, & en même tems $\lambda=l$, on trouvera $\lambda=\frac{3}{8}L$, & par conſéquent $cd=\frac{1}{4}L$.

Si

Si l'on demande, en ſuppoſant toujours une égalité entre les deux corps, de même qu'entre leurs diſtances depuis les extrémités de la corde, que les corps faſſent N vibrations ſuivant la ſeconde figure, pendant qu'ils font une vibration ſuivant la premiere figure, il faudra faire $\lambda = \frac{NN - 1}{2NN} L$, & par conſéquent la diſtance entre les deux corps $= \frac{1}{NN} L$.

VI. Quoique ce que j'ai dit jusqu'ici, découle très facilement des méthodes connuës, j'ai cru devoir l'expoſer, pour faire mieux comprendre ce que j'ai de nouveau à dire ſur cette matiere.

Voici à préſent comme je m'y prends pour déterminer généralement les vibrations des deux corps, quelque rapport qu'il y ait entre les diſtances initielles *ce* & *df*, & pour faire voir la vraye nature des ces vibrations. Suppoſons dans la premiere figure $ce = \alpha$, & dans la ſeconde figure $ce = \gamma$, car ces diſtances initielles peuvent être quelconques: on aura en vertu du §. 3. pour la premiere figure

$$df = \frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\alpha + \alpha\sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\right)^2 + \frac{m}{n}\right]};$$

& pour la ſeconde figure on aura, (en regardant le point *f* toujours comme au deſſus de l'axe,)

$$df = \frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\gamma - \gamma\sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\right)^2 + \frac{m}{n}\right]}.$$

Qu'on ſuppoſe maintenant dans la troiſième figure les mêmes corps attachés à la même corde partir des points quelconques *e* & *f*, & qu'on faſſe dans cette troiſième figure la petite diſtance *ce* égale à la ſomme des diſtances du même corps, qu'on a ſuppoſées dans la premiere & la ſeconde figure, c'eſt à dire $ce = \alpha + \gamma$, & que pareillement on

on ſuppoſe df (fig. 3.) $=$ df (fig. 1.) $+$ df (fig. 2.), c'eſt à dire, qu'on faſſe dans la troiſième figure $df =$

$$\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2\,n\lambda l}(\alpha+\gamma) + (\alpha-\gamma)\sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - \lambda\lambda - mLl}{2\,n\lambda l}\right)^2 + \frac{m}{n}\right]}.$$

Il s'agit de déterminer les vibrations des corps pour ces hypotheſes repréſentées dans la troiſième figure.

VII. Pour réſoudre cette derniere queſtion, que nous verrons renfermer le problème général de deux corps, je dis, qu'il faut concevoir dans la petite ligne ce un point g, & dans la petite ligne df prolongée un point h, de ſorte que cg & dh ſoyent reſpectivement égales aux petites diſtances ce & df de la premiere figure, & par conſéquent ge & hf reſpectivement égales aux petites diſtances ce & df de la ſeconde figure ; qu'alors la corde idéale $AghB$ aura entièrement le même mouvement que la corde $AefB$ de la premiere figure, pendant que la corde réelle $AefB$ aura le même mouvement rélatif par rapport à la corde idéale $AghB$, que la corde $AefB$ de la ſeconde figure a par rapport à la ligne droite AB ; ainſi ce ſecond mouvement rélatif eſt le même que le mouvement abſolu pour la ſeconde figure. Il faut donc conſidérer le mouvement des corps e & f comme étant compoſé des deux mouvements ſimples, qui ſe feroient ſuivant la loi de la premiere & de la ſeconde figure, qui coëxiſtent en même temps dans les deux corps. Toute cette théorie découle de celle que j'ai établie dans mon Mémoire antécédent ; car la force accélératrice du corps e eſt compoſée de deux forces accélératrices, dont l'une ſera conſtamment proportionelle à la petite diſtance ge, & l'autre conſtamment proportionelle à la petite diſtance cg, en ſuppoſant au point g le même mouvement que celui du corps e dans la premiere figure. Pareillement la force accélératrice du corps f eſt compoſée de deux forces accélératrices, l'une conſtamment proportionelle à dh, & l'autre à fh, qui eſt négative par rapport à la premiere. Il y a donc dans chacun des

des deux corps un double mouvement vibratoire, dont l'un ſe fait indépendamment de l'autre, & chacun ſe fait ſelon toutes les loix des mouvements ſimples iſochrones ; dans chaque eſpece à part les deux corps font des vibrations ſynchrones, mais le mouvement abſolu ne ſera pas toujours ſynchrone dans les deux corps ; un corps pourra être dans ſon repos momentané, pendant que l'autre ſera au plus fort de ſon mouvement. Il faut donc dire que la corde chargée de deux poids fait, à généralement parler, deux eſpeces de vibrations à la fois, qui peuvent avoir un rapport quelconque, tant pour leur durée que pour la grandeur des excurſions ; ce n'eſt que lorſqu'une eſpece évanouït, qu'il ſe fait dans les deux corps des vibrations ſimples vraiment iſochrones & ſynchrones. Si l'on ſuppoſe $\gamma = 0$, il n'y aura que des vibrations conformes à la premiere figure, & ſi l'on ſuppoſe $\alpha = 0$, il n'y aura que des vibrations conformes à la ſeconde figure : & hors de ces deux cas il y aura dans les deux corps toujours un mêlange de ces deux eſpeces de vibrations, qui coëxiſtent enſemble, & j'ai expoſé au §. 4. les longueurs des pendules ſimples iſochrones pour chacune de ces deux à part.

VIII. Pour voir à préſent, que notre conſtruction de la troiſième figure renferme tous les cas poſſibles, on pourra ſuppoſer généralement $ce = a$ & $df = b$, & enſuite faire $\alpha + \gamma = a$ &

$$\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}(\alpha + \gamma) + (\alpha - \gamma)\sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\right)^2 + \frac{m}{n}\right]} = b.$$

De ces deux équations on déduira (en déſignant la quantité $\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}$ par la ſimple lettre q) $\alpha =$

$$\tfrac{1}{2}a + \frac{b - qa}{2\sqrt{\left(qq + \frac{m}{n}\right)}} \quad \& \quad \gamma = \tfrac{1}{2}a - \frac{b - qa}{2\sqrt{\left(qq + \frac{m}{n}\right)}}$$

& quand on aura déterminé ainſi les valeurs de α & de γ, on connoitra

tra parfaitement les deux especes de vibrations, qui composeront tout le mouvement des deux corps.

Nous allons éclaircir ces remarques par des exemples choisis du côté de la simplicité.

IX. Soit encore, comme au § 5. $n = m$ & $\lambda = l$; ces suppositions rendent la quantité $nL\lambda + mll - nLl = 0$, ce qui fait pour le § 8. $\alpha = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ & $\gamma = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, en entendant par a & b, les petites distances initielles ce & df (fig. 3.); il faut donc prendre $cg = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, & par conséquent $ge = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, ensuite $dh = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, & par conséquent $fh = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$. Après avoir ainsi déterminé les points g & h, il faut concevoir ces points faire leurs vibrations suivant la loi de la premiere figure, & ce même mouvement existera aussi dans les corps e & f; mais ces corps auront en même tems un autre mouvement isochrone & synchrone rélatif, l'un au point g & l'autre au point h, desquels ils s'approcheront & s'éloigneront alternativement avec les mêmes loix, que le feroient les mêmes corps, dans les vibrations simples de la seconde figure. Le pendule simple, isochrone avec la premiere classe de vibrations, sera $= \frac{m}{P}\lambda$, & celui qui est isochrone avec la seconde espece de vibrations, sera $= \frac{m}{P}(L - 2\lambda) \times \frac{\lambda}{L}$ (§. 4.); ces pendules simples seront donc en raison de L à $L - 2\lambda$, & les tems de chaque vibration pour la premiere & la seconde classe seront en raison de $\sqrt{L}$ à $\sqrt{(L - 2\lambda)}$, c'est à dire, en raison sous-doublée de AB à cd. Voici là-dessus quelques cas tout particuliers.

(1.) Qu'on suppose $cd = \frac{1}{4}L$, la petite distance initielle $ce = a$, la petite distance initielle df ou $b = 0$. En ce cas on aura $cg = fh$ ou $\alpha = \gamma \frac{1}{2} = a$; ainsi les excursions entieres seront égales à ce pour chaque espece de vibrations; mais il se fera précisément deux vibrations de la seconde classe, pendant qu'il s'en fait une de la premiere classe.

classe. Le tems absolu d'une vibration de la premiere classe, que je nommerai t, sera égal à celui d'une oscillation d'un pendule simple de la longueur $\frac{3m}{8P}$ L. S'il étoit question de déterminer la position des corps après le tems $\frac{1}{2}t$, je dis, que les points g & h (fig. 4) parviendront en c & f, pendant que le corps e parcourt l'espace ec & le corps e parcourt l'espace ec, & le corps f l'espace $fl = ce$; ainsi l'espace absolu que parcourra le corps e dans le tems $\frac{1}{2}t$ sera $= ec + gc$; prenant donc $cm = \frac{1}{2}a$, le corps e se trouvera au point m, & l'espace parcouru par le corps f, sera $= fl - fh = fh$, & le corps f se trouvera par conséquent au point h. De la même façon l'on trouve, qu'après le tems entier t le corps e se trouve au point c avec un moment de repos, & le corps f au point n, en faisant $fn = ce$, & cela pareillement avec un moment de repos; de sorte que toutes les circonstances seront remises dans le premier état dans une position entierement renversée: c'est ici un cas tout à fait semblable à la Théorie de Mrs. *Euler* & d'*Alembert* sur les nouvelles courbures des cordes vibrantes. Dans le sens de ces deux illustres Géometres il faudroit dire, que les deux corps ont fait dans le tems t chacun une simple vibration: mais n'est-il pas manifeste, que chaque corps a fait ici pendant le tems t deux vibrations? Car je demande, si un corps qui commence depuis le repos d'un côté, qui est d'abord accéléré, & ensuite retardé jusqu'à perdre tout le mouvement, qui alors commence à rebrousser pareillement par un mouvement accéléré, & puis retardé jusqu'à perdre de nouveau tout son mouvement, je demande si un tel corps ne doit pas être censé avoir fait deux vibrations? Or c'est ce qui arrive ici pendant le tems t; car le corps e commence par être accéléré, il est ensuite retardé, & il outrepasse un peu le point m, il perd tout son mouvement; tout cela arrive pendant un tems un peu plus grand que $\frac{1}{2}t$; ensuite il rebrousse chemin, il est encore accéléré, & puis retardé jusqu'à perdre son mouvement au point c, & cette seconde vibration absoluë se fait pendant un peu moins de tems que $\frac{1}{2}t$. Pareillement le corps f,

outrepasse un peu le point h, par un mouvement premièrement accéléré, & puis retardé, mais dans un tems un peu plus petit que $\frac{1}{2}t$; alors il rebrousse chemin, & par un pareil mouvement il vient jusqu'en n, où il aura perdu tout son mouvement, & cette seconde vibration absoluë demande un peu plus que $\frac{1}{2}t$. Il y a donc deux especes de vibrations absoluës, mais inégales tant en durée qu'en excursion; la premiere vibration absoluë devient égale à la quatrième, & la seconde égale à la troisième. Ces vibrations absoluës ne se font pas selon les loix du mouvement d'un pendule simple, mais en les décomposant en deux classes suivant la théorie exposée, chaque classe obtient toutes les propriétés des mouvements simples isochrones. Si je n'ai pas déterminé absolument toutes les circonstances à la rigueur, ce n'étoit que pour éviter d'être trop prolixe.

(2) Si en conservant absolument toutes les suppositions du cas précédent, on suppose la distance $ef = \frac{1}{5}$ L, il se fera en vertu du §. 5. trois vibrations simples isochrones de la seconde espece dans le tems t, ou dans le tems d'une vibration de la premiere espece. Ici le tems t sera égal au tems d'une oscillation d'un pendule simple de la longueur de $\frac{4m}{9P}$: partageons ce tems t encore en deux parties égales pour voir ce qui arrive après chaque $\frac{1}{2}t$. Je dis qu'après le premier $\frac{1}{2}t$ le corps en e sera en c, & le corps f sera remis dans le point f dont il étoit parti, de sorte qu'ils parviennent au même instant dans la droite AB, & qu'après le tems entier t le corps e se trouvera du coté opposé à la même distance ce, pendant que l'autre corps se trouvera derechef au point f, & chaque corps sera dans un repos momentané. Voilà encore le système remis dans son premier état, mais simplement renversé, au lieu qu'il etoit doublement renversé dans le premier cas.

(3) Soit à present la distance entre les deux corps, en conservant toutes les autres suppositions & dénominations, $= \frac{9}{25}$ L. En ce cas il ne sera plus vrai, que le système se remette dans un état semblable à son

ſon état initiel au bout du tems t, c'eſt à dire, après que la corde aura fait une vibration ſuivant la loi de la premiere figure; un tel retour de toutes les circonſtances ſemblables ne ſe fera qu'au bout de trois vibrations de la premiere claſſe, ou au bout de cinq vibrations de la ſeconde claſſe. D'où l'on voit que ces ſortes de retours ne répondent que très rarement au tems t; ce n'eſt que lorſque le tems d'une vibration conforme à la premiere figure, eſt précifément un multiple du tems d'une vibration conforme à la ſeconde figure. Cette remarque ſubſiſte tant que le nombre des corps attaché à la corde eſt fini. Mais lorſque le nombre de corps eſt conſidéré comme infini, ſi tous ces petits corps ſont cenſés égaux, & attachés à la corde par de petites diſtances égales, comme l'idée d'une corde uniformement epaiſſe & peſante le demande, il arrive que le tems d'une vibration fondamentale eſt un multiple de toutes les autres vibrations poſſibles; c'eſt pourquoi il en réſulte, que la corde au bout de chaque tems t doit reprendre la courbure qu'elle a euë au commencement, & que dans cet état chaque élément de la corde eſt comme en repos pendant un inſtant. Voilà la ſource du théoreme de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*: mais on ne fait pas attention dans ce théoreme à ce qui ſe paſſe dans l'intervalle du tems pendant lequel les élémens de la corde peuvent faire tant de vibrations qu'on veut, ſuivant la courbure initielle de la corde.

X. Nous avons expoſé jusqu'ici aſſez au long la nature des vibrations de deux corps quelconques, attachés à une corde tenduë dans des points quelconques, & écartés de la ligne droite par de petites diſtances quelconques. Pour peu qu'on ait fait attention à notre méthode, on aura vu que notre théorie s'étend à tel nombre de corps qu'on ſe propoſe. Je me contenterai donc d'expoſer la méthode générale en abrégé, & de l'appliquer enſuite au nombre de trois corps.

Qu'on ſuppoſe le corps le plus proche de l'extrémité A, écarté de la ligne droite AB par une diſtance quelconque, & qu'on ſe propoſe de chercher algébriquement les diſtances des autres corps depuis la même

droite

droite AB, avec la condition que la force accélératrice de chaque corps soit à la force accélératrice du premier corps, comme la distance du corps quel qu'il soit, à la distance arbitraire du premier corps ; ce problème menera à une équation finale d'autant de dimensions qu'il y aura de corps, & l'équation aura par conséquent un pareil nombre de racines. On pourra donc donner au systême autant de configurations differentes qu'il y aura de corps, & par chaque configuration on obtiendra des vibrations simples parfaitement isochrones & synchrones. Soyent dans la premiere configuration les distances de ces corps depuis AB, $\alpha, \alpha', \alpha'', \alpha'''$ &c. dans la seconde configuration $\beta, \beta', \beta'', \beta'''$ &c. dans la troisième $\gamma, \gamma', \gamma'', \gamma'''$ &c. & ainsi de suite, & qu'on se propose de déterminer les vibrations absoluës des corps en les écartant de la ligne droite A B, par des distances quelconques que je dénoterai par a, b, c, d &c. je dis, qu'il n'y aura qu'à faire $\alpha + \beta + \gamma$ &c. $= a$, $\alpha' + \beta' + \gamma'$ &c. $= b$, $\alpha'' + \beta'' + \gamma''$ &c. $= c$, $\alpha''' + \beta''' + \gamma'''$ &c. $= d$, & ainsi de suite. Par ces équations élémentaires on pourra déterminer toutes les quantités α, β, γ &c. car les quantités $\alpha', \alpha'', \alpha'''$ &c. seront toutes exprimées par α, les quantités $\beta'\ \beta'', \beta'''$ &c. par β, les quantités $\gamma', \gamma'', \gamma'''$ &c. par γ, & ainsi des autres. Par là on connoitra en quelle proportion chaque classe de vibrations forme les vibrations absolues cherchées ; & comme on connoit aussi la durée de chaque classe de vibrations, on aura de cette façon déterminé tout le mouvement du systême proposé.

XI. J'éclaircirai encore cette théorie générale par un exemple de trois corps, que je simplifierai pour abréger le calcul, & pour rendre les résultats plus clairs.

Je supposerai donc trois corps égaux (fig. 5. 6. & 7.) attachés à la corde aux points c, d & e, & toutes les distances, Ac, cd, de & eB, égales, chacune $= l$, & chaque masse de corps $= m$, & la corde soit encore tenduë par un poids P. Sur ces suppositions les trois configurations, dont chacune à part donne une classe de vibrations isochrones & synchrones simples, sont représentées par la 5. 6. & 7. figure.

Dans

Dans la premiere configuration (fig. 5.) ſi on fait la premiere petite diſtance arbitraire $cm = \alpha$, on aura $dn = \alpha\sqrt{2}$ & $ep = \alpha$; & la longueur du pendule ſimple iſochrone $= \frac{l}{2-\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$.

Dans la ſeconde configuration (fig. 6.) ſi l'on fait la premiere petite diſtance arbitraire $= \beta$, on aura $dn = 0$ & $ep = -\beta$, & la longueur du pendule ſimple iſochrone $= \frac{1}{2} l \times \frac{m}{P}$.

Dans la troiſième figure, faiſant $cm = \gamma$, on aura $dn = -\gamma\sqrt{2}$, $cp = \gamma$, & la longueur du pendule ſimple iſochrone $= \frac{l}{2+\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$.

Si l'on écarte les corps, ſuivant les proportions indiquées de l'une de ces trois configurations, & qu'on les laiſſe partir au même inſtant, ils formeront des vibrations ſimples, & les trois corps ſeront remis dans une poſition ſemblable au bout de chaque vibration. Hors de ces trois cas les vibrations des corps paroitront extrèmement irrégulieres, & les corps, quand ils continueroient leurs vibrations ſans aucune diminution, ne reprendront jamais une poſition ſemblable à celle qu'ils ont euë au commencement. Mais on n'avoit pas encore obſervé que, malgré cette confuſion apparente, il y a conſtamment un ordre admirable, qui régne dans toutes ces vibrations, & que connoiſſant cet ordre on eſt mis en état de déterminer la poſition des corps pour chaque inſtant.

Je ſuppoſerai donc à préſent les diſtances initielles des corps depuis l'axe A B quelconques; celle du corps $c = a$, celle du corps $d = b$, & celle du corps $e = c$; qu'on faſſe les trois diſtances $me = a$, les trois diſtances $nd = b$, & les trois diſtances $pe = c$; c'eſt à dire $\alpha + \beta + \gamma = a$, $\alpha\sqrt{2} - \gamma\sqrt{2} = b$ & $\alpha - \beta + \gamma = c$; ces trois équations donneront $\alpha = \frac{a + c + b\sqrt{2}}{4}$, $\beta = \frac{a-c}{2}$

 &

& $\gamma = \frac{a + c - b\sqrt{2}}{4}$. Là deſſus je dis, que le corps en m fera un mouvement composé de trois eſpeces de vibrations régulieres; l'excurſion entiere de chaque vibration de la premiere eſpece ſera $= \frac{a + c + b\sqrt{2}}{2}$, & ſa durée ſera égale à celle d'une oſcillation d'un pendule ſimple de la longueur $\frac{l}{2 - \sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$; l'excurſion entiere de chaque vibration de la ſeconde eſpece ſera $= a - c$, & elle ſera iſochrone avec celle d'un pendule de la longueur $\frac{1}{2} l \times \frac{m}{P}$; & l'excurſion entiere de chaque vibration de la troiſième eſpece ſera $= \frac{a + c - b\sqrt{2}}{2}$ & ſa durée répondra à une oſcillation d'un pendule ſimple de la longueur $\frac{l}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$. Quant au corps du milieu, ſon mouvement dans cet exemple ne ſera composé que de deux eſpeces de vibrations, dont les excurſions totales ſeront $2\alpha\sqrt{2}$, & $2\gamma\sqrt{2}$, ou bien $\frac{a\sqrt{2} + c\sqrt{2} + 2b}{2}$ & $\frac{-a\sqrt{2} - c\sqrt{2} + 2b}{2}$, & les pendules ſimples iſochrones correſpondants ſeront $\frac{l}{2 - \sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$ & $\frac{l}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$. Enfin le troiſième corps fera un mouvement composé de trois eſpeces de vibrations régulieres, dont les excurſions totales ſeront 2α, -2β ou bien $\frac{a + c + b\sqrt{2}}{2}$, $-a + c$ & $\frac{a + c - b\sqrt{2}}{2}$, & les longueurs des pendules ſimples iſochrones correſpondantes ſeront encore $\frac{l}{2 - \sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$, $\frac{1}{2} l \times \frac{m}{P}$ & $\frac{l}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$. De là il eſt encore clair, qu'on peut facilement déterminer la poſition de chaque corps

pour

pour chaque inftant donné, puisqu'on fait l'arc décrit par un pendule fimple donné pendant un tems donné.

Si l'on faifoit en même tems γ, ou $\frac{a+c-b\sqrt{2}}{4}=0$, ou $b=\frac{a+c}{\sqrt{2}}$, la troifième efpece de vibrations s'evanouïra; le mouvement des deux corps extrèmes ne renfermera plus que deux efpeces de vibrations; & le corps du milieu ne fera que des vibrations fimples tout à fait régulieres, & femblables aux vibrations d'un pendule fimple.

XII. Voilà notre nouvelle théorie fur le mêlange des vibrations fimples régulieres, qui compofent toujours les vibrations qu'on a envifagées jusqu'ici comme irrégulieres, ou plutôt qu'on a affez ignorées. Si nous nous propofions de faire, par exemple, que les nombres des vibrations fimples régulieres pour la premiere, la feconde, & la troifième configuration, fuffent précifement comme 1, 2, & 3, nous pourrions toujours indiquer une rélation générale entre les maffes des corps & entre les diftances de ces corps pour obtenir cet effet; il faudroit fimplement chercher les pendules fimples ifochrones pour chaque configuration à part, & puis faire que ces pendules fuffent en raifon de 1, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{9}$; mais on auroit tort d'envifager alors les corps comme n'ayant fait qu'une feule vibration dans le tems qui répondroit à une vibration fuivant la premiere configuration. C'eft cependant là le fens, dans lequel Mrs. d'*Alembert* & *Euler* ont établi leur théorie fur les nouvelles vibrations des cordes. Ces illuftres Géometres n'ont confidéré que de certains inftants, fans examiner affez ce qui arrive pendant leurs intervalles.

XIII. Ce que je viens de dire fur la nature des vibrations des corps attachés à une corde tenduë, je ne crains pas de l'étendre jufqu'à tous les petits mouvements réciproques, qui peuvent fe faire dans la Nature, pourvu que ces petits mouvements reciproques foyent entretenus par une caufe permanente. Car tout corps qu'on écarte un peu de fon point de repos, tendra vers ce point avec une force proportio-

 nelle

nelle à la petite diſtance depuis le point de repos: & alors ſi on ſuppoſe un ſyſtème de corps quelconque, chaque corps pourra former autant de vibrations ſimples régulieres, qu'il y a de corps dans le ſyſtème, & puis toutes ces vibrations ſimples pourront coëxiſter en même tems dans le ſyſtème propoſé. Si donc le ſyſtème n'eſt compoſé que de deux corps, il ne pourra renfermer que deux claſſes de vibrations ſimples & régulieres. S'il y a trois corps dans le ſyſtème, quels qu'en ſoyent les mouvements réciproques, ces mouvements pourront toujours être décompoſés en trois eſpeces de vibrations ſimples & régulieres, & il peut arriver que l'une de ces eſpeces, ou même deux eſpeces s'évanouïſſent; & en ce dernier cas ces mouvements ſeront déjà réguliers par eux-mêmes, & ainſi de tant de corps qu'on voudra conſidérer dans le ſyſtème. Toutes ces vibrations ſimples & particulieres ne s'entre-empêcheront point, & ſubſiſteront tant que la cauſe primitive & permanente de ces vibrations ſubſiſte; tout comme la lumiere ſubſiſte tant que la chandelle brûle, ou que le ſon d'un tuyau d'orgue continue tant que l'air y ſouffle. Cette conſidération nous ſera d'un grand ſecours pour concevoir, comment il ſe peut faire qu'une infinité de rayons paſſent à travers une petite ouverture, & ſe croiſent dans une chambre obſcure ſans ſe troubler les uns les autres: car une maſſe de matiere lumineuſe eſt un ſyſtème compoſé d'une infinité de parties, ou globules, & chaque globule peut ſubir en même tems une infinité de vibrations toutes ſimples & iſochrones régulieres, ſans que ces vibrations ſe confondent jamais, ni ſe troublent. De cette maniere on peut concevoir qu'un ſeul & même rayon ſimple de lumiere peut renfermer primitivement toutes les couleurs poſſibles; car ſans doute les differentes couleurs ne ſont qu'autant de differentes perceptions dans l'organe de la vuë, cauſées par les differentes vibrations ſimples des globules celeſtes; or toutes ces vibratiens ſimples peuvent coëxiſter dans un même rayon. Il eſt certain que dans une même maſſe d'air il peut ſe former un grand nombre d'ondulations en même tems, très differentes entre elles, dont chacune à part cauſe dans l'organe de l'ouië un ſon diffe-

different. Cette idée me paroit très propre pour expliquer les differentes réfrangibilités, les differentes vivacités, & tous les autres phénomenes indiqués par M. *Newton* ſur les couleurs primitives. Mais c'eſt ici une matiere, qui eſt trop riche pour n'être traitée qu'à l'occaſion d'une autre théorie.

XIV. Je finirai ce Mémoire par une autre eſpece de vibrations, pour faire voir que nos idées ſur le mêlange des vibrations ſimples dans les ſyſtèmes de corps, & ſur la maniere de déterminer ces vibrations ſimples dans chaque ſyſtème, ſont générales. Je choiſirai une eſpece de mouvements réciproques qu'on peut diſtinguer par la vuë, à cauſe de la lenteur qu'on peut leur donner, par où on ſera mis en état de confirmer notre théorie par des expériences. Je conſidérerai donc un fil ſans peſanteur, chargé à différentes diſtances par différents poids; un tel fil étant ſuſpendu verticalement par un point fixe, & recevant quelque impreſſion, formera des mouvements réciproques. J'ai examiné cette matiere dans les Mémoires de l'Académie Imperiale de St. Petersbourg, aux Tomes VI. & VII. & j'ai pouſſé ces recherches jusqu'aux mouvements réciproques d'une chaine également épaiſſe ſuspenduë verticalement par un point fixe, ce qui faiſoit alors une question longtems agitée entre M. *Euler* & moi. Mais je ne conſidérois alors, ſuivant la maxime ordinaire des Géometres, que les vibrations ſimples, régulieres, & permanentes: je démontrai donc que les vibrations pouvoient devenir telles d'autant de manieres, qu'il y avoit de corps attachés au fil, & par conſéquent d'une infinité de manieres dans une chaine. Je traitois alors tous les autres mouvemens réciproques d'irréguliers, ſur lesquels on ne pourroit rien déterminer. Mais je dis à préſent que tous ces mouvements réciproques, quels qu'ils ſoyent, ne ſont jamais qu'un mêlange de vibrations ſimples, régulieres, & permanentes, qu'on peut toutes déterminer à part, & que par là on déterminera entierement ces mouvements réciproques, quelqu'irréguliers qu'ils ayent paru jusqu'ici. C'eſt ce que j'éclaircirai par un ſeul exemple.

XV. Soit le fil AC, (fig. 8. & 9.) suspendu par le point fixe A, & chargé dans des points quelconques de deux poids en B & C. Soit $AB = l$, $BC = L$, la masse en $B = m$, & la masse en $C = M$. Que l'on écarte le point B jusqu'en H, & le point C jusqu'en F: & qu'ils partent au même instant de cette position. Les corps balanceront tout aussi-tôt, & la nature de ces balancements dépendra de la proportion, qu'on aura donnée aux petites distances initielles CF & BH. Mais on peut donner une telle proportion à ces petites distances, que les balancements des deux corps deviennent synchrones, & qu'ils suivent chacun la loi des mouvements simples isochrones: cela arrive en faisant

$$BH : CF = 2Ml : mL - ml + ML + Ml \pm \sqrt{[4mMLL + (ml + ML + Ml - mL)^2]}$$

comme je l'ai démontré au Tom. VII. Comm. Acad. Petrop. p. 164. Je substituerai à la place de cette analogie une autre un peu plus commode, mais entièrement la même, savoir

$$BH : CF = 2Ml : mL - ml + ML + Ml \pm \sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}.$$

Il y a donc ici encore deux configurations, représentées par la huitième & neuvième figure; la premiere répond au signe affirmatif, & la seconde au signe négatif. J'ai démontré aussi p. 166. que le pendule simple isochrone pour la premiere configuration est =

$$\frac{2mLl}{mL + ml + Ml + ML - \sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}},$$

& que pour la seconde configuration ce pendule devient =

$$\frac{2mLl}{mL + ml + Ml + ML + \sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}}.$$

Si l'on fait à présent dans la huitième figure la petite arbitraire $BH = \alpha$, & dans la neuvième figure $BH = \beta$, on aura dans la huitième figure

$$CF = \frac{mL - ml + ML + Ml + \sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}}{2Ml}\,\alpha,$$

&

& puis pour la neuvième figure on aura

$$CF = \frac{mL - ml + ML + Ml - \sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}}{2\, M\, l}\,\beta.$$

Voilà les préparations pour déterminer les vibrations, ou balancements des deux corps, en les ſuppoſant partir au même inſtant des points H & F quelconques.

XVI. Soit donc (fig. 10.) généralement $BH = a$ & $CF = b$; qu'on faſſe BH (fig. 8.) + BH (fig. 9.) = BH (fig. 10.) ou bien $\alpha + \beta = a$, & pareillement CF (fig. 8.) + CF (fig. 9.) = CF (fig. 10.) ou bien

$$\frac{mL - ml + ML + Ml}{2\, M\, l} \times (\alpha + \beta) + \frac{\sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}}{2\, M\, l} \times (\alpha - \beta) = b.$$

Ces deux équations donneront

$$\alpha = \tfrac{1}{2} a - \frac{mLa - mla + MLa + Mla - 2Mlb}{2\sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}} \quad \&$$

$$\beta = \tfrac{1}{2} a + \frac{mLa - mla + MLa + Mla - 2Mlb}{2\sqrt{[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}}.$$

Ces deux valeurs marquent les demi-excurſions des deux eſpeces de vibrations régulieres dont le mouvement abſolu ſera compoſé; la premiere eſpece ſe fera conformément à la huitième figure, & la ſeconde eſpece conformément à la neuvième figure. Comme d'ailleurs les tems correſpondants à chaque eſpece de vibrations ont déjà été determinés dans le précedent article, on voit que nous avons entiérement determiné tout le mouvement, qu'auront les deux corps pour tous les cas poſſibles. Enfin on pourra donner aux pendules ſimples iſochrones, avec les deux eſpeces de vibrations, telle proportion qu'on voudra, & obtenir par là une rélation entre les corps m & M, & entre les longueurs l & L telle, qu'il ſe faſſe préciſément 2, 3, 4 ou tant de vibra-

brations de la seconde espece, pendant qu'il s'en fait une de la premiere espece. Voici à present quelques exemples.

EXEMPLE I.

Soit $m = M$, $l = L$, & qu'on suppose comme dans la dixième figure $CF = BH$, ou $b = a$; on trouvera $\alpha = \frac{1}{2}a$ & $\beta = \frac{1}{2}a$: il faut donc prendre $Bh = \frac{1}{2}a$ & $Cf = \frac{1}{2}a(1 + \sqrt{2})$: qu'on tire après cela les droites Ah & hf. Voici là-dessus le mouvement des corps en H & F: Je dis qu'il faut concevoir dans les points h & f des balancements réguliers simples, comme dans la huitième figure, & supposer dans les corps H & F rélativement aux points h & f les mêmes balancements simples, que ces corps auroient suivant la neuvième figure par rapport aux points fixes B & C. Les balancements des points h & f par rapport aux points B & C, seront isochrones avec un pendule simple de la longueur $\frac{l}{2 - \sqrt{2}}$ ou à peu près $1{,}706\,l$, & les balancements des corps H & F, par rapport aux points mobiles h & f, seront isochrones avec un pendule simple de la longueur $\frac{l}{2 + \sqrt{2}}$ ou à peu près $0{,}293\,l$.

EXEMPLE II.

Soit $L = \frac{8}{17}l$, $M = \frac{9}{25}m$; & qu'on suppose encore $CF = BH$; ou $b = a$, afin que prenant le corps B entre deux doigts & l'ecartant jusqu'en H, l'autre se mette de lui-même en F, & qu'on soit bien sûr qu'en lâchant le corps supérieur les deux corps partent au même instant. Cet exemple donne $Bh = \alpha = \frac{2}{3}a$, $hH = \beta = \frac{1}{3}a$, $Cf = \frac{5}{3}\alpha = \frac{4}{3}a$, $Ff = \frac{1}{3}a$. De là nous connoissons pour chaque corps les excursions totales qui appartiennent à chaque espece de vibrations simples. Le pendule isochrone pour la premiere espece de vibrations est $= \frac{5}{2}L$, ou $= \frac{20}{17}l$, & pour la seconde espece $= \frac{5}{8}L = \frac{5}{17}l$.

Le

Le premier étant quatre fois plus long que le fecond, il s'enfuit qu'il fe fera précifement deux balancements de la feconde efpece, pendant qu'il s'en fait un de la premiere efpece, qui durera une feconde, fi on fait $l = 374$ lignes; alors, après la premiere feconde de tems, les corps H & F feront dans un moment de repos, le premier à la diftance $\frac{1}{3}a$ du côté oppofé, & le fecond à la diftance de $\frac{2}{3}a$, pareillement du côté oppofé à la pofition initielle. Cette pofition n'a donc ici aucune reffemblance avec la pofition initielle; mais au bout de deux fecondes tout le fyftème fera remis entièrement dans fes circonftances initielles. Un tel mouvement pouvant être facilement remarqué aux yeux, cet exemple pourra fervir d'expérience phyfique pour confirmer notre théorie.

EXEMPLE III.

Si l'on fait $M = \frac{15 \cdot 15}{17 \cdot 17} m = \frac{225}{289} m$ & $L = \frac{32}{257} l$, il fe fera quatre vibrations de la feconde efpece pendant qu'il s'en fait une de la premiere efpece; & fi on fait $M = \frac{16}{25} m$ & $L = \frac{9}{41} l$, chaque vibration de la premiere efpece, durera autant que trois vibrations de la feconde efpece; en ce cas les deux corps pafferont au même instant par la verticale A C, & prendront dans un même inftant, du côté oppofé à la premiere pofition, une pofition tout à fait femblable, quelle qu'on faffe cette premiere pofition. Mais on auroit encore grand tort d'envifager tout le mouvement, qui fe fait pendant cet intervalle comme un feul balancement; car je dis que chaque corps fera abfolument trois vibrations. Pour s'en affurer davantage par la fimple infpection, on n'a qu'à donner une pofition initielle aux deux corps, qui tienne beaucoup plus de celle de la figure neuvième que de celle de la figure huitième; alors on verra chaque corps paffer trois fois l'axe A C, avant que de fe remettre du côté oppofé dans une pofition femblable à la pofi-

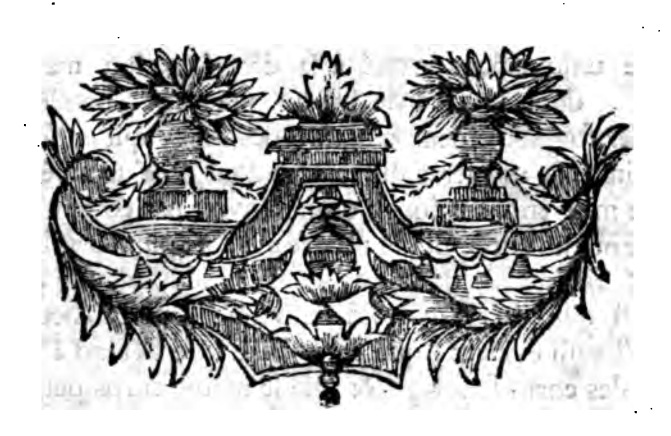
position initielle; le premier & le troisième passage par l'axe A C ne se feront pas au même instant; c'est au second passage que les deux corps auront cette propriété dans le présent exemple.

XVII. Ceux qui auront lu ces réfléxions avec quelque attention, verront facilement de quelle maniere il faut s'y prendre pour déterminer les balancements de trois ou plusieurs corps, suspendus par le même fil. On voit encore ce qu'il faut penser sur les mouvements réciproques d'une chaine suspenduë par un de ses bouts; une telle chaine, à moins que de partir d'une position, qui rende ses vibrations tout à fait simples d'une seule & même espece, ne peut jamais reprendre la position qu'elle a euë au commencement, & en cela ses mouvements sont bien differents de ceux, que Mrs. *Euler* & d'*Alembert* ont démontré exister dans une corde uniforme tenduë. La raison de cela est, que pour les chaines suspenduës les longueurs de pendules simples, isochrones avec les vibrations simples de differentes especes, ne sont jamais comme un nombre à un nombre. J'ai démontré dans les Commentaires de l'Académie Imp. de St. Petersbourg, Tom. VI. & VII. les differentes configurations, qu'il faut d'abord supposer aux chaines suspenduës pour rendre leurs vibrations simples & isochrones, & j'ai toujours déterminé en même tems les pendules simples isochrones correspondants. On pourra combiner ces configurations de telle façon qu'on veut, & il résultera constamment un mêlange des vibrations primitives dont on s'est servi.

XVIII. Quoique j'aye supposé dans toutes ces recherches, que les corps qui composent un systême, partent au même instant chacun depuis le repos, notre théorie ne se borne pas là; j'aurois pu supposer que chaque corps eut dans une position donnée quelconque une vitesse donnée quelconque, si ces recherches ne m'avoient paru trop abstraites. Mais il sera cependant utile de remarquer, que les vibrations résultantes n'en seront pas moins un mêlange des vibrations telles, que

je

je les ai déterminées, & qu'il n'y aura que la proportion des excursions par rapport à chaque espece à determiner d'une façon un peu differente de celle que nous avons employée. Je me contenterai donc d'avoir bien établi cette nouvelle Verité de la Physique méchanique; que dans tout systême les mouvements réciproques des corps sont toujours un mêlange de vibrations simples, régulieres, & permanentes, de differentes especes; que le nombre des ces especes possibles est toujours égal au nombre des corps qui composent le systême; & d'avoir enseigné la maniere de déterminer entierement toutes les vibrations simples, qui concourent à former les mouvements réciproques absolus.



REMARQUES SUR LES MÉMOIRES PRÉCEDENS DE *M. BERNOULLI*,

PAR M. EULER.

I.

Il n'y a aucun doute, que M. *Bernoulli* n'ait infiniment mieux dévelopé la partie physique, qui renferme la formation du son dans le mouvement des cordes, qu'aucun autre n'a fait avant lui. On s'étoit presque uniquement arrêté à la détermination méchanique du mouvement, dont une corde tenduë peut être ébranlée, sans rechercher assez soigneusement la nature des sons, qui en sont produits. Malgré l'infinité de manieres differentes dont on a trouvé qu'une corde peut être mise en vibrations, on ne voyoit pas comme il seroit possible, qu'une même corde puisse rendre à la fois plusieurs sons differens; & c'est à M. *Bernoulli*, que nous sommes redevables de cette heureuse explication, qui est sans doute de la derniere importance dans la Physique. Il est aussi évident, que cette belle idée s'étend à toutes les autres especes des corps sonores, & que le même corps peut rendre à la fois tous les sons differens, dont il est susceptible séparément; & c'est le sujet que M. *Bernoulli* a traité avec le même succès dans son second Mémoire.

II. M. *Bernoulli* tire toutes ces excellentes réfléxions uniquement des recherches, que feu M. *Taylor* a faites sur le mouvement des cordes, & soutient contre M. d'*Alembert* & moi, que la solution de *Taylor* est suffisante à expliquer tous les mouvemens, dont une corde est susceptible; de sorte que les courbes, qu'une corde prend pendant son mouve-

mouvement, ſoit toujours, ou une trochoïde allongée ſimple, ou un mêlange de deux ou pluſieurs courbes de la même eſpéce. Or quoiqu'un tel mêlange ne pût plus être regardé comme une trochoïde, & que la ſeule poſſibilité de la combinaiſon de pluſieurs courbes de M. *Taylor* rende déjà ſa ſolution inſuffiſante; il me ſemble qu'elle eſt encore inſuffiſante à d'autres égards, & que le mouvement d'une corde pourroit être tel, qu'il ſeroit impoſſible de le rapporter à l'eſpece des trochoïdes Tayloriennes.

III. Si toutes les courbes, auxquelles la corde s'applique pendant ſon mouvement, étoient compriſes dans cette équation,

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

le ſentiment de M. *Bernoulli* ſeroit juſte; vu que prenant chaque terme ſéparément, une telle équation $y = \mu \sin \frac{m\pi x}{a}$ donne toujours une des trochoïdes aſſignées par *Taylor*; & notre équation ſeroit formée de pluſieurs trochoïdes. Mais, dés que le nombre des termes dans cette équation devient infini, il me paroit encore douteux, ſi l'on peut dire, que la courbe ſoit compoſée d'une infinité de trochoïdes: le nombre infini ſemble détruire la nature d'une telle compoſition. Cependant j'avouë, que M. *Bernoulli* auroit pu parvenir à la découverte de toutes ces courbes par le ſeul raiſonnement fondé ſur la compoſition des trochoïdes Tayloriennes, & que l'équation rapportée, quand même elle ſeroit continuée à l'infini, en eſt une ſuite fort naturelle.

IV. Mais il y a des cas, où cette équation s'étendant à l'infini eſt réductible à une équation finie, & alors ſurtout ce ſeroit parler fort improprement, ſi l'on diſoit, que la courbe étoit compoſée d'une infinité de trochoïdes; l'équation même en fourniſſant une idée & conſtruction beaucoup plus ſimple. Ainſi, lorsque les coëfficiens α, β,

 γ,

γ, δ &c. forment une progreſſion géometrique, l'équation infinie ſe réduit à cette équation finie :

$$y = \frac{c \sin \frac{\pi x}{a}}{1 - n \operatorname{cof} \frac{\pi x}{a}}$$

qui renferme ſans contredit des courbes, qui peuvent convenir au mouvement d'une corde, même de l'aveu de M. *Bernoulli*, pourvu que n marque un nombre plus petit que l'unité. Cette corde devroit donc bien rendre à la fois une infinité de ſons, dont les plus hauts deviendroient de plus en plus foibles ; mais l'équation nous offre une idée beaucoup plus ſimple de cette courbe, que ſi nous voulions dire, qu'elle étoit compoſée d'une infinité de trochoïdes Tayloriennes.

V. Mais il y a plus : je n'avois donné cette équation,

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

que comme une ſolution particuliere de la formule, qui contient en général toutes les courbes, qui peuvent convenir à une corde miſe en mouvement : & il y a une infinité d'autres courbes, qui ne ſauroient être compriſes dans cette équation. Si M. *Bernoulli* tomboit d'accord là deſſus, il n'auroit pas avancé, que toutes les courbes d'une corde frappée réſultoient uniquement de la combinaiſon de deux ou pluſieurs courbes Tayloriennes ; & il auroit reconnu, que le raiſonnement fondé ſur cette combinaiſon n'eſt pas ſuffiſant à fournir une ſolution complette de la queſtion, dont il s'agit. Il n'auroit pas non plus regardé la méthode, dont M. d'*Alembert* & moi nous ſommes ſervis, comme trop embarraſſée pour arriver à une ſolution générale, qui ſe pourroit tirer d'une ſimple conſidération phyſique. La queſtion principale, que j'ai à déveloper, eſt donc : ſi toutes les courbes d'une corde miſe en mouvement ſont compriſes dans l'équation rapportée, ou non ?

VI.

VI. M. *Bernoulli* ne conteste pas directement la négative, que j'avois avancée: il se contente de dire, qu'il n'est pas encore assés éclairci là dessus; cependant c'est uniquement sur ce point qu'est fondée la préférence, qu'il tache de donner à sa méthode sur celle, dont M. d'*Alembert*, & moi, nous sommes servis. Car si la considération de M. *Bernoulli* fournissoit toutes les courbes, qui peuvent avoir lieu dans le mouvement des cordes, il est certain qu'elle seroit infiniment préférable à notre méthode, qu'on ne pourroit plus regarder que comme un détour extrèmement épineux pour parvenir à une solution si aisée à trouver. Mais au contraire, si la considération de M. *Bernoulli* ne découvre pas toutes les courbes, qui peuvent convenir à une corde mise en mouvement, & qu'il y ait des cas, où la figure de la corde est absolument irréductible aux trochoïdes de M. *Taylor*; il est aussi incontestable, que la méthode de M. *Bernoulli*, quelque belle qu'elle soit en elle-même, ne soit de beaucoup inferieure à la méthode directe, qui fournit toutes les solutions possibles.

VII. Or il me semble que cette circonstance ne sauroit être révoquée en doute, dès qu'on considère, qu'on peut donner d'abord à la corde une figure quelconque. Car concevons, qu'on ait donné à la corde avant que de la relâcher, une figure, qui n'est pas comprise dans l'équation $y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2 \pi x}{a} + \&c.$ & il n'y a aucun doute que la corde, après avoir été relâchée subitement, ne soit déterminée à un certain mouvement. Il est aussi certain que la figure qu'elle aura après le premier instant sera encore bien différente de cette équation; & quand même on voudroit soutenir, qu'après plusieurs instans elle s'assujettisse enfin à une figure comprise dans la dite équation, on ne sauroit disconvenir, qu'avant que cela arrive, le mouvement de la corde ne soit bien different de celui, que la considération de M. *Bernoulli* renferme. Ce premier mouvement n'étant donc pas certainement conforme aux loix tirées de la théorie de *Taylor*, me sem-

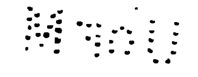
ble

ble tout à fait suffisant à faire voir, que cette théorie n'est pas capable de nous éclairer sur tous les mouvemens, dont une corde est susceptible.

VIII. On sera donc obligé d'avouër, que le mouvement de la corde, du moins pendant quelque tems depuis le commencement, dépend de la figure, qu'on aura donnée d'abord à la corde; laquelle étant absolument arbitraire, il est impossible de soutenir, que ce mouvement soit toujours d'accord avec lesdites loix. Il semble encore fort incertain, si un tel mouvement se réduise enfin parfaitement à la trochoïde de *Taylor*; & quand même cela arriveroit, comme M. *Bernoulli* a remarqué très ingénieusement qu'il arrive dans le mêlange de deux ou plusieurs trochoïdes, la cause ne sauroit être attribuée, qu'au rallentissement du mouvement, causé par des circonstances externes, auxquelles on ne fait point réfléxion dans le calcul. Ainsi cela ne doit pas même entrer dans la solution, où l'on fait abstraction de toutes causes, qui peuvent rallentir & altérer le mouvement. De là il s'ensuit, qu'une solution ne sauroit être jugée complette, à moins qu'elle n'embrasse tous les cas du mouvement, pour toutes les figures possibles, qu'on pourroit donner à la corde au commencement.

IX. Mais peut-être repliquera-t-on, que l'équation $y = a \sin \frac{\pi x}{a} + \&c.$ à cause de l'infinité de coëfficiens indéterminés, est si générale, qu'elle renferme toutes les courbes possibles: & il faut avouër, que si cela étoit vray, la méthode de M. *Bernoulli* fourniroit une solution complette. Mais, outre que ce grand Géometre n'a pas fait cette objection, toutes les courbes comprises dans cette équation, quoiqu'on augmente le nombre des termes à l'infini, ont de certains caractères, qui les distinguent de toutes autres courbes. Car si l'on prend l'abscisse x négative, l'appliquée devient aussi négative, & égale à celle qui repond à l'abscisse positive x; de même l'appliquée qui répond à l'abscisse $a + x$, est négative, & égale à celle qui con-

vien-



vient à l'abſciſſe x. Donc ſi la courbe, qu'on aura donnée à la corde au commencement, n'a point ces propriétés, il eſt certain qu'elle n'eſt pas renfermée dans ladite équation. Or aucune courbe algébrique ne ſauroit avoir ces propriétés, qu'il faut donc toutes exclure de cette équation; & il n'y a aucun doute, qu'il n'en faille auſſi exclure une infinité de courbes tranſcendentes.

X. Mais, puisque la premiere courbe qu'on donne à la corde, eſt abſolument arbitraire, il peut arriver, & il arrivera même le plus ſouvent, que cette premiere courbure n'eſt expreſſible par aucune équation, ſoit algébrique, ſoit tranſcendente, & qu'elle n'eſt renfermée dans aucune loi de continuité. Une telle courbe ne ſera donc pas à plus forte raiſon compriſe dans l'équation alleguée. Suppoſons donc que la corde ait eu au commencement une telle figure quelconque, ſuppoſition d'autant moins impoſſible, que c'eſt plutôt la ſeule, qui puiſſe avoir lieu dans la pratique; & je demande quel ſera ſon mouvement, après qu'elle aura été relâchée? Il eſt bien certain que ce mouvement étant réel doit être déterminable, & il eſt auſſi certain, qu'il ne ſauroit être renfermé du moins pour les premiers inſtans, dans celui que M. *Bernoulli* a tiré des trochoïdes Tayloriennes: & partant cette ſolution, toute belle qu'elle eſt d'ailleurs, ne ſauroit avoir lieu que dans les cas, où par quelque hazard la corde a reçu au commencement une des figures compriſes dans l'équation mentionnée; tous les autres cas ſeront exclus de cette ſolution.

XI. Voilà donc l'étenduë, qu'il faut donner à mon avis au problème ſur les mouvemens des cordes: *Ayant donné au commencement à la corde une figure quelconque, ſoit algébrique, ſoit tranſcendente, ſoit même mécanique, il s'agit de déterminer le mouvement, que la corde pourſuivra après avoir été relâchée.* Sur ce pied il eſt bien clair, que la ſolution tirée de la combinaiſon des trochoïdes ne ſauroit être regardée, que comme très particuliere. Or, me demandera-t-on, une ſolution générale eſt-elle bien poſſible? Je crois que la ſolution, que j'en ai don-

donnée, n'eſt limitée à aucun égard, du moins je n'y puis decouvrir aucune faute, & perſonne n'en a encore montré l'inſuffiſance. Il eſt bien vrai que M. d'*Alembert*, quoiqu'il m'ait reproché que ma ſolution n'étoit pas differente de la ſienne, a avancé, mais ſans alléguer la moindre preuve, que ma ſolution ne s'étend pas à toutes les figures poſſibles, que la corde aura pu avoir au commencement; & il eſt dans le même ſentiment, que M. *Bernoulli* ſemble ſoutenir, que le mouvement d'une corde ne ſauroit être déterminé, à moins que ſa figure initiale ne ſoit compriſe dans l'équation, que j'ai déjà pluſieurs fois rapportée.

XII. Je ſouhaiterois fort, que M. d'*Alembert* m'eut indiqué en quoi je me ſuis trompé, quand je donnai ma ſolution pour générale, & applicable à toutes les courbes initiales, qu'on puiſſe donner à la corde. Mais, quoiqu'il en ſoit, cela ne fait rien à la recherche préſente, attendu qu'il eſt certain, qu'il y a une infinité de cas, où le mouvement d'une corde ne ſauroit être déterminé par le mêlange de pluſieurs trochoïdes. Pour le reſte je ne m'attends pas, que M. d'*Alembert* diſe, que dans ces cas le mouvement de la corde ne ſuive aucune loi; il ſera donc déterminable par ſa nature, & ſi ma ſolution eſt fauſſe, perſonne ne ſera plus capable de ſuppléer à ce défaut, que M. d'*Alembert* lui-même. Mais je doute fort, qu'il trouve jamais une ſolution differente de la mienne, du moins s'il veut s'arrêter aux mêmes hypotheſes, qu'il a faites dans ſa ſolution, & qui l'ont conduit à l'équation:

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2 \pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3 \pi x}{a} + \&c..$$

XIII. Cependant, pour m'aſſurer mieux de ma ſolution, je m'en vais traiter de nouveau ce même problème par une méthode un peu differente, & examiner plus ſoigneuſement tous les raiſonnemens, qui m'ont conduit à la détermination générale du mouvement des cordes, quelle qu'ait été leur figure initiale. Or d'abord il faut remarquer qu'on fonde le calcul ſur quelques hypotheſes, qui ſont fort ſouvent peu conformes à la verité. On ſuppoſe premièrement la corde parfai-

parfaitement fléxible, & deſtituée de toute roideur; on ne tient pas non plus compte du reſſort de la corde, quoique ces circonſtances puiſſent très conſidérablement altérer le mouvement; & partant on ne peut pas alléguer les effets qui en ſont cauſés, contre la bonté de la ſolution. Enſuite on ſuppoſe les vibrations de la corde infiniment petites, de ſorte que la corde ne change pas de longueur pendant ſon mouvement, & que chaque point de la corde demeure toujours dans la même ligne droite perpendiculaire à l'axe: or il eſt évident que la petite augmentation de la longueur de la corde dans ſes excurſions, peut auſſi contribuër quelque choſe à l'altération du mouvement.

XIV. Il s'agit donc ſeulement d'une ſolution, qui ſoit conforme à ces hypotheſes, & point du tout d'une telle, qui ſatisfaſſe parfaitement aux phénomenes, que l'expérience nous offre. Mrs. *Bernoulli* & d'*Alembert* ont fait ces mêmes hypotheſes; & ils n'attendront donc rien de la mienne, qui approche davantage de la vérité. On n'a fait ces hypotheſes que pour la facilité du calcul; car on pourroit bien tenir compte dans la ſolution, tant de la roideur de la corde, que de ſon allongement dans ſes excurſions, & donner aux vibrations une grandeur finie; mais on parviendroit à des formules ſi compliquées, qu'on n'en ſauroit déduire aucune concluſion ſatisfaiſante. Ce ne ſont pas les principes mécaniques, qui nous abandonnent dans ces recherches; c'eſt plutôt l'analyſe, qui n'eſt pas encore portée à ce degré de perfection, qu'il faudroit pour ces ſortes de queſtions. Les bornes de l'analyſe nous obligent à de telles hypotheſes, pour faciliter en ſorte la ſolution, qu'elle ne s'écarte pas trop ſenſiblement de la vérité.

XV. Conſidérons donc une corde fixée par ſes deux bouts aux points A & B, & poſons la diſtance, ou la longueur de la corde $AB = a$; Fig. I.
ſoit l'épaiſſeur de la corde partout la même, & la maſſe ou le poids de toute la corde $= M$: ſoit de plus la tenſion de la corde, ou la force dont elle eſt tenduë $= F$, exprimée par un poids: donc ſi nous prenons

 une

une partie quelconque $AP = x$, sa masse sera $= \frac{Mx}{a}$, & la masse de l'élément $Pp = \frac{M\,dx}{a}$. Supposons maintenant, que la corde ait été détournée au commencement à une figure quelconque, & qu'après un tems ecoulé $= t$, elle soit parvenuë à la figure AMB. Posant donc pour cette figure l'abscisse $AP = x$, & l'appliquée $PM = y$, celle-cy sera exprimée par une certaine fonction de l'abscisse x, & du tems t, que nous indiquerons par $y = \Phi : (x, t)$. Cette équation doit être telle, que si l'on pose $t = o$, elle exprime la courbe qu'on avoit donnée à la corde au commencement; ensuite si l'on donne à t une valeur déterminée, qui convient au tems écoulé, cette même équation exprimera la nature de la courbe, que la corde aura à cet instant.

XVI. Tout revient donc à trouver de quelle nature doit être la fonction de x & t, qui exprime la valeur de l'appliquée y. Pour cet effet il faut recourir aux principes mécaniques, par lesquels le mouvement de la corde est déterminé: mais, avant que de procéder à cette recherche, l'état de la corde nous découvre quelques propriétés, qui doivent necessairement convenir à notre fonction $y = \Phi : (x, t)$. Car, puisque la corde est fixée au point A, il est évident que posant $x = 0$, cette fonction doit evanouïr, quelque valeur qu'on donne au tems t. Ensuite, puisque la corde est aussi fixée en B, si l'on pose $x = a$, la fonction doit aussi se réduire à zéro, quelque valeur que puisse avoir le tems t. Nous connoissons donc déjà, indépendamment des principes mécaniques, trois propriétés de notre fonction $y = \Phi : (x, t)$, dont la premiere est que posant $t = 0$, elle exprime la courbe initiale de la corde, & les deux autres, que quelque valeur que le tems t puisse avoir, l'appliquée y evanouïsse toujours, tant pour $x = 0$, que pour $x = a$.

XVII. Puisque la corde, après le tems t, est réduite à la figure AMB, voyons par quelle force chacun de ses élémens est sollicité; & il

il eſt clair que dans cette recherche le tems t doit être regardé comme invariable. Or, en vertu de l'hypotheſe que les excurſions de la corde ſont infiniment petites, la tenſion de la corde dans l'état AMB, ſera la même dans tous les points de la corde, & partant $= F$. Donc, par la tenſion de l'élément précedent $M\mu$, le point M ſera ſollicité vers la direction MP par la force $F\left(\frac{dy}{dx}\right)$, où $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ marque la valeur de la fraction $\frac{dy}{dx}$ en poſant le tems t conſtant. Or par la tenſion de l'élément ſuivant Mm, prenant $Pp = Mm = dx$, le point M ſera ſollicité en ſens contraire par la force $F\left(\left(\frac{dy}{dx}\right) + d\left(\frac{dy}{dx}\right)\right)$: & partant combinant ces deux forces enſemble, le point M ſera ſollicité ſelon la direction MP par la force $-Fd\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Puisque dans ce différentiel le tems t eſt encore pris pour conſtant, cette force ſera $= -Fdx\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, où la formule $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ exprime la valeur de $\frac{ddy}{dx^2}$ en ſuppoſant le tems t conſtant.

XVIII. Concevons que toute la maſſe de l'élément Mm, qui eſt $= \frac{Mdx}{a}$ ſoit réünie au point M, & elle ſera ſollicitée dans la direction MP par la force $= -Fdx\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$; c'eſt donc de cette force que le mouvement de l'élément Mm ſera altéré, & puisque ce mouvement ſe fait ſuivant la même direction MP, ſi nous voulons déterminer ce mouvement, nous devons regarder l'abſciſſe $AP = x$ comme conſtante, & nous tenir uniquement à la variabilité du tems t. Or les principes méchaniques nous donnent l'accélération de ce mou-

vement

vement ſelon la direction $MP = -2\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$, laquelle doit être égale à la force accélératrice, ou à la force motrice $-Fdx\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ diviſée par la maſſe $\frac{Mdx}{a}$, d'où nous tirons cette équation :

$$-2\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = -\frac{Fa}{M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) \quad \text{ou} \quad \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$$

Pour l'intelligence de cette équation il ſuffit de remarquer, que dans la formule $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$ le ſeul tems t eſt regardé comme variable, & dans la formule $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ la ſeule abſciſſe x.

XIX. A' cette occaſion il ſera à propos d'expliquer davantage cette maniere d'indiquer les différentiels des fonctions de pluſieurs variables, en n'en faiſant varier qu'une ſeulement; puiſque cette conſidération eſt d'une très grande utilité dans quantité de problèmes méchaniques & hydrodynamiques. Soit donc y une fonction quelconque des variables x, t, u, &c. & en les faiſant varier toutes, le différentiel de y aura une telle forme $dy = Pdx + Qdt + Rdu$, où le membre Pdx marque le différentiel de y, en faiſant varier la ſeule quantité x, & regardant les autres t, & u comme conſtantes. De même le membre Qdt marque le différentiel de y en faiſant varier la ſeule quantité t, & le membre Rdu celui en faiſant varier la ſeule quantité u. Cette conſidération nous donne donc à connoitre les quantités finies P, Q, & R: or, pour ne pas avoir beſoin de tant de lettres, je les indique de la maniere ſuivante :

$$P = \left(\frac{dy}{dx}\right); \quad Q = \left(\frac{dy}{dt}\right); \quad R = \left(\frac{dy}{du}\right).$$

XX. Connoiſſant donc la ſignification de ces expreſſions & d'autres ſemblables, on les peut étendre à des différentiels de plus hauts degrés. Ainſi, puisque $P = \left(\frac{dy}{dx}\right)$, & que P eſt encore une fonction finie des quantités x, t, u, on aura une idée juſte de l'expreſſion $\left(\frac{dP}{dx}\right)$, au lieu de laquelle je mets $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, de ſorte que poſant $\left(\frac{dy}{dx}\right) = P$, cette expreſſion $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ renferme la valeur de $\left(\frac{dP}{dx}\right)$. De même ayant $\left(\frac{dy}{dt}\right) = Q$, l'expreſſion $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$ ſera la valeur de $\left(\frac{dQ}{dt}\right)$; & pareillement $\left(\frac{ddy}{du^2}\right) = \left(\frac{dR}{du}\right)$. On peut auſſi changer dans les différentiations ſucceſſives les variables, & ainſi la valeur de $\left(\frac{dP}{dt}\right)$ ſera exprimée par $\left(\frac{ddy}{dx\,dt}\right)$, & celle de $\left(\frac{dQ}{dx}\right) = \left(\frac{ddy}{dt\,dx}\right)$. En conſéquence de cela il y aura auſſi:

$$\left(\frac{ddy}{dx\,du}\right) = \left(\frac{dP}{du}\right); \quad \left(\frac{ddy}{du\,dx}\right) = \left(\frac{dR}{dx}\right)$$

$$\left(\frac{ddy}{dt\,du}\right) = \left(\frac{dQ}{du}\right); \quad \left(\frac{ddy}{du\,dt}\right) = \left(\frac{dR}{dt}\right).$$

XXI. Or on ſait que dans un tel différentiel complet $dy = P\,dx + Q\,dt + R\,du$, les quantités finies P, Q, R, ſont dans une telle rélation entr'elles, que ſelon la même maniere d'exprimer il y a:

$$\left(\frac{dP}{dt}\right) = \left(\frac{dQ}{dx}\right); \quad \left(\frac{dP}{du}\right) = \left(\frac{dR}{dx}\right); \quad \left(\frac{dQ}{du}\right) = \left(\frac{dR}{dt}\right)$$

De

De là nous aurons :

$$\left(\frac{ddy}{dxdt}\right) = \left(\frac{ddy}{dtdx}\right); \left(\frac{ddx}{dxdu}\right) = \left(\frac{ddy}{dudx}\right); \left(\frac{ddy}{dtdu}\right) = \left(\frac{ddy}{dudt}\right)$$

où il eſt fort remarquable, que ſi le dénominateur contient deux différens différentiels, il eſt indifférent en quel ordre ils ſoient ecrits. De là on comprendra aiſément la ſignification de ſemblables formules, lorsqu'elles renferment des différentiels plus hauts : ainſi pour connoitre la valeur de $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$, qu'on poſe $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = V$, & on aura $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) = \left(\frac{dV}{dx}\right)$. Pareillement ayant $\left(\frac{d^3y}{dx^2dt}\right)$, ſi l'on met ou $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = V$ ou $\left(\frac{ddy}{dxdt}\right) = U$, la valeur de $\left(\frac{d^3y}{dx^2dt}\right)$ ſera ou $= \left(\frac{dV}{dt}\right)$ ou $= \left(\frac{dU}{dx}\right)$, & cela nous éclaircit ſuffiſamment ſur la ſignification de ſemblables formules, qui renferment encore de plus hauts différentiels.

XXII. Voilà donc à quoi le problème ſur le mouvement de la corde eſt réduit : il s'agit de trouver pour y une telle fonction des deux variables x & t, qui ſatisfaſſe à cette équation : $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, outre qu'elle renferme les propriétés marquées cy-deſſus. Mais, avant que de faire attention à ces propriétés, cherchons en général toutes les fonctions poſſibles de x & t, qui étant miſes pour y, rendent $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$. C'eſt le problème, dont M. d'*Alembert* a donné le premier une ſolution générale ; & il feroit à ſouhaiter qu'on découvrit une méthode propre à réſoudre

résoudre d'autres formules semblables. Une telle méthode serviroit à résoudre quantité de problèmes, qu'on a été obligé d'abandonner jusqu'ici.

XXIII. Avant que d'entreprendre la résolution de cette équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, je remarque qu'elle a une étendue infinie. Car si P, Q, R, sont de telles fonctions de x & t, qui satisfont à cette équation, étant posées pour y, de sorte qu'il y ait tant $y = P$, que $y = Q$, & $y = R$, il est clair que cette valeur

$$y = \alpha P + \beta Q + \gamma R,$$

satisfera également à ladite équation. La raison en est, puisque y n'a qu'une seule dimension dans notre équation. Cette remarque nous conduit d'abord à la solution de M. *Bernoulli*, prise dans un sens plus général; car si les équations $y = P$, $y = Q$, & $y = R$, renferment chacune une espece particuliere de vibration de la corde, la même corde sera aussi susceptible d'un mouvement représenté par cette équation $y = \alpha P + \beta Q + \gamma R$; & cette même composition a aussi lieu dans tous les autres genres de vibrations, pourvu qu'elles soient infiniment petites, puisque l'équation, qui exprime le mouvement, ne contient dans tous ses termes qu'une seule dimension de l'appliquée y. C'est donc ici, qu'il faut chercher le vray fondement de la solution de M. *Bernoulli*.

XXIV. Pour la mesure du tems, que j'ai marqué ici par t, je ne m'arrête pas directement à déterminer la longueur du pendule isochrone. Mon but principal est d'assigner pour chaque moment la figure & l'état, où la corde se trouve alors : c'est de là qu'on connoitra le vray mouvement de chaque point de la corde, & il sera ensuite aisé de le comparer avec le mouvement d'un pendule. Il est aussi nécessaire de traiter sur ce pied-là le mouvement des cordes, puisqu'on n'est pas assuré, si tous les élémens de la corde achevent leurs vibrations en même tems. Mais, pour avoir une mesure absolue du tems, on n'a

qu'à introduire la hauteur g par laquelle un corps grave tombe dans une seconde, & à écrire $2\,t\sqrt{g}$ au lieu de t, & alors la quantité t nous donnera le tems exprimé en minutes secondes. Posons donc $2\,t\sqrt{g}$ pour t, & partant $4g\,dt^2$ pour dt^2, & notre équation, qui renferme le mouvement de la corde sera $\frac{1}{4g}\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ ou bien : $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{2Fag}{M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$. Ainsi ce n'est pas sur le pendule isochrone, que je fonde la connoissance du mouvement des cordes comme M. *Bernoulli* me le reproche tant de fois.

XXV. Ayant réduit la considération du tems à une notion précise, posons pour abréger $\frac{2Fag}{M} = cc$, & il s'agit de résoudre l'équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, ou de chercher pour y toutes les fonctions de t & x, qui satisfassent à cette équation. Puisque le rapport des différentio-différentiels de y est donné par cette équation; je commencerai par chercher celui des premiers différentiels, ou plutôt des quantités $\left(\frac{dy}{dt}\right)$ & $\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Or comme celui-là est constant, il est aisé de voir que celui-cy le sera aussi. Supposons donc $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dx}\right)$; & prenant de part & d'autre les différentiels en supposant la seule x variable, nous aurons $\left(\frac{ddy}{dt\,dx}\right) = k\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$. Ensuite prenons aussi les différentiels en supposant la seule t variable, & nous aurons $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = k\left(\frac{ddy}{dxdt}\right)$. Donc, puisque $\left(\frac{ddy}{dxdt}\right) = \left(\frac{ddy}{dt\,dx}\right) = k\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, nous en tirerons $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = kk\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$,

&

& cette équation devant être la même avec la proposée, nous donne $kk = cc$, & partant ou $k = c$ ou $k = - c$.

XXVI. Donc toutes les fonctions de x & t, qui étant mises pour y satisfont à l'une ou à l'autre de ces deux équations,

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = + c\left(\frac{dy}{dx}\right) \quad \& \quad \left(\frac{dy}{dt}\right) = - c\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

rempliront aussi en général les conditions renfermées dans notre équation, qui détermine le mouvement de la corde :

$$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$$

ou bien cette équation différentio-différentielle renferme les deux équations différentielles précedentes à la fois. Et partant nous sommes parvenus à résoudre cette égalité $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dt}\right)$, ce qui se fera le plus promptement par la considération, qu'il est

$$dy = dt\left(\frac{dy}{dt}\right) + dx\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

d'où nous tirons à cause de $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dx}\right)$

$$dy = kdt\left(\frac{dy}{dx}\right) + dx\left(\frac{dy}{dx}\right) \text{ ou } dy = (dx + kdt)\left(\frac{dy}{dx}\right).$$

Il faut donc que $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ soit une fonction de la quantité $x + kt$, pour que la formule trouvée soit possible, & par conséquent l'intégration donnera pour y une fonction de $x + kt$.

XXVII. De là nous concluons réciproquement, que toute fonction de $x+kt$, étant mise pour y, satisfait à la condition exprimée par la formule $\left(\frac{dy}{dt}\right)=k\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Cela est aussi clair de soi-même; car marquant par $\Phi(x+kt)$ une fonction quelconque de la quantité $x+kt$, & son différentiel complet par $(dx+kdt)\,\Phi'(x+kt)$, où $\Phi'(x+kt)$ marquera une autre fonction finie de $x+kt$, qui dépend de la nature de la fonction $\Phi(x+kt)$; si nous posons $y=\Phi(x+kt)$, nous aurons $dy=(dx+kdt)\,\Phi'(x+kt)$ & partant suivant nôtre maniere d'exprimer

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)=k\Phi'(x+kt) \;\&\; \left(\frac{dy}{dx}\right)=\Phi'(x+kt)$$

d'où il est evident qu'il est $\left(\frac{dy}{dt}\right)=k\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Nous voilà donc arrivés à une construction générale de cette formule $\left(\frac{dy}{dt}\right)=\left(\frac{dy}{dx}\right)$ qui nous donne en quantités finies pour y une fonction quelconque de la quantité $x+kt$.

XXVIII. Or puisque k est, ou $=+c$, ou $=-c$, à notre équation differentio-differentielle $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)=cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ posant $cc=\frac{2Fag}{M}$, satisfera également & toute fonction de la quantité $x+ct$, & toute fonction de la quantité $x-ct$. Prenant donc Φ & Ψ pour des marques des fonctions quelconques, & l'une & l'autre de ces deux valeurs:

$$y=\Phi(x+ct) \quad \& \quad y=\Psi(x-ct)$$

satisfera également à l'équation, qui contient le mouvement de la corde:

corde: $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{2Fag}{M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, posant $c = \sqrt{\frac{2Fag}{M}}$.
Donc à la même équation satisfera aussi en général cette valeur composée :

$$y = \Phi(x + ct) + \Psi(x - ct).$$

XXIX. Pour éclaircir cela mieux, il faut remarquer que toute fonction, de quelque nature qu'elle soit, peut toûjours être représenter par une ligne courbe, dont l'appliquée exprime une certaine fonction de l'abscisse. Ayant donc construit pour la fonction marquée par Φ une ligne courbe ES, & pour la fonction marquée par Ψ une autre ligne courbe FT, si nous prenons dans celle-là l'abscisse $EQ = x + ct$, & dans celle-cy l'abscisse $FR = x - ct$, les appliquées seront : Fig. 2.

$$QS = \Phi(x + ct) \quad \& \quad RT = \Psi(x - ct)$$

& la somme de ces deux appliquées, ou de leur multiple quelconque, nous fournira toûjours une valeur convenable pour y, qui satisfera à l'équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, & qui par consequent sera propre à nous représenter le mouvement véritable d'une corde, pourvu qu'elle soit conforme aux autres propriétés mentionnées au commencement.

XXX. Or, sans faire encore attention à ces propriétés, & m'arrêtant uniquement à l'équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, il est important de remarquer, que les deux courbes ES & FT sont absolument arbitraires, & qu'on les peut prendre à volonté ; car, quelles que soient ces deux courbes, si nous y prenons les abscisses $EQ = x + ct$ & $FR = x + ct$, & que nous posions $y = QS + RT$, ou bien $y = n(QS + RT)$, il est certain que cette valeur satisfait à notre

 équa-

ſemblable à la branche BDA. Or la courbe ADB eſt abſolument arbitraire, comme j'ai déjà fait voir; & il n'importe ſi elle eſt réguliere, ou compriſe dans quelque équation, ou ſi elle eſt irréguliere, ou tracée d'une maniere quelconque. Ayant donc décrit une telle courbe ADB quelconque, qui paſſe par les points A & B, on n'a qu'à réïterer la deſcription de la même courbe à l'infini, tant vers la droite que vers la gauche, en la poſant alternativement au deſſus & au deſſous de l'axe, de ſorte que partout les bouts ſemblables ſoient joints enſemble; ainſi en A on joigne la même courbe ADB par le bout A, & en B par le bout B, tout comme j'en ai enſeigné la conſtruction dans mon Mémoire ſur cette matiere.

XXXV. Ayant donc décrit une telle courbe quelconque, elle nous découvrira toujours un mouvement, dont la corde eſt ſuſceptible. Car poſant $t = o$, nous en connoitrons d'abord la figure, que la corde doit avoir au commencement, pour que ce mouvement s'enſuive. Puisque nous avons pour un tems quelconque t,

$$y = n\,\Phi\,(x + ct) + n\,\Phi\,(x - ct)$$

prenant pour n une fraction aſſés petite, afin que les appliquées dans la figure de la corde demeurent toujours quaſi infiniment petites, nous en tirerons pour la figure initiale de la corde cette équation:

$$y = n\,\Phi\,(x) + n\,\Phi\,(x) = 2\,n\,\Phi\,(x)$$

c'eſt à dire, prenant ſur notre courbe l'abſciſſe $AP = x$, l'appliquée PM priſe $2\,n$ fois nous donnera l'appliquée pour la figure initiale de la corde, qui convient à l'abſciſſe x. Donc, ſi les appliquées de la courbe AMB ſont aſſés petites, on pourra prendre $n = \frac{1}{2}$, & la figure arbitraire ADB elle-même repréſentera la figure initiale de la corde.

XXXVI. Réciproquement donc, dès qu'on connoit la figure initiale, qu'on aura donnée à la corde avant que de la relâcher, rien ne ſera plus aiſé que de décrire notre courbe infinie B′D′ADB′D &c. qui nous

nous fera connoitre le mouvement, que la corde poursuivra. On tracera la courbe AMDB, égale & semblable à la figure initiale de la corde, & on en réïtérera la construction, tant vers la gauche au delà du point A, que vers la droite au delà du point B, alternativement au dessus & au dessous de l'axe, en sorte que partout les bouts qu'on a joints ensemble soient les mêmes. Cette construction a toujours lieu, de quelque nature que soit la figure initiale proposée de la courbe, & il ne s'agit ici que de la portion ADB; laquelle quand elle-même auroit d'autres continuations de part & d'autre en vertu de sa nature, elles n'entrent en aucune considération. Ainsi, si la figure ADB étoit un arc de cercle, sans se soucier de la continuation naturelle du cercle, on répétera la description de ce même arc de cercle ADB à l'infini alternativement au dessus & au dessous de l'axe; & la même régle a toujours lieu, de quelque nature que puisse être la figure initiale de la corde.

XXXVII. Les différentes parties semblables de cette courbe ne sont donc liées entr'elles par aucune loi de continuité, & ce n'est que par la description, qu'elles sont jointes ensemble. Par cette raison il est impossible, que toute cette courbe soit comprise dans quelque équation, à moins que par hazard la figure ADB ne soit telle, que sa continuation naturelle entraine toutes les autres parties réïtérées; & c'est le cas, où la figure ADB est la trochoïde Taylorienne, ou selon M. *Bernoulli* un mêlange de plusieurs telles trochoïdes. C'est aussi selon toute apparence la raison, pourquoi Mrs. *Bernoulli* & d'*Alembert* ont cru, que le problème n'étoit résoluble que dans ces cas. Mais, de la maniere que je viens de conduire la solution, il n'est pas nécessaire, que la courbe directrice soit exprimée par quelque équation, & la seule considération du trait de la courbe suffit à nous faire connoitre le mouvement de la corde, sans l'assujettir au calcul. Je ferai aussi voir, que ce mouvement n'est pas moins régulier, que si la figure initiale étoit une trochoïde, & par conséquent la régularité du mou-

mouvement ne peut être alléguée en faveur des trochoïdes à l'exclusion de toutes les autres courbes, comme M. *Bernoulli* semble le soutenir.

XXXVIII. Or, pour déterminer par cette méthode le véritable
Fig. 4. mouvement de la corde, supposez que sa figure initiale ait été la courbe AMB (Fig. 4.), & il s'agit de déterminer la figure que la corde aura à chaque tems proposé de t secondes, depuis le commencement du mouvement. Pour cet effet qu'on décrive par la description réïtérée de cette même courbe AMB, la courbe directrice AMDB, (Fig. 3.) continuée de part & d'autre à l'infini, comme j'ai enseigné cy-dessus; & pour connoitre le mouvement du point M, qui se fait par hypothese dans la droite MP, qu'on prenne dans la directrice (Fig. 3.) de part & d'autre du point P les intervalles $PQ = PR = ct$, & ayant tiré les appliquées QS & RT, qu'on prenne Pm (Fig. 4.) égale à la semi-somme de ces appliquées, ou $Pm = \frac{1}{2}(QS + RT)$; & le point m sera le lieu, où le point de la corde M se trouvera après le tems t. De là il sera aisé de juger de la vitesse du point m, en comparant son lieu avec celui, où il se trouvera à l'instant suivant.

XXXIX. Si l'on prend le tems t de tant de secondes, qu'il devienne $ct = a$, alors il faut prendre de part & d'autre du point P les intervalles $PQ' = PR' = a = AB$; & il est évident qu'il y aura $BQ' = B'R' = AP$, & partant les appliquées $Q'S'$ & $R'T'$ égales entr'elles. Donc, après ce tems $t = \frac{a}{c}$ le point de la corde M se trouvera de l'autre côté de l'axe AB en N, de sorte que $PN = Q'S'$: d'où il est évident qu'après ce tems toute la corde aura la figure ANB égale à la figure $B'T'DA$, & partant aussi égale à la figure initiale AMB, mais dans une situation renversée, de sorte que la figure ANB soit semblable à la figure BMA. Puisque les tangentes en S' & T' sont également inclinées à l'axe, en reculant les points Q' & R' infiniment peu également, la somme des

des appliquées demeurera la même, & partant après le tems $\frac{a}{c} + dt$ le point M de la corde ſera encore en N: donc, lorsque la corde ſera parvenuë dans la ſituation ANB, elle n'aura plus de mouvement.

XL. Une vibration ayant donc commencé par l'état initial AMB, elle finira par l'état ANB, & partant le tems de cette vibration ſera $= \frac{a}{c}$ ſecondes, & il eſt évident que toutes les autres vibrations ſuivantes ſeront de la même durée. Pour mieux connoitre ce tems, on n'a qu'à ſe rappeller, que nous avons mis c pour la quantité $\sqrt{\frac{2Fag}{M}}$; donc le tems d'une vibration de la corde ſera $= \sqrt{\frac{Ma}{2Fg}}$ ſecondes; & cette expreſſion paroit plus propre à nous faire connoitre ce tems, que la longueur d'un pendule ſimple iſochrone. Il faut remarquer ici, que M marquant le poids de la corde, & F la force tendante auſſi expreſſible par un poids, ces deux quantités M & F ſont homogenes entr'elles, de même que les deux quantités a & g, dont celle-là marque la longueur de la corde, & celle-cy la hauteur, par laquelle un corps peſant tombe dans une ſeconde, qui eſt de $15\frac{5}{8}$ pieds de Rhin. De là on connoitra promptement le nombre de vibrations, que la corde rend dans une minute ſeconde, car ce nombre ſera $= \sqrt{\frac{2Fg}{Ma}}$.

XLI. Il eſt certain qu'après le tems $t = \frac{a}{c}$ la corde parvienne dans la ſituation ANB; mais il pourroit bien arriver, qu'elle s'y fût trouvée déjà pendant ce tems une ou pluſieurs fois, & dans ces cas le tems d'une vibration ſe réduiroit à la moitié, ou au tiers, ou à quelqu'autre partie aliquote. Cela dépend de la figure initiale qu'on aura donnée à la corde, laquelle, lorsqu'elle n'a qu'un ventre, comme dans la quatrième figure, le tems d'une vibration ſera ſans aucun doute

Fig. 5. $= \frac{a}{c} = \sqrt{\frac{Ma}{2Fg}}$ ſecondes. Mais, ſi la figure initiale de la corde avoit deux ventres égaux AEC, CFB, comme dans la cinquième figure, & que la partie AEB fut égale & ſemblable à la figure BFC, on voit par notre conſtruction, que le point C demeureroit toujours en repos, & que le mouvement de la corde ſeroit le même que celui d'une corde de la moitié de longueur, & d'une tenſion égale. Or il faut pour produire ces vibrations deux fois plus rapides, que le nœud de la figure initiale C ſe trouve préciſément au milieu de la longueur, & que les deux ventres AEC, BFC, ſoyent égaux & ſemblables entr'eux : car ſans cette condition le point C ne reſteroit point immobile.

XLII. Ce que M. *Bernoulli* a remarqué ſur le mêlange de deux ou pluſieurs trochoïdes, eſt également applicable à toutes les autres courbes imaginables. Car, quelle que ſoit la figure initiale de la corde AMB fig. 4. elle peut ſervir d'axe à une autre figure ſemblable à la fig. 5 : & celle-cy pourroit encore ſervir d'axe à d'autres figures ſemblables à pluſieurs ventres. Dans ces cas le ſon total de la corde ſera un mêlange de pluſieurs ſons, dont l'un ſeroit l'octave, les autres la douzième, la quinzième, la dix-ſeptième, & ainſi de ſuite. Ce mêlange de ſons rendus par une corde à la fois, que M. *Bernoulli* a le premier ſi heureuſement expliqué, n'eſt donc pas un effet ſi eſſentiel de la combinaiſon des trochoïdes Tayloriennes, qu'il ne puiſſe également être produit par une ſemblable combinaiſon d'autres courbes quelconques. Et quand on fait réflexion à la maniere, dont on eſt accoutumé de frapper les cordes, il eſt très probable, qu'elles ne prennent jamais la figure des trochoïdes, ni qu'elles y approchent de plus en plus : puiſque tous les phénomenes, que M. *Bernoulli* allégue, peuvent être également l'effet de toute autre figure quelconque.

XLIII. Il me ſemble que ces réflexions ſont ſuffiſantes à mettre ma ſolution à l'abri de toutes les objections, qui peuvent l'avoir renduë ſuſpecte à M. *Bernoulli*, & ſurtout à M. d'*Alembert*. Celui-cy n'ayant allé-

allégué aucune raiſon, s'eſt contenté d'avertir les Lecteurs de mon Mémoire, qu'ils ne s'imaginaſſent pas, que ma ſolution étoit ſi générale que je l'avois donnée, & qu'elle ne s'étendoit pas à des figures quelconques, qu'on auroit données à la corde au commencement. Mais M. *Bernoulli* ſemble ſoutenir, que pour la production des vibrations iſochrones il faille abſolument que la force accélératrice ſoit toujours proportionelle à l'eſpace parcouru, jusqu'au lieu naturel. Selon ce ſentiment, ayant trouvé en général la force accélératrice $= -\frac{Fa}{M} \cdot \left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, il faudroit la poſer proportionelle à la diſtance y, pour avoir une telle équation $-\frac{Fa}{M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = \frac{y}{c}$, dont l'intégrale, puisque la conſidération du tems n'y entre plus, ſeroit $y = n \sin x \sqrt{\frac{M}{Fac}}$, & pour que l'appliquée évanouïſſe auſſi en poſant $x = a$, il faudroit qu'il fut $\sqrt{\frac{M}{Fac}} = \frac{\lambda\pi}{a}$, marquant par λ un nombre entier quelconque. On auroit donc $c = \frac{Ma}{\lambda\lambda\pi\pi F}$, d'où réſultent en effet toutes les trochoïdes Tayloriennes.

XLIV. Mais, outre que cette ſuppoſition ſeroit auſſi contraire à la combinaiſon de deux ou pluſieurs trochoïdes, que M. *Bernoulli* reconnoit pourtant dans le mouvement d'une corde, je remarque que cette hypotheſe eſt abſolument arbitraire, & qu'une infinité d'autres forces ſont auſſi propres à produire l'iſochroniſme dans le mouvement des cordes. Si la force accélératrice devoit uniquement dépendre de l'appliquée y, de ſorte qu'elle fut toujours la même à la même diſtance y, quelque grande qu'ait été l'excurſion de la corde, je conviens qu'il n'y en auroit pas d'autres propres à procurer l'iſochroniſme, que celle qui ſeroit proportionelle à la diſtance y. Mais, dès qu'on accorde, que cette force pourroit auſſi dépendre du plus grand éloignement, on ne ſauroit

 plus

plus disconvenir, qu'une infinité d'autres forces ne fut aussi propre à ce dessein. Or M. *Bernoulli* a fait voir lui-même, qu'il peut y avoir de l'isochronisme en des mouvemens, où la force sollicitante du corps, n'est pas simplement proportionelle à la distance; & les manieres qu'il rapporte, ne sont qu'un cas particulier de la méthode générale, dont j'envisage ici le mouvement des cordes.

XLV. Tout ce que je viens de dire, ne regarde que les cordes, qui sont de la même épaisseur par toute leur étenduë; & je conviens aisément, que si l'épaisseur de la corde étoit variable, il seroit impossible d'en déterminer le mouvement aussi généralement, que j'ai fait ici pour les cordes également épaisses. Mais ce n'est pas l'incommensurabilité des tems de diverses vibrations, dont la même corde est susceptible, qui arrête la solution, comme M. *Bernoulli* semble l'insinuer. C'est plutôt par une imperfection de l'analyse même, qu'il n'est pas possible de construire l'équation differentio-differentielle, qui renferme alors le mouvement. Car, comme pour les cordes d'une épaisseur uniforme j'ai trouvé cette équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, qui a admis une construction générale; ainsi les cordes d'une épaisseur variable conduisent à une telle équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = X\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, où X est une certaine fonction de x, qui dépend de l'épaisseur. Or, puisqu'il ne paroit pas, de quelle nature doit être la fonction y, pour qu'elle satisfasse à cette équation en général, c'est la cause véritable que la détermination du mouvement de ces cordes semble surpasser nos forces: cependant il n'est pas difficile de donner des solutions particulieres pour plusieurs cas, semblables à celles qui sont tirées des trochoïdes pour les cordes uniformement épaisses.

PRIN-

PRINCIPES
DE LA TRIGONOMÉTRIE SPHÉRIQUE
TIRÉS DE LA MÉTHODE DES PLUS GRANDS ET PLUS PETITS.

PAR M. EULER.

Puisqu'on ſait que les arcs de grands cercles, tirés ſur la ſurface d'une ſphère, repréſentent le plus court chemin d'un point à l'autre, un triangle ſphérique pourra être défini en ſorte, que trois points étant donnés ſur une ſurface ſphérique, ſi l'on y trace d'un point à l'autre le plus court chemin, l'eſpace renfermé entre ces trois points ſoit un triangle ſphérique. Donc, parce que les côtés d'un triangle ſphérique ſont les lignes les plus petites, qu'on peut tirer d'un angle à l'autre, la méthode des plus grands & plus petits pourra être employée à déterminer les côtés d'un triangle ſphérique; & de là on pourra enſuite trouver le rapport, qui ſubſiſte entre les angles & les côtés; & c'eſt en quoi conſiſte la Trigonométrie ſphérique. Car les trois points, où ſe trouvent les angles, détermineront par là, tant les trois côtés que les trois angles: & ces ſix choſes auront toujours un tel rapport entr'elles, que trois quelconques étant connuës, on en puiſſe déterminer les trois autres.

C'eſt donc une propriété, que les triangles ſphériques ont commune avec les triangles plans, qui ſont l'objet de la Trigonométrie élémentaire. Car, comme un triangle plan eſt l'eſpace renfermé entre trois points marqués ſur un plan, lorsqu'on tire de l'un à l'autre la ligne la plus courte, qui eſt ſur le plan une ligne droite; de même un triangle

angle ſphérique eſt l'eſpace renfermé entre trois points marqués ſur une ſurface ſphérique, lorsqu'on joint ces trois points par les lignes les plus courtes, qu'on ſauroit tirer de l'un à l'autre ſur la même ſurface. Or il eſt clair qu'un triangle ſphérique ſe change dans un triangle plan, lorsque le rayon de la ſphère devient infiniment grand; attendu qu'une ſurface plane peut-être regardée comme la ſurface d'une ſphére infiniment grande.

On m'objectera ſans doute, que c'eſt aller contre les régles de la méthode, que de vouloir employer le calcul des plus grands & plus petits pour établir les fondemens de la Trigonométrie ſphérique; outre qu'il paroit inutile de les tirer encore d'autres principes, puisque ceux dont on s'eſt ſervi jusqu'ici, ſont fondés ſur la Geométrie élémentaire, dont la rigueur ſert de régle à toutes les autres parties des Mathématiques. Mais d'abord je remarque, que la méthode des plus grands & plus petits en acquiert quaſi un nouveau luſtre, quand je ferai voir, qu'elle ſeule nous peut conduire à la réſolution des triangles ſphériques; & enſuite il eſt toujours utile de parvenir par des routes differentes aux mêmes vérités, puisque notre eſprit ne manque pas d'en tirer de nouveaux éclairciſſemens.

Mais je puis outre cela avancer, que la méthode des plus grands & plus petits eſt beaucoup plus générale que la méthode ordinaire. Car celle-cy ſe borne aux triangles formés ſur des ſurfaces, ou planes, ou ſphériques, au lieu que l'autre s'étend également à des ſurfaces quelconques. Ainſi, ſi l'on demandoit la nature des triangles formés ſur des ſurfaces ſphéroïdiques, ou conoïdiques, dont les côtés ſeroient les lignes les plus petites, qu'on peut tirer d'un angle à l'autre; la méthode ordinaire ne ſeroit pas propre pour cette recherche: mais il faudroit abſolument recourir à la méthode des plus grands & plus petits, ſans laquelle on ne ſeroit pas même en état de connoitre les lignes les plus courtes, qui formeroient les côtés de ces triangles.

On comprend de là, que cette recherche pourroit bien devenir d'une grande importance; car la ſurface de la Terre n'étant point ſphé-

rique,

rique, mais ſphéroïdique, un triangle formé ſur la ſurface de la Terre apartiendra à l'eſpece, dont je viens de parler. Pour voir cela, on n'a qu'à s'imaginer trois points ſur la ſurface de la Terre, qui ſoient joints par le plus court chemin, qu'il y a de l'un à l'autre ; ou qui ſeroit formé par une corde tenduë de l'un à l'autre : car c'eſt ainſi qu'on doit ſe repréſenter les triangles, qu'on forme par les opérations faites pour la meſure de la Terre. Il eſt bien vrai qu'on regarde ordinairement ces triangles comme plans & rectilignes, & c'eſt déjà bien de l'accurateſſe, quand on les calcule ſur le pied des triangles ſphériques. Mais ſi l'on parvenoit à faire ces triangles beaucoup plus grands, & qu'on en voulut faire le calcul avec toute la préciſion poſſible, on ſeroit ſans doute réduit à rechercher la véritable nature de ces triangles, dont on ne ſauroit venir à bout ſans recourir à la méthode des plus grands & des plus petits.

Ayant donc fait voir l'importance de cette méthode dans le ſujet dont il s'agit, il ne ſera pas mal à propos d'appliquer cette méthode à la réſolution des triangles ſphériques ; puisque d'un côté cette recherche ſervira de baſe & de modèle pour la réſolution des triangles formés ſur une ſurface ſpéroïdique quelconque : & d'un autre côté elle nous fournira des éclairciſſemens conſidérables, tant ſur la Trigonometrie ſphérique même que ſur la méthode des plus grands & plus petits, dont on connoitra de plus en plus mieux l'étenduë & le grand uſage. Car, depuis qu'on a montré que la plûpart des problèmes méchaniques & phyſiques ſe réſolvent fort promtement par le moyen de cette méthode, il ne ſauroit être que très agréable de voir, que la même méthode apporte un ſi grand ſecours pour la réſolution des problèmes de la pure Géometrie.

Pour commencer cette recherche d'une maniere, qu'elle s'étende également à la ſphère & à un ſphéroïde quelconque, je regarde d'abord deux points oppoſés de la ſphère comme ſes poles, & le grand cercle, qui en eſt également éloigné, repréſentera l'équateur, & les lignes

les plus courtes tirées d'un pole à chaque point de l'équateur représenteront des méridiens, qui sont perpendiculaires à l'équateur. Or quand il s'agit de la sphère, on pourra regarder chaque côté d'un triangle sphérique comme faisant partie de l'équateur, & quand le triangle est rectangle, on pourra toujours envisager l'un des côtés, qui forment l'angle droit, comme une portion de l'équateur, & l'autre côté comme une portion d'un méridien, puisqu'on peut prendre les deux poles à volonté; mais il n'en sera pas de même, dès que la surface n'est plus sphérique, mais sphéroïdique. Cependant je ne parlerai ici que des surfaces sphériques, me reservant les sphéroïdiques pour un autre Mémoire.

PROBLEME I.

Fig. 1. 1. *Etant donnés sur l'équateur* AB *l'arc* AP, *& sur un méridien* CP *l'arc* PM, *trouver sur la surface sphérique la plus courte ligne* AM, *qu'on puisse tirer du point* A *au point* M.

SOLUTION.

Posant le demi-diametre de la sphère $= 1$, soit l'arc de l'équateur $AP = x$, & l'arc du méridien $PM = y$. Soit de plus l'arc cherché $AM = s$, qu'on prolonge infiniment peu en m, de sorte que $Mm = ds$, & qu'on tire par m le méridien Omp, & l'élément Mn, qui y soit perpendiculaire. Cela posé, on aura $Pp = dx$, & $mn = dy$; & puisque Pp est à Mn, comme le sinus total 1 au sinus de l'arc OM, ou au cosinus de $PM = y$, on aura $Mn = dx \cos y$: & le triangle Mnm à n rectangle fournira

$$Mm = ds = \sqrt{(dy^2 + dx^2 \cos y^2)}, \text{ \& partant}$$
$$AM = s = \int \sqrt{(dy^2 + dx^2 \cos y^2)}.$$

Il s'agit donc de trouver un tel rapport entre x & y, que si on leur donne des valeurs déterminées comme AP & PM, la valeur de l'intégrale $\int \sqrt{(dy^2 + dx^2 \cos y^2)}$ devienne la plus petite,

qu'il

qu'il soit possible. Pour cet effet posons $dy = p\,dx$, pour réduire cette intégrale à cette forme $\int dx \, V(pp + \cos y^2)$; & puisque j'ai démontré que lorsque la formule intégrale $\int Z\,dx$, où Z est telle fonction de x, y, & p, que $dZ = M\,dx + N\,dy + P\,dp$, doit devenir un plus grand ou plus petit, cela arrive par cette équation $N\,dx - dP = 0$. Donc, faisant l'application à notre cas, nous aurons

$$Z = V(pp + \cos y^2), \text{ donc } dZ = -\frac{dy \sin y \cos y}{V(pp + \cos y^2)} + \frac{p\,dp}{V(pp + \cos y^2)},$$

& partant $M = 0$, $N = -\frac{\sin y \cos y}{V(pp + \cos y^2)}$, & $P = \frac{p}{V(pp + \cos y^2)}$.

Or puisque $M = 0$, & partant $dZ = N\,dy + P\,dp$, multiplions l'équation $N\,dx - dP = 0$ par p, qui à cause de $dy = p\,dx$ deviendra $N\,dy - p\,dP = 0$, ou $N\,dy = p\,dP$, & cette valeur étant substituée pour $N\,dy$ donnera $dZ = p\,dP + P\,dp$, dont l'intégrale est $Z = Pp + C$, ou bien $V(pp + \cos y^2) = \frac{pp}{V(pp + \cos y^2)} + C$: qui se réduit à $\cos y^2 = C\,V(pp + \cos y^2)$; d'où l'on tire $CCpp = \cos y^2 (\cos y^2 - CC)$, ou $p = \frac{dy}{dx} = \frac{\cos y \, V(\cos y^2 - CC)}{C}$.

Ainsi le rapport entre x & y est renfermé dans cette équation differentielle separée :

$$dx = \frac{C\,dy}{\cos y \, V(\cos y^2 - CC)},$$ & de là on obtiendra :

$$ds = dx\,V(pp + \cos y^2) = \frac{dx \cos y^2}{C},$$ donc

$$ds = \frac{dy \cos y}{V(\cos y^2 - CC)},$$ & l'arc même $$s = \int \frac{dy \cos y}{V(\cos y^2 - CC)}.$$

 co-

COROLL. 1.

2. Donc l'équation $dx = \frac{C dy}{\text{cos} y \sqrt{(\text{cos} y^2 - CC)}}$, exprime la nature de la ligne AM, qui a cette propriété, qu'en prenant une partie quelconque, elle soit la ligne la plus courte qu'on puisse tirer entre ses termes sur une surface sphérique. Or, que cette ligne soit en même tems un grand cercle de la sphére, je l'ai démontré ailleurs; & ici il n'importe pas à notre dessein, quel rapport cette ligne à la sphére, pourvû que nous sachions qu'elle est la plus courte entre ses termes.

COROLL. 2.

3. Ayant trouvé $dx = \frac{C dy}{\text{cos} y \sqrt{(\text{cos} y^2 - CC)}}$, nous aurons $Mn = dx \,\text{cos}\, y = \frac{C dy}{\sqrt{(\text{cos} y^2 - CC)}}$. Or $\frac{Mn}{mn}$ exprime la tangente de l'angle AMP, & partant nous aurons: tang AMP $= \frac{C}{\sqrt{(\text{cos} y^2 - CC)}}$. De plus ayant $Mm = ds = \frac{dy \,\text{cos}\, y}{\sqrt{(\text{cos} y^2 - CC)}}$, la fraction $\frac{Mn}{Mm}$ exprime le sinus de l'angle AMP, de sorte que sin AMP $= \frac{C}{\text{cos} y}$, & cos AMP $= \frac{\sqrt{(\text{cos} y^2 - CC)}}{\text{cos} y}$.

COROLL. 3.

4. De plus posant $y = 0$, le point M parviendra en A, & alors la fraction $\frac{dy}{dx}$ exprimera la tangente de l'angle PAM, & $\frac{dy}{ds}$ son sinus, & $\frac{dx}{ds}$ son cosinus. Or ayant alors cos $y = 1$, il sera $dx = \frac{C dy}{\sqrt{(1 - CC)}}$

&

& $ds = \frac{dy}{\sqrt{(1-CC)}}$: d'où nous tirons tang PAM $= \frac{\sqrt{(1-CC)}}{C}$; ſin PAM $= \sqrt{(1-CC)}$ & coſ PAM $=$ C.

COROLL. 4.

5. Donc, ſi nous introduiſons cet angle PAM au lieu de la conſtante C, & que nous poſions PAM $= \zeta$, à cauſe de C $=$ coſ ζ, nous aurons, les deux équations ſuivantes :

$$dx = \frac{dy \operatorname{cof} \zeta}{\operatorname{cof} y \sqrt{(\operatorname{cof} y^2 - \operatorname{cof} \zeta^2)}} \quad \& \quad ds = \frac{dy \operatorname{cof} y}{\sqrt{(\operatorname{cof} y^2 - \operatorname{cof} \zeta^2)}}.$$

Et de plus ſi nous nommons l'angle AMP $= \theta$, nous aurons :

$$\operatorname{tang} \theta = \frac{\operatorname{cof} \zeta}{\sqrt{(\operatorname{cf} y^2 - \operatorname{cf} \zeta^2)}}; \ \operatorname{fin} \theta = \frac{\operatorname{cof} \zeta}{\operatorname{cof} y} \ \& \ \operatorname{cof} \theta = \frac{\sqrt{(\operatorname{cof} y^2 - \operatorname{cof} \zeta^2)}}{\operatorname{cof} y}.$$

COROLL. 5.

6. Il reſte encore à intégrer nos deux équations differentielles, qui expriment les valeurs de dx & de ds. Or on trouvera par l'intégration :

$$x = \text{A fin:} \frac{C \operatorname{fin} y}{\operatorname{cof} y \sqrt{1-CC)}}, \text{ ou bien } \operatorname{fin} x = \frac{C \operatorname{fin} y}{\operatorname{cof} y \sqrt{(1-CC)}} = \frac{\operatorname{cof} \zeta \operatorname{fin} y}{\operatorname{fin} \zeta \operatorname{cof} y},$$

$$\& \ s = \text{A cf:} \frac{\sqrt{(\operatorname{cf} y^2 - CC)}}{\sqrt{(1-CC)}}, \text{ ou bien } \operatorname{cf} s = \frac{\sqrt{(\operatorname{cf} y^2 - CC)}}{\sqrt{(1-CC)}} = \frac{\sqrt{(\operatorname{cf} y^2 - \operatorname{cf} \zeta^2)}}{\operatorname{fin} \zeta}.$$

COROLL. 6.

7. Voilà donc des quantités ζ & y les autres quantités x, s & θ déterminées en ſorte :

$$\mathrm{fin}\,x = \frac{\mathrm{cf}\zeta\,\mathrm{fn}y}{\mathrm{fn}\zeta\,\mathrm{cf}y};\ \mathrm{cof}\,x = \frac{\sqrt{(\mathrm{cf}y^2 - \mathrm{cf}\zeta^2)}}{\mathrm{fin}\,\zeta\,\mathrm{cof}\,y},\ \&\ \mathrm{tang}\,x = \frac{\mathrm{cof}\,\zeta\,\mathrm{fin}\,y}{\sqrt{(\mathrm{cf}y^2 - \mathrm{cf}\zeta^2)}}$$

$$\mathrm{fin}\,s = \frac{\mathrm{fin}\,y}{\mathrm{fin}\,\zeta};\ \mathrm{cof}\,s = \frac{\sqrt{(\mathrm{cf}y^2 - \mathrm{cf}\zeta^2)}}{\mathrm{fin}\,\zeta},\ \&\ \mathrm{tang}\ s = \frac{\mathrm{fin}\,y}{\sqrt{(\mathrm{cf}y^2 - \mathrm{cf}\zeta^2)}}$$

$$\mathrm{fin}\,\theta = \frac{\mathrm{cof}\,\zeta}{\mathrm{cof}\,y};\ \mathrm{cof}\,\theta = \frac{\sqrt{(\mathrm{cf}y^2 - \mathrm{cf}\zeta^2)}}{\mathrm{cof}\,y},\ \&\ \mathrm{tang}\,\theta = \frac{\mathrm{cof}\,\zeta}{\sqrt{(\mathrm{cf}y^2 - \mathrm{cf}\zeta^2)}}.$$

COROLL. 7.

8. Puisqu'il n'y a que cette ſeule formule irrationnelle $\sqrt{(\mathrm{cof}\,y^2 - \mathrm{cof}\,\zeta^2)}$, qui entre dans nos équations trouvées, en l'eliminant, nous obtiendrons :

$$\frac{\mathrm{cof}\,s}{\mathrm{cof}\,x} = \mathrm{cof}\,y;\quad \frac{\mathrm{cof}\,\theta}{\mathrm{cof}\,x} = \mathrm{fin}\,\zeta;\quad \frac{\mathrm{cof}\,\theta}{\mathrm{cof}\,s} = \frac{\mathrm{fin}\,\zeta}{\mathrm{cof}\,y};$$

$$\frac{\mathrm{tang}\,x}{\mathrm{tang}\,s} = \mathrm{cof}\,\zeta;\quad \frac{\mathrm{tang}\,x}{\mathrm{tang}\,\theta} = \mathrm{fin}\,y;\quad \frac{\mathrm{tang}\,s}{\mathrm{tang}\,\theta} = \frac{\mathrm{fin}\,y}{\mathrm{cof}\,\zeta};$$

$$\mathrm{fin}\,x = \frac{\mathrm{cof}\,\zeta\,\mathrm{fin}\,y}{\mathrm{fin}\,\zeta\,\mathrm{cof}\,y};\quad \mathrm{cof}\,x\ \mathrm{tang}\,s = \frac{\mathrm{fin}\,y}{\mathrm{fin}\,\zeta\,\mathrm{cof}\,y}:\quad \mathrm{cof}\,x\ \mathrm{tang}\,\theta = \frac{\mathrm{cof}\,\zeta}{\mathrm{fn}\,\zeta\,\mathrm{cf}\,y};$$

$$\mathrm{cof}\,s\ \mathrm{tang}\,x = \frac{\mathrm{cof}\,\zeta\,\mathrm{fin}\,y}{\mathrm{fin}\,\zeta};\quad \mathrm{fin}\,s = \frac{\mathrm{fin}\,y}{\mathrm{fin}\,\zeta};\quad \mathrm{cof}\,s\ \mathrm{tang}\,\theta = \frac{\mathrm{cof}\,\zeta}{\mathrm{fin}\,\zeta};$$

$$\mathrm{cof}\,\theta\,\mathrm{tang}\,x = \frac{\mathrm{cof}\,\zeta\,\mathrm{fin}\,y}{\mathrm{cof}\,y};\quad \mathrm{cof}\,\theta\ \mathrm{tang}\,s = \frac{\mathrm{fin}\,y}{\mathrm{cof}\,y};\quad \mathrm{fin}\,\theta = \frac{\mathrm{cof}\,\zeta}{\mathrm{cof}\,y}.$$

COROLL. 8.

9. Ayant ici cinq quantités x, y, s, ζ & θ, qui appartiennent au triangle ſphérique rectangle APM, prenons des égalités trouvées celles, qui n'en renferment que trois, qui ſeront étant réduites à la plus ſimple forme :

I. cof

I. $\cos s = \cos x \cos y$; II. $\cos\theta = \sin\zeta \,\mathrm{cf}\, x$; III. $\mathrm{tg}\, x = \cos\zeta\, \mathrm{tg}\, s$;

IV. $\mathrm{tang}\, x = \sin y\, \mathrm{tg}\,\theta$; V. $\mathrm{tg}\, y = \mathrm{fn}\, x\, \mathrm{tg}\,\zeta$; VI. $\sin y = \sin\zeta \sin s$;

VII. $\cos s\, \mathrm{tang}\,\zeta\, \mathrm{tg}\,\theta = 1$; VIII. $\mathrm{tg}\, y = \cos\theta\, \mathrm{tg}\, s$; IX. $\cos\zeta = \sin\theta \cos y$.

d'où, étant donnés deux quelconques, on en pourra trouver les trois autres, ſans qu'on ait beſoin d'extraction de racines, pourvu qu'on y ajoute cette dixième : X. $\sin x = \sin\theta \sin s$, qui ſuit d'abord des trois premières formules à la gauche du §. 6.

PROBLEME II.

10. *Expoſer les régles, pour la réſolution de tous les cas des triangles rectangles ſphériques.*

SOLUTION.

Soient les angles marqués par A, B, C, dont celui-cy C ſoit le droit, & les côtés par les petites lettres a, b, c, qui répondent aux angles oppoſés, de ſorte que c ſoit l'hypotenuſe, & a, & b les cathetes. Comparant donc ce triangle avec la figure précedente, nous aurons : Fig. 2.

$$s = c;\quad x = b;\quad y = a;\quad \zeta = A \quad \&\quad \theta = B.$$

Maintenant tout revient à ce que deux de ces cinq quantités étant données, on en détermine les trois autres : or les formules rapportées fourniront les réſolutions ſuivantes pour tous les cas poſſibles.

Les

Les 2. quantités données.		Détermination des trois autres.		
I.	a, b	$\cos c = \cos a . \cos b$;	$\mathrm{tg} A = \frac{\mathrm{tang}\, a}{\sin b}$;	$\mathrm{tg} B = \frac{\mathrm{tang}\, b}{\sin a}$
II.	a, c	$\cos b = \frac{\cos c}{\cos a}$;	$\mathrm{sn} A = \frac{\sin a}{\sin c}$;	$\mathrm{cs} B = \frac{\mathrm{tang}\, a}{\mathrm{tang}\, c}$
III.	b, c	$\cos a = \frac{\cos c}{\cos b}$;	$\mathrm{cs} A = \frac{\mathrm{tang}\, b}{\mathrm{tang}\, c}$;	$\mathrm{sn} B = \frac{\sin b}{\sin c}$
IV.	a, A	$\sin b = \frac{\mathrm{tang}\, a}{\mathrm{tang}\, A}$;	$\sin c = \frac{\sin a}{\sin A}$;	$\mathrm{sn} B = \frac{\cos A}{\cos a}$
V.	a, B	$\mathrm{tag}\, b = \sin a \,\mathrm{tng} B$;	$\mathrm{tg}\, c = \frac{\mathrm{tang}\, a}{\cos B}$;	$\mathrm{cs} A = \mathrm{cs}\, a . \sin B$
VI.	b, A	$\mathrm{tag}\, a = \sin b \,\mathrm{tng} A$;	$\mathrm{tg}\, c = \frac{\mathrm{tang}\, b}{\cos A}$;	$\mathrm{cs} B = \mathrm{cs}\, b . \sin A$
VII.	b, B	$\sin a = \frac{\mathrm{tang}\, b}{\mathrm{tang}\, B}$;	$\sin c = \frac{\sin b}{\sin B}$;	$\sin A = \frac{\cos B}{\cos b}$
VIII.	c, A	$\sin a = \sin c . \sin A$;	$\mathrm{tg}\, b = \mathrm{tg}\, c . \cos A$;	$\mathrm{tg} B = \frac{1}{\mathrm{cs}\, c . \mathrm{tg} A}$
IX.	c, B	$\sin b = \sin c . \sin B$;	$\mathrm{tg}\, a = \mathrm{tg}\, c . \cos B$;	$\mathrm{tg} A = \frac{1}{\mathrm{cs}\, c . \mathrm{tg} B}$
X.	A, B	$\cos a = \frac{\cos A}{\sin B}$;	$\mathrm{cs}\, b = \frac{\cos B}{\sin A}$;	$\cos c = \frac{1}{\mathrm{tg} A . \mathrm{tg} B}$

COROLL. I.

11. De là il eſt evident que le côté a avec ſon angle oppoſé A entre également dans ces formules, que l'autre côté b avec ſon

son angle opposé B, de sorte qu'il est indifferent, lequel des deux côtés a & b on veuille prendre pour base, tout comme la nature du sujet l'exige.

COROLL. 2.

12. Le grand nombre des formules, qui expriment le rapport entre les diverses parties du triangle rectangle, se réduit aux formules suivantes, dont le nombre est plus petit, & qu'il suffit de savoir par cœur.

I. $\sin c = \frac{\sin a}{\sin A}$ ou $\sin c = \frac{\sin b}{\sin B}$.

II. $\cos c = \cos a . \cos b$

III. $\cos c = \cot A . \cot B$

IV. $\cos A = \frac{\text{tang}\, b}{\text{tang}\, c}$ ou $\cos B = \frac{\text{tang}\, a}{\text{tang}\, c}$

V. $\sin A = \frac{\cos B}{\cos b}$ ou $\sin B = \frac{\cos A}{\cos a}$

VI. $\sin a = \frac{\text{tang}\, b}{\text{tang}\, B}$ ou $\sin b = \frac{\text{tang}\, a}{\text{tang}\, A}$.

COROLL. 3.

13. On n'a donc qu'à remarquer ces six formules, qui contiennent autant de propriétés des triangles sphériques rectangles; & on sera en état de résoudre tous les cas de ces triangles, qu'on puisse imaginer.

PROBLEME III.

14. *Trouver l'aire d'un triangle sphérique rectangle.*

SOLUTION.

Soit dans le triangle rectangle APM la base $AP = x$ & le côté $PM = y$, & ayant tiré le méridien infiniment proche Omp, on Fig. 1.

on aura $Pp = dx$ & $mn = dy$. De plus ayant $Mn = dx \operatorname{cof} y$, l'élément de l'aire $PMmp$ fera $= dx\,dy \operatorname{cof} y$, en prenant dx pour conftant. Donc l'aire même $PMmp$ fera $= dx \operatorname{fin} y$, laquelle étant le differentiel de l'aire du triangle APM, celle-cy fera $= \int dx \operatorname{fin} y$. Or nous avons trouvé $dx = \frac{dy \operatorname{cof} \zeta}{\operatorname{cof} y \sqrt{(\operatorname{cof} y^2 - \operatorname{cof} \zeta^2)}}$, où ζ marque l'angle PAM, & partant l'aire du triangle fera $= \int \frac{dy \operatorname{fin} y \operatorname{cof} \zeta}{\operatorname{cof} y \sqrt{(\operatorname{cof} y^2 - \operatorname{cof} \zeta^2)}}$. Au lieu de y introduifons l'angle $AMP = \theta$; & à caufe de $\operatorname{fin} \theta = \frac{\operatorname{cof} \zeta}{\operatorname{cof} y}$ & $\operatorname{cof} \theta = \frac{\sqrt{(\operatorname{cof} y^2 - \operatorname{cof} \zeta^2)}}{\operatorname{cof} y}$, nous aurons $d\theta \operatorname{cof} \theta = \frac{dy \operatorname{cof} \zeta \operatorname{fin} y}{\operatorname{cof} y^2}$; donc $d\theta = \frac{dy \operatorname{cof} \zeta \operatorname{fin} y}{\operatorname{cf} y \sqrt{(\operatorname{cf} y^2 - \operatorname{cf} \zeta^2)}}$; de forte que l'aire du triangle cherchée devienne $= \int d\theta = \theta + \text{Conft.}$ Pour affigner à cette conftante fa jufte valeur, il faut confidérer, que l'aire doit évanouïr, lorsque le point M tombe en A, auquel cas l'angle θ devient $= 90° - \zeta$; donc il faut qu'il foit $90° - \zeta + \text{Conft} = 0$, & partant $\text{Conft} = \zeta - 90°$. Par conféquent l'aire cherchée du triangle APM fera $= \zeta + \theta - 90°$; ou bien l'excès de la fomme des deux angles PAM & AMP fur un angle droit exprimera l'aire du triangle APM.

COROLL. 1.

15. Donc la fomme des deux angles PAM & AMP eft toujours plus grande qu'un angle droit, & l'excès eft d'autant plus grand, plus l'aire du triangle fera grande. Et un arc de grand cercle, mefure de cet excès, étant multiplié par le rayon de la fphère donnera l'aire du triangle fphérique.

COROLL. 2.

16. De là on déduira aifément l'aire d'un triangle fphérique quelconque : car, parce qu'un tel triangle fe peut réfoudre en deux trian-

angles rectangles, on trouvera son aire, lorsqu'on multiplie l'excès de la somme de ses trois angles sur 180° par le rayon de la sphère.

PROBLEME IV.

17. *Sur la surface d'une sphère étant donnés deux points quelconques* E & M, *trouver la ligne la plus courte* EM *entre ces deux points.* Fig. 3.

SOLUTION.

Qu'on tire d'un des poles O à ces deux points les méridiens OE & OM, dont celui-cy soit regardé comme variable. Nommons le méridien $OE = a$; $OM = x$; & l'angle $EOM = y$. De plus soit pour les quantités cherchées l'arc $EM = s$, l'angle $OEM = \alpha$, & l'angle $OME = \Phi$; qui sera variable avec les quantités x, y & s, tandis que a & α demeurent invariables. Qu'on tire le méridien infiniment proche Om, auquel on tire de M la perpendiculaire Mn, & on aura $mn = dx$; l'angle $MOm = dy$, & $Mn = dy \sin x$, prenant l'unité pour marquer le rayon de la sphère. De là nous aurons $\operatorname{tg} \Phi = \frac{Mn}{mn} = \frac{dy \sin x}{dx}$, ou bien $\sin \Phi = \frac{dy \sin x}{ds}$, & $\cos \Phi = \frac{dx}{ds}$. Or ayant $ds = V(dx^2 + dy^2 \sin x^2)$, il faut que cette formule $\int V(dx^2 + dy^2 \sin x^2)$ soit un *minimum*. Pour cet effet posons $dy = p\,dx$, pour avoir cette formule $\int dx\, V(1 + pp \sin x^2) = \int Z\,dx$ à rendre la plus petite: de sorte que $Z = V(1 + pp \sin x^2)$. Or en général, si l'on a $dZ = M dx + N dy + P dp$, l'équation pour le *minimum* est $N dx - dP = 0$: donc faisant l'application à notre cas, nous avons $N = 0$; & $P = \frac{p \sin x^2}{V(1 + pp \sin x^2)}$. Mais à cause de $N = 0$, notre équation sera $dP = 0$, & partant $P = \text{Const.}$ Par conséquent nous

nous aurons $\frac{p \sin x^2}{\sqrt{(1 + pp \sin x^2)}} = C$, ou $\frac{dy \sin x^2}{\sqrt{(dx^2 + dy^2 \sin x^2)}} = C$, c'eſt à dire $\frac{dy \sin x^2}{ds} = \sin x \sin \Phi = C$. Pour déterminer cette conſtante il faut conſidérer, que faiſant évanouïr l'angle $EOM = y$, il devient $x = a$, & $\Phi = 180° - \alpha$, ou $\sin \Phi = \sin \alpha$; donc dans ce cas nous avons $\sin a . \sin \alpha = C$. Par conſéquent la nature du *minimum* fournit l'équation : $\frac{dy \sin x^2}{\sqrt{(dx^2 + dy^2 \sin x^2)}} = \sin a \sin \alpha$,

Mais, il faut encore intégrer l'équation différentielle ; qui ſe change en celle-cy $dy = \frac{C\,dx}{\sin x \sqrt{(\sin x^2 - CC)}}$ remettant C pour ſin a ſin α: & de là à cauſe de $ds = \frac{dy \sin x^2}{C}$ on aura encore $ds = \frac{dx \sin x}{\sqrt{(\sin x^2 - CC)}}$.

Or on trouvera par les régles de l'intégration :

$$y = - A \sin \frac{C \cos x}{\sin x \sqrt{(1 - CC)}} + A \sin \frac{C \cos a}{\sin a \sqrt{(1 - CC)}} =$$

$$- A \cos \frac{\sqrt{(\sin x^2 - CC)}}{\sin x \sqrt{(1 - CC)}} + A \cos \frac{\sqrt{(\sin a^2 - CC)}}{\sin a \sqrt{(1 - CC)}}.$$

$$s = - A \cos \frac{\sqrt{(\sin x^2 - CC)}}{\sqrt{(1 - CC)}} + A \cos \frac{\sqrt{(\sin a^2 - CC)}}{\sqrt{(1 - CC)}} =$$

$$- A \sin \frac{\cos x}{\sqrt{(1 - CC)}} + A \sin \frac{\cos a}{\sqrt{(1 - CC)}}.$$

Où les conſtantes ajoutées ſont telles, que faiſant $y = 0$ & $s = 0$, il devienne $x = a$. Mais les deux arcs de cercles étant réduits en un donneront $y = A \sin \frac{C \cos a \sqrt{(\sin x^2 - CC)} - C \cos x \sqrt{(\sin a^2 - CC)}}{(1 - CC) \sin a \sin x}$,

$s = A \sin \frac{\cos a \sqrt{(\sin x^2 - CC)} - \cos x \sqrt{(\sin a^2 - CC)}}{1 - CC}$, d'où

d'où nous tirons ces deux équations :

$$(1-CC)\sin a \sin x \sin y = C\cos a \surd(\sin x^2 - CC) - C\cos x \surd(\sin a^2 - CC)$$

$$(1-CC)\sin s = \cos a \surd(\sin x^2 - CC) - \cos x \surd(\sin a^2 - CC).$$

Mais, en prenant les cosinus des angles y & s, nous aurons :

$$(1-CC)\sin a \sin x \cos y = \surd(\sin a^2 - CC)(\sin x^2 - CC) + CC\cos a \cos x$$

$$(1-CC)\cos s = \surd(\sin a^2 - CC)(\sin x^2 - CC) + \cos a \cos x.$$

Et remettant pour C sa valeur $\sin a \sin \alpha$, puisque

$$\surd(\sin a^2 - CC) = -\sin a \cos \alpha$$

car nous regardons ici l'angle α comme obtus, afin que l'angle Φ soit depuis le point E aigu ; parce que posant $y = 0$, l'angle Φ devient $180° - \alpha$, dont le cosinus est $-\cos \alpha$; nous aurons :

$$(1-\sin a^2 \sin \alpha^2)\sin x \sin y = \sin \alpha \cos a \surd(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2) + \sin \alpha \cos \alpha \sin a \cos x$$

$$(1-\sin a^2 \sin \alpha^2)\sin x \cos y = -\cos \alpha \surd(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2) + \sin a \cos a \sin \alpha^2 \cos x$$

$$(1-\sin a^2 \sin \alpha^2)\sin s = \cos a \surd(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2) + \sin a \cos \alpha \cos x$$

$$(1-\sin a^2 \sin \alpha^2)\cos s = -\sin a \cos \alpha \surd(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2) + \cos a \cos x$$

auxquelles il faut ajouter $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$.

COROLL. I.

18. Puisque $\sin a \sin \alpha = \sin x \sin \Phi$, on aura :

$$\surd(\sin x^2 - \sin a^2 \sin \alpha^2) = + \sin x \cos \Phi.$$

Donc nos quatre formules seront :

I. $(1-CC)\sin y = \sin \alpha \cos a \cos \Phi + \cos \alpha \cos x \sin \Phi$

II. $(1-CC)\cos y = -\cos \alpha \cos \Phi + \sin \alpha \cos a \cos x \sin \Phi$

 III.

$$(1-CC)(\cos a \sin x \cos y + \cos \alpha \sin s) = \cos x (\sin \alpha \cos a^2 \sin x \sin \Phi + \sin a \cos \alpha^2),$$

dont la valeur, à cause de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, sera

$$\sin a \cos x (\sin \alpha^2 \cos a^2 + \cos \alpha^2) = (1 - CC) \sin a \cos x.$$

Donc divisant par $1 - CC$, on aura

$$\cos a \sin x \cos y + \cos \alpha \sin s = \sin a \cos x,$$

& à cause de $\sin s = \frac{\sin x \sin y}{\sin \alpha}$, on obtiendra

$$\sin \alpha \cos a \sin x \cos y + \cos \alpha \sin x \sin y = \sin \alpha \sin a \cos x,$$

ou $\tang \alpha \cos a \tang x \cos y + \tang x \sin y = \tang \alpha \sin a$, tout comme §. 19.

COROLL. 8.

25. Cette combinaison $-$II. $\sin a \cos \alpha +$ III. $\cos a \sin \alpha \sin \Phi$ donne

$$(1-CC)(\cos a \sin \alpha \sin s \sin \Phi - \sin a \cos \alpha \cos y) = \cos \Phi (\sin a \cos \alpha^2 + \cos a^2 \sin \alpha \sin x \sin \Phi),$$

dont la valeur à cause de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, est

$$\sin a \cos \Phi (\cos \alpha^2 + \cos a^2 \sin \alpha^2) = (1 - CC) \sin a \cos \Phi.$$

Donc divisant par $1 - CC$, on aura:

$$\cos a \sin \alpha \sin s \sin \Phi - \sin a \cos \alpha \cos y = \sin a \cos \Phi.$$

Or ayant $\sin s = \frac{\sin a \sin y}{\sin \Phi}$, on obtiendra

$$\cos a \sin \alpha \sin y - \cos \alpha \cos y = \cos \Phi,$$ tout comme §. 20.

COROLL. 9.

26. Or cette combinaison II. $\sin a \sin x -$ IV. 1 donne

$$(1-CC)(\sin a \sin x \cos y - \cos s) = \cos a \cos x (\sin a \sin \alpha \sin x \sin \Phi - 1),$$

dont la valeur à cause de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, est

$$\cos a \cos x (\sin a^2 \sin \alpha^2 - 1) = -(1-CC) \cos a \cos x.$$

Donc

Donc, divisant par $-(1-CC)$, on aura

$$\cos s - \sin a \sin x \cos y = \cos a \cos x.$$

COROLL. 10.

27. Cette combinaison II. 1 — IV. $\sin\alpha \sin\Phi$ donne

$$(1-CC)(\cos y - \sin\alpha \sin\Phi \cos s) = \cos\alpha \cos\Phi\, (\sin a \sin\alpha \sin x \sin\Phi - 1),$$

donc : $\sin\alpha \sin\Phi \cos s - \cos y = \cos\alpha \cos\Phi$.

COROLL. 11.

28. Cette combinaison III. $\sin a \cos\alpha$ + IV. $\cos a$ donne

$$(1-CC)(\sin a \cos\alpha \sin s + \cos a \cos s) = \cos x\,(\sin a^2 \cos\alpha^2 + \cos a^2)$$

donc : $\sin a \cos\alpha \sin s + \cos a \cos s = \cos x$, tout comme §. 22.

COROLL. 12.

29. Enfin cette combinaison III. $\cos a$ — IV. $\sin a \cos\alpha$ donne

$$(1-CC)(\cos a \sin s - \sin a \cos\alpha \cos s) = \sin x\, c\Phi\, (c a^2 + \sin a^2 c\alpha^2),$$

donc : $\cos a \sin s - \sin a \cos\alpha \cos s = \sin x \cos\Phi = \frac{\sin a \sin\alpha \cos\Phi}{\sin\Phi}$,

ou $\tang\Phi \sin s - \tang a \tang\Phi \cos\alpha \cos s = \tang a \sin\alpha$, tout comme §. 23.

PROBLEME V.

30. *Trouver les propriétés entre les côtés & les angles d'un triangle sphérique quelconque.* Fig. 4.

SOLUTION.

Quel que soit le triangle sphérique proposé ABC, on peut regarder un de ses angles A comme le pole de la sphère; & alors les côtés AB & AC seront deux méridiens, & le troisième côté BC la ligne la plus courte, qui puisse être tirée sur la surface de la sphère du

du point B au point C ; de ſorte que ce triangle ABC puiſſe être comparé avec la figure ECM, que nous venons de conſidérer dans le problème précedent. Donc, ſi nous employons les lettres A, B, C, pour marquer les angles du même nom, & que nous poſions les côtés $AB = c$; $AC = b$ & $BC = a$, les dénominations précedentes ſe réduiront aux préſentes de cette maniere :

Dénominations précedentes :	a;	x;	s;	y;	α;	ϕ
Dénominations préſentes :	c;	b;	a;	A;	B;	C

Maintenant les formules trouvées dans les corollaires du problème précedent nous fourniront pour le triangle ſphérique ABC les propriétés ſuivantes :

I.	$\text{ſin}\, a : \text{ſin}\, A = \text{ſin}\, b : \text{ſin}\, B = \text{ſin}\, c : \text{ſin}\, C$	par (21)
II.	$\text{coſ}\, C = \text{coſ}\, c.\, \text{ſin}\, A.\, \text{ſin}\, B - \text{coſ}\, A.\, \text{coſ}\, B$	par §. 20.
	$\text{coſ}\, B = \text{coſ}\, b.\, \text{ſin}\, A.\, \text{ſin}\, C - \text{coſ}\, A.\, \text{coſ}\, C$	par analogie
	$\text{coſ}\, A = \text{coſ}\, a.\, \text{ſin}\, B.\, \text{ſin}\, C - \text{coſ}\, B.\, \text{coſ}\, C$	par §. 27.
III.	$\text{coſ}\, c = \text{coſ}\, C.\, \text{ſin}\, a.\, \text{ſin}\, b + \text{coſ}\, a.\, \text{coſ}\, b$	par analogie
	$\text{coſ}\, b = \text{coſ}\, B.\, \text{ſin}\, a.\, \text{ſin}\, c + \text{coſ}\, a.\, \text{coſ}\, c$	par §. 22.
	$\text{coſ}\, a = \text{coſ}\, A.\, \text{ſin}\, b.\, \text{ſin}\, c + \text{coſ}\, b.\, \text{coſ}\, c$	par §. 26.
IV.	$\text{ſin}\, a.\, \text{tang}\, C - \text{ſin}\, B.\, \text{tang}\, c = \text{coſ}\, a.\, \text{coſ}\, B.\, \text{tg}\, C.\, \text{tg}\, c$	par §. 23.
	$\text{ſin}\, b.\, \text{tang}\, A - \text{ſin}\, C.\, \text{tang}\, a = \text{coſ}\, b.\, \text{coſ}\, C.\, \text{tg}\, A.\, \text{tg}\, a$	par analogie
	$\text{ſin}\, c.\, \text{tang}\, B - \text{ſin}\, A.\, \text{tang}\, b = \text{coſ}\, c.\, \text{coſ}\, A.\, \text{tg}\, B.\, \text{tg}\, b$	par §. 19.

Et c'eſt à ces quatre propriétés, que ſe réduiſent toutes les formules, que nous avons trouvées dans le problème précedent.

COROLL. I.

31. La premiére propriété renferme la qualité très connuë de tous les triangles ſphériques, par laquelle nous ſavons, que les ſinus des côtés ont entr'eux le même rapport, que les ſinus des angles, qui leur ſont opposés.

COROLL. 2.

32. Donc, si nous connoissons dans un triangle sphérique un côté avec son angle opposé, & outre cela un autre angle, ou côté, nous trouverons d'abord le côté, ou l'angle qui lui est opposé.

COROLL. 3.

33. Chacune des formules, que nous venons de trouver, ne renferme que quatre quantités, qui appartiennent au triangle, & partant si l'on en connoit trois, on en pourra déterminer la quatrième.

COROLL. 4.

34. C'est donc de là qu'on pourra tirer les régles pour la resolution de tous les triangles sphériques. Ou comme il y a six choses en chaque triangle, savoir les trois côtés & les trois angles, si l'on en connoit trois, on en pourra trouver les trois autres : comme nous allons voir dans les problèmes suivans.

PROBLEME VI.

35. *Dans un triangle sphérique étant donnés les trois côtés, trouver les angles.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soient donnés dans le triangle sphérique ABC les trois côtés $AB = c$; $AC = b$ & $BC = a$; & qu'il faille chercher les trois angles A, B & C; cela se fera par le moyen de la troisième propriété, qui nous fournit :

$$\text{cos A} = \frac{\text{cos}\,a - \text{cos}\,b.\,\text{cos}\,c}{\text{sin}\,b.\,\text{sin}\,c}$$

$$\text{cos B} = \frac{\text{cos}\,b - \text{cos}\,a.\,\text{cos}\,c}{\text{sin}\,a.\,\text{sin}\,c}$$

$$\text{cos C} = \frac{\text{cos}\,c - \text{cos}\,a.\,\text{cos}\,b}{\text{sin}\,a.\,\text{sin}\,b}$$

COROLL. 1.

36. Nous aurons donc :

$$1 - \cos A = \frac{\sin b . \sin c + \cos b . \cos c - \cos a}{\sin b . \sin c},$$

ou bien $$1 - \cos A = \frac{\cos (b - c) - \cos a}{\sin b . \sin c},$$

à cause de $\cos (b - c) = \cos b . \cos c + \sin b . \sin c$.

COROLL. 2.

37. Or, puisqu'il est en général

$$\cos p - \cos q = 2 . \sin \tfrac{1}{2} (q - p) . \sin \tfrac{1}{2} (p + q)$$

notre formule se changera en celle-cy :

$$1 - \cos A = \frac{2 \sin \frac{1}{2} (a - b + c) \sin \frac{1}{2} (a + b - c)}{\sin b \sin c}.$$

Donc, puisque $1 - \cos A = 2 (\sin \tfrac{1}{2} A)^2$, nous aurons :

$$\sin \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2} (a - b + c) . \sin \frac{1}{2} (a + b - c)}{\sin b . \sin c}}, \text{ \& de même}$$

$$\sin \tfrac{1}{2} B = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2} (b - a + c) . \sin \frac{1}{2} (b + a - c)}{\sin a \sin c}}$$

$$\sin \tfrac{1}{2} C = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2} (c - a + b) . \sin \frac{1}{2} (c + a - b)}{\sin a . \sin b}}.$$

COROLL. 3.

38. En ajoutant l'unité aux cosinus trouvés on aura

$$1 + \cos A = \frac{\cos a - \cos b . \cos c + \sin b \sin c}{\sin b . \sin c} = \frac{\cos a - \cos (b + c)}{\sin b . \sin c}.$$

Donc, puisque $1 + \cos A = 2 (\cos \tfrac{1}{2} A)^2$, la même conversion donnera

cos

$$\operatorname{cof}\tfrac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\sin\tfrac{1}{2}(b+c-a).\sin\tfrac{1}{2}(b+c+a)}{\sin b.\sin c}}$$

$$\operatorname{cof}\tfrac{1}{2}B = \sqrt{\frac{\sin\tfrac{1}{2}(a+c-b).\sin\tfrac{1}{2}(a+c+b)}{\sin a.\sin b}}$$

$$\operatorname{cof}\tfrac{1}{2}C = \sqrt{\frac{\sin\tfrac{1}{2}(a+b-c).\sin\tfrac{1}{2}(a+b+c)}{\sin a.\sin b}}$$

COROLL. 4.

39. De là on tirera les tangentes des demi-angles A, B, C :

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\sin\tfrac{1}{2}(a-b+c)\sin\tfrac{1}{2}(a+b-c)}{\sin\tfrac{1}{2}(b+c-a)\sin\tfrac{1}{2}(b+c+a)}}$$

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}B = \sqrt{\frac{\sin\tfrac{1}{2}(b-a+c)\sin\tfrac{1}{2}(b+a-c)}{\sin\tfrac{1}{2}(a+c-b)\sin\tfrac{1}{2}(a+c+b)}}$$

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C = \sqrt{\frac{\sin\tfrac{1}{2}(c-a+b)\sin\tfrac{1}{2}(c+a-b)}{\sin\tfrac{1}{2}(a+b-c)\sin\tfrac{1}{2}(a+b+c)}}$$

COROLL. 5.

40. Ces formules ſont fort commodes pour faire le calcul par le moyen des logarithmes. Or ayant trouvé un des angles comme A, on trouvera les deux autres plus facilement; par la premiere propriété on aura : $\sin B = \frac{\sin b \sin A}{\sin a}$ & $\sin C = \frac{\sin c \sin A}{\sin a}$, pourvu qu'on ſache ſi ces angles ſont plus grands ou plus petits qu'un angle droit : mais en ſe ſervant des formules trouvées cette ambiguité évanouït, puisqu'on trouve les moitiés des angles, qui ſont toujours plus petites qu'un angle droit.

COROLL. 6.

41. Les tangentes des demi-angles fourniſſent encore des formules remarquables, car multipliant deux enſemble on aura :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A\;\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \frac{\sin\frac{1}{2}(a+b-c)}{\sin\frac{1}{2}(a+b+c)},$$

& puisque $\sin p + \sin q = 2\sin\frac{1}{2}(p+q)\cos\frac{1}{2}(p-q)$

& $\sin p - \sin q = 2\sin\frac{1}{2}(p-q)\cos\frac{1}{2}(p+q)$

on obtiendra: $$1 + \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \frac{2\sin\frac{1}{2}(a+b)\cos\frac{1}{2}c}{\sin\frac{1}{2}(a+b+c)}$$

& $$1 - \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \frac{2\sin\frac{1}{2}c\cos\frac{1}{2}(a+b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b+c)}.$$

COROLL. 7.

42. De même en ajoutant ou soutrayant deux de ces tangentes, on aura :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A \pm \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \frac{\left(\sin\frac{1}{2}(a+c-b) \pm \sin\frac{1}{2}(b+c-a)\right)\sqrt{\sin\frac{1}{2}(a+b-c)}}{\sqrt{\sin\frac{1}{2}(b+c-a)\sin\frac{1}{2}(a+c-b)\sin\frac{1}{2}(a+b+c)}}$$

ou $$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A \pm \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \frac{\sin\frac{1}{2}(a+c-b) \pm \sin\frac{1}{2}(b+c-a)}{\text{tang}\,\frac{1}{2}\,C\,\sin\frac{1}{2}(a+b+c)},$$

si l'on introduit la valeur de la tangente de $\frac{1}{2}$ C. Donc, en employant la réduction enseignée auparavant, nous aurons ces deux équations :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A + \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \frac{2\sin\frac{1}{2}c.\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\text{tang}\,\frac{1}{2}\,C.\sin\frac{1}{2}(a+b+c)}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,A - \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,B = \frac{2\sin\frac{1}{2}(a-b).\cos\frac{1}{2}c}{\text{tang}\,\frac{1}{2}\,C\,\sin\frac{1}{2}(a+b+c)}.$$

COROLL. 8.

43. Or, puisque $\text{tang}\,\frac{1}{2}(A+B) = \dfrac{\text{tang}\,\frac{1}{2}\,A + \text{tang}\,\frac{1}{2}\,B}{1 - \text{tang}\,\frac{1}{2}\,A\,\text{tang}\,\frac{1}{2}\,B}$; nous trouverons par les formules des deux corollaires précedens :

tang

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A+B) = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(a-b)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}C.\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(a+b)}$$ & de même

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A+C) = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(a-c)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}B.\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(a+c)}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(B+C) = \frac{\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(b-c)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}A.\,\text{cos}\,\tfrac{1}{2}(b+c)}.$$

COROLL. 9.

44. De même, puisque $\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A-B) = \frac{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}A - \text{tang}\,\tfrac{1}{2}B}{1+\text{tang}\,\tfrac{1}{2}A.\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}B}$; nous aurons :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A-B) = \frac{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(a-b)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}C.\,\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(a+b)}$$ & de même

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A-C) = \frac{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(a-c)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}B.\,\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(a+c)}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(B-C) = \frac{\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(b-c)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}A.\,\text{sin}\,\tfrac{1}{2}(b+c)}.$$

PROBLEME VII.

45. *Dans un triangle sphérique étant donnés les trois angles, trouver les trois côtés.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soit A B C le triangle sphérique, duquel soient donnés les trois angles A, B, C ; & qu'il faille chercher les trois côtés

$AB = c$; $AC = b$ & $BC = a$.

Or la propriété II. du §. 30. nous fournira les cosinus de ces côtés exprimés de la maniere suivante :

cos

$$\cos a = \frac{\cos A + \cos B.\cos C}{\sin B.\sin C}$$

$$\cos b = \frac{\cos B + \cos A.\cos C}{\sin A.\sin C}$$

$$\cos c = \frac{\cos C + \cos A.\cos B}{\sin A.\sin B}.$$

COROLL. I.

46. De là nous tirerons d'abord les formules suivantes :

$$1 - \cos a = -\frac{\cos A - \cos(B+C)}{\sin B.\sin C}$$

$$1 - \cos a = \frac{\cos A + \cos(B-C)}{\sin B \sin C}$$

Or, puisqu'il est en général $\cos p + \mathrm{cs}\, q = 2\, \mathrm{cs} \tfrac{1}{2}(p+q)\, \mathrm{cs} \tfrac{1}{2}(p-q)$ nous aurons :

$$1 - \cos a = -\frac{2\cos\frac{1}{2}(A+B+C)\cos\frac{1}{2}(B+C-A)}{\sin B.\sin C}$$

$$1 + \cos a = \frac{2\cos\frac{1}{2}(A+B-C)\cos\frac{1}{2}(A-B+C)}{\sin B.\sin C}.$$

COROLL. 2.

47. Donc, puisque $1 - \cos a = 2(\sin\tfrac{1}{2}a)^2$ & $1 + \cos a = 2(\cos\tfrac{1}{2}a)^2$, nous obtiendrons les formules suivantes :

$$\sin\tfrac{1}{2}a = \sqrt{-\frac{\cos\frac{1}{2}(A+B+C)\cos\frac{1}{2}(B+C-A}{\sin B.\sin C}}$$

$$\sin\tfrac{1}{2}b = \sqrt{-\frac{\cos\frac{1}{2}(A+B+C)\cos\frac{1}{2}(A+C-B)}{\sin A.\sin C}}$$

$$\sin\tfrac{1}{2}c = \sqrt{-\frac{\cos\frac{1}{2}(A+B+C)\cos\frac{1}{2}(A+B-C)}{\sin A.\sin B}}$$

où

où il faut remarquer, puisque la ſomme des angles A + B + C eſt toujours plus grande que deux droits, la demi-ſomme eſt plus grande qu'un angle droit, & partant ſon coſinus negatif.

COROLL. 3.

48. Pour les coſinus des demi-côtés on aura :

$$\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}\,a = \sqrt{\frac{\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(A+B-C)\;\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(A-B+C)}{\text{ſin}\,B.\;\text{ſin}\,C}}$$

$$\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}\,b = \sqrt{\frac{\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(B+A-C)\;\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(B-A+C)}{\text{ſin}\,A.\;\text{ſin}\,C}}$$

$$\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}\,c = \sqrt{\frac{\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(C+A-B)\;\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(C-A+B)}{\text{ſin}\,A.\;\text{ſin}\,B}}$$

& ces formules facilitent l'uſage des logarithmes.

COROLL. 4.

49. Des ſinus & coſinus des demi-côtés on tirera aiſément leurs tangentes ; qui ſeront :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,a = \sqrt{-\frac{\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(A+B+C)\;\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(B+C-A)}{\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(A+B-C)\;\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(A-B+C)}}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,b = \sqrt{-\frac{\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(A+B+C)\;\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(A+C-B)}{\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(B+A-C)\;\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(B-A+C)}}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,c = \sqrt{-\frac{\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(A+B+C)\;\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(A+B-C)}{\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(C+A-B)\;\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(C-A+B)}}$$

où l'on pourra auſſi aiſément ſe ſervir du calcul des logarithmes.

COROLL. 5.

50. En multipliant deux de ces tangentes enſemble, on en tirera

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,a.\;\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,b = -\frac{\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(A+B+C)}{\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}(A+B-C)}$$

 Or

Or de là on derivera les deux formules ſuivantes :

$$1 - \text{tang}\, \tfrac{1}{2} a . \text{tang}\, \tfrac{1}{2} b = \frac{2 \cos \frac{1}{2}(A+B) \cos \frac{1}{2} C}{\cos \frac{1}{2}(A+B-C)}$$

$$1 + \text{tang}\, \tfrac{1}{2} a . \text{tang}\, \tfrac{1}{2} b = \frac{2 \sin \frac{1}{2} C \sin \frac{1}{2}(A+B)}{\cos \frac{1}{2}(A+B-C)}.$$

COROLL. 6.

51. Et ſi nous ajoutons, ou ſoutrayons, deux des formules enſemble, nous obtiendrons : $\text{tang}\, \frac{1}{2} a \pm \text{tang}\, \frac{1}{2} b =$

$$= \frac{(\cos \frac{1}{2}(B+C-A) \pm \cos \frac{1}{2}(A+C-B)) \sqrt{-\cos \frac{1}{2}(A+B+C)}}{\sqrt{\cos \frac{1}{2}(A+B-C) \cos \frac{1}{2}(A+C-B) \cos \frac{1}{2}(B+C-A)}}$$

Or ayant $\text{tang}\, \frac{1}{2} c = \sqrt{-\frac{\cos \frac{1}{2}(A+B+C) \,\mathrm{cs}\, \frac{1}{2}(A+B-C)}{\cos \frac{1}{2}(C+A-B) \,\mathrm{cs}\, \frac{1}{2}(C-A+B)}}$, on aura

$$\text{tang}\, \tfrac{1}{2} a \pm \text{tang}\, \tfrac{1}{2} b = \frac{(\cos \frac{1}{2}(B+C-A) \pm \cos \frac{1}{2}(A+C-B)) \,\text{tang}\, \frac{1}{2} c}{\cos \frac{1}{2}(A+B-C)}.$$

COROLL. 7.

52. De là on trouvera par les réductions enſeignes :

$$\text{tang}\, \tfrac{1}{2} a + \text{tang}\, \tfrac{1}{2} b = \frac{2 \cos \frac{1}{2} C \cos \frac{1}{2}(A-B) \,\text{tang}\, \frac{1}{2} c}{\cos \frac{1}{2}(A+B-C)}, \quad \&$$

$$\text{tang}\, \tfrac{1}{2} a - \text{tang}\, \tfrac{1}{2} b = \frac{2 \sin \frac{1}{2}(A-B) \sin \frac{1}{2} C \,\text{tang}\, \frac{1}{2} c}{\cos \frac{1}{2}(A+B-C)}.$$

COROLL. 8.

53. Nous trouverons donc comme cy-deſſus :

$$\text{tang}\, \tfrac{1}{2}(a+b) = \frac{\cos \frac{1}{2}(A-B)}{\cos \frac{1}{2}(A+B)} \,\text{tang}\, \tfrac{1}{2} c$$

$$\text{tang}\, \tfrac{1}{2}(a+c) = \frac{\cos \frac{1}{2}(A-C)}{\cos \frac{1}{2}(A+C)} \,\text{tang}\, \tfrac{1}{2} b$$

$$\text{tang}\, \tfrac{1}{2}(b+c) = \frac{\cos \frac{1}{2}(B-C)}{\cos \frac{1}{2}(B+C)} \,\text{tang}\, \tfrac{1}{2} a.$$

COROLL. 9.

54. De même les tangentes des demi-differences des côtés seront:

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}(a - b) = \frac{\text{sin } \frac{1}{2}(A - B)}{\text{sin } \frac{1}{2}(A + B)} \text{ tang } \tfrac{1}{2} c$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}(a - c) = \frac{\text{sin } \frac{1}{2}(A - C)}{\text{sin } \frac{1}{2}(A + C)} \text{ tang } \tfrac{1}{2} b$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}(b - c) = \frac{\text{sin } \frac{1}{2}(B - C)}{\text{sin } \frac{1}{2}(B + C)} \text{ tang } \tfrac{1}{2} a.$$

L'usage de ces formules sera d'une grande importance dans les problèmes suivans.

PROBLEME VIII.

55. *Dans un triangle sphérique étant donnés deux côtés avec l'angle compris entr'eux, trouver le troisième côté & les deux autres angles.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soit ABC le triangle, auquel soient donnés les deux côtés $AB = c$. $AC = b$ avec l'angle A compris entr'eux: & qu'il faille chercher le côté $BC = a$, & les angles B & C.

La troisième formule de la troisième propriété donne d'abord

$$\text{cos } a = \text{cos A sin } b.\ \text{sin } c + \text{cos } b.\ \text{cos } c,$$

& la troisième formule de la quatrième propriété fournit l'angle B,

$$\text{tang B} = \frac{\text{sin A tang } b}{\text{sin } c - \text{tang } b.\ \text{cos } c.\ \text{cos A}}$$

d'où l'on tire par analogie:

$$\text{tang C} = \frac{\text{sin A tang } c}{\text{sin } b - \text{tang } c.\ \text{cos } b.\ \text{cos A}}.$$

Or les expressions pour les cotangentes seront plus commodes, de sorte qu'on aura pour la solution les formules suivantes:

$$\cos a = \cos A \sin b . \sin c + \cos b . \cos c$$

$$\cot B = \frac{\sin c \cot b - \cos c \cos A}{\sin A}$$

$$\cot C = \frac{\sin b \cot c - \cos b . \cos A}{\sin A}.$$

COROLL. 1.

56. Puisque $\cos b . \cos c = \frac{1}{2} \cos(b-c) + \frac{1}{2} \cos(b+c)$ & $\sin b \sin c = \frac{1}{2} \cos(b-c) - \frac{1}{2} \cos(b+c)$, le cosinus du côté a pourra être exprimé par l'addition & subtraction des simples cosinus de cette maniere :

$$\cos a = \tfrac{1}{4} \mathrm{cs}(A-b+c) + \tfrac{1}{4} \mathrm{cs}(A+b-c) - \tfrac{1}{4} \mathrm{cs}(A-b-c) - \tfrac{1}{4} \mathrm{cs}(A+b+c) + \tfrac{1}{2} \cos(b-c) + \tfrac{1}{2} \cos(b+c).$$

COROLL. 2.

57. Mais si l'on veut se servir des logarithmes, cette formule est moins commode. Cependant on y pourra appliquer les logarithmes en y introduisant un nouveau angle u, posant

$\mathrm{tang}\, u = \frac{\cos A \sin b}{\cos b}$, ou bien soit $\mathrm{tang}\, u = \cos A \,\mathrm{tang}\, b$;

& ayant trouvé cet angle u on aura :

$$\cos a = \mathrm{tang}\, u \cos b \sin c + \cos b \cos c = \frac{\cos b \cos(c-u)}{\cos u},$$

d'où l'on trouvera aisément le côté a par le moyen des logarithmes.

COROLL. 3.

58. La même introduction de l'angle u, de sorte que $\mathrm{tg}\, u = \mathrm{cs} A \,\mathrm{tg}\, b$, rend aussi les autres formules propres à y appliquer les logarithmes ; car on aura :

$$\mathrm{tang}\, B = \frac{\sin A \,\mathrm{tang}\, b}{\sin c - \mathrm{tg}\, u \,\mathrm{cs}\, c} = \frac{\sin A \,\mathrm{tang}\, b \cos u}{\sin(c-u)} = \frac{\mathrm{tang}\, A \sin u}{\sin(c-u)}.$$

Pour l'autre angle C on le trouvera par la régle $\sin C = \frac{\sin A . \sin c}{\sin a}$.

co-

COROLL. 4.

59. Mais la plus commode recherche des angles B & C se tirera des formules données dans les §§. 43. & 44. d'où l'on aura :

$$\text{tang}\ \tfrac{1}{2}(B+C) = \frac{\text{cos}\ \frac{1}{2}(b-c)}{\text{cos}\ \frac{1}{2}(b+c)}\ \text{cot}\ \tfrac{1}{2}A$$

$$\text{tang}\ \tfrac{1}{2}(B-C) = \frac{\text{sin}\ \frac{1}{2}(b-c)}{\text{sin}\ \frac{1}{2}(b+c)}\ \text{cot}\ \tfrac{1}{2}A.$$

Car ayant la moitié de leur somme avec la moitié de leur difference, on aura chacun à part, & de là on pourra ensuite conclure le côté a, par la régle $\text{sin}\ a = \frac{\text{sin}\ b}{\text{sin}\ B}\ \text{sin}\ A = \frac{\text{sin}\ c}{\text{sin}\ C}\ \text{sin}\ A.$

PROBLEME IX.

60. *Dans un triangle sphérique étant donnés deux angles avec le côté compris entr'eux, trouver le troisième angle avec les deux côtés.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soit ABC le triangle, dans lequel soient donnés les deux angles A & B avec le côté AB $= c$ compris entr'eux, & qu'il faille chercher le troisième angle C avec les deux autres côtés AC $= b$ & BC $= a$.

Or la premiere formule de la seconde propriété (30) donne d'abord

$$\text{cos}\ C = \text{cos}\ c\ \text{sin}\ A.\ \text{sin}\ B - \text{cos}\ A.\ \text{cos}\ B,$$

& la troisième formule de la quatrième propriété donne :

$$\text{tang}\ b = \frac{\text{sin}\ c\ \text{tang}\ B}{\text{sin}\ A + \text{cos}\ c.\ \text{cos}\ A.\ \text{tang}\ B},$$ & par analogie

$$\text{tang}\ a = \frac{\text{sin}\ c\ \text{tang}\ A}{\text{sin}\ B + \text{cos}\ c.\ \text{cos}\ B.\ \text{tang}\ A}.$$

D'où prenant les cotangentes on aura la solution suivante,

$$\text{cos}\ C = \text{cos}\ c.\ \text{sin}\ A.\ \text{sin}\ B - \text{cos}\ A.\ \text{cos}\ B$$

$$\text{cot}\ a = \frac{\text{cot}\ A.\ \text{sin}\ B + \text{cos}\ c.\ \text{cos}\ B}{\text{sin}\ c}$$

$$\text{cot}\ a = \frac{\text{cot}\ B.\ \text{sin}\ A + \text{cos}\ c.\ \text{cos}\ A}{\text{sin}\ c}.$$

CO-

COROLL. I.

61. Les deux côtés se trouveront plus aisément des formules des §§. 52. & 53. d'où l'on tire :

$$\text{tang}\ \tfrac{1}{2}(a+b) = \frac{\text{cof}\ \frac{1}{2}(A-B)}{\text{cof}\ \frac{1}{2}(A+B)}\ \text{tang}\ \tfrac{1}{2}c$$

$$\text{tang}\ \tfrac{1}{2}(a-b) = \frac{\text{fin}\ \frac{1}{2}(A-B)}{\text{fin}\ \frac{1}{2}(A+B)}\ \text{tang}\ \tfrac{1}{2}c.$$

où il est facile de se servir des logarithmes.

COROLL. 2.

62. Après avoir trouvé les côtés a & b, on trouvera aisément l'angle C, puisqu'il est $\text{fin}\ C = \frac{\text{fin}\ A}{\text{fin}\ a}\ \text{fin}\ c = \frac{\text{fin}\ B}{\text{fin}\ b}\ \text{fin}\ c$, où bien on pourra aussi, si l'on veut exprimer le cos C par des simples cosinus en cette façon :

$$\text{cof}\ C = \tfrac{1}{4}\ \text{cf}(c+A-B) + \tfrac{1}{4}\ \text{cf}(c-A+B) - \tfrac{1}{4}\ \text{cf}(c-A-B) - \tfrac{1}{4}\ \text{cf}(c+A+B) - \tfrac{1}{2}\ \text{cof}(A-B) - \tfrac{1}{2}\ \text{cof}(A+B).$$

PROBLEME X.

63. *Dans un triangle sphérique étant donnés deux côtés avec un*
Fig. 4. *angle non compris entr'eux, ou ce qui revient au même, étant donnés deux angles avec un côté non compris entr'eux, trouver les autres quantités appartenantes au triangle.*

SOLUTION.

Soit ABC, le triangle dans lequel soient donnés pour le premier cas les deux côtés $BC = a$ & $AC = b$ avec l'angle A, & on connoitra d'abord l'angle B à cause de $\text{fin}\ B = \frac{\text{fin}\ A}{\text{fin}\ a}\ \text{fin}\ b$.

Pour

Pour l'autre cas soient A & B les deux angles donnés, avec le côté $BC = a$, & on aura d'abord le côté b à cause de $\sin b = \frac{\sin a}{\sin A} \sin B$. Et partant, dans l'un & l'autre cas on pourra regarder comme donnés tant les deux côtés $BC = a$ & $AC = b$, que les deux angles A & B, qui leur sont opposés. Il s'agit donc d'en trouver le côté $AB = c$, & l'angle C.

Or la premiere formule de la quatrième propriété fournit:

$$\sin a \tan C - \sin B \tan c = \cos a \cos B \tan C \tan c,$$

d'où en transposant les côtés a & b avec les angles A & B, nous aurons

$$\sin b \tan C - \sin A \tan c = \cos b . \cos A \tan C \tan c.$$

De ces deux équations, en éliminant tantôt tang C tantôt tang c, nous trouverons: $\tan c = \frac{\sin A . \sin a - \sin B . \sin b}{\sin A \cos B \cos a - \cos A \sin B \cos b}$

$$\tan C = \frac{\sin A \sin a - \sin B \sin b}{\cos B \cos a \sin b - \cos A \sin a \cos b},$$

auxquelles il faut ajouter cette équation $\sin A \sin b = \sin B \sin a$.

COROLL. 1.

64. Puisqu'il y a: $\sin A : \sin B = \sin a : \sin b$, nous aurons aussi: $\tan c = \frac{\sin a^2 - \sin b^2}{\cos B \sin a \cos a - \cos A \sin b \cos b}$

& $\tan C = \frac{\sin A^2 - \sin B^2}{\sin B \cos B \cos a - \sin A \cos A \cos b}$.

COROLL. 2.

65. Mais les §§. 43. 44. 53. & 54. nous fournissent encore des solutions plus commodes, que voilà:

tang

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}c = \frac{\text{cof}\,\tfrac{1}{2}(A+B)}{\text{cof}\,\tfrac{1}{2}(A-B)}\,\text{tg}\,\tfrac{1}{2}(a+b) = \frac{\text{fin}\,\tfrac{1}{2}(A+B)}{\text{fin}\,\tfrac{1}{2}(A-B)}\,\text{tg}\,\tfrac{1}{2}(a-b)$$

&

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}C = \frac{\text{cof}\,\tfrac{1}{2}(a-b)}{\text{cof}\,\tfrac{1}{2}(a+b)}\,\text{cot}\,\tfrac{1}{2}(A+B) = \frac{\text{fin}\,\tfrac{1}{2}(a-b)}{\text{fin}\,\tfrac{1}{2}(a+b)}\,\text{cot}\,\tfrac{1}{2}(A-B)$$

auxquelles on peut aifément appliquer l'ufage des logarithmes.

PROBLEME IX.

Fig. 3. 66. *Trouver l'aire d'un triangle fphérique quelconque.*

SOLUTION.

Soit EOM le triangle fphérique propofé, & qu'on nomme comme cy-deffus §. 17. le côté $OE = a$; l'angle $OEM = \alpha$; l'angle $EOM = y$; le côté $OM = x$; & l'angle $OME = \phi$. Cela pofé, la figure trilineaire MOm repréfentera le differentiel de l'aire que nous cherchons; & puifque $mn = dx$ & $Mn = dy\,\text{fin}\,x$ le produit $dy\,dx\,\text{fin}\,x$ exprime le differentiel de MOm, d'où $MOm = dy\!\int\! dx\,\text{fin}\,x = dy\,(1 - \text{cof}\,x)$ & partant l'aire

$$EOM = y - \int dy\,\text{cof}\,x.$$

Or nous avons trouvé $dy = \dfrac{C\,dx}{\text{fin}\,x\,V(\text{fin}\,x^2 - CC)}$, de forte que

$$\text{l'aire}\quad EOM = y - \int \frac{C\,dx\,\text{cof}\,x}{\text{fin}\,x\,V(\text{fin}\,x^2 - CC)}.$$

Enfuite ayant trouvé $\text{fin}\,\phi = \dfrac{C}{\text{fin}\,x}$, à caufe de $C = \text{fin}\,a\,\text{fin}\,\alpha$;

& puifque $\text{cof}\,\phi = \dfrac{V(\text{fin}\,x^2 - CC)}{\text{fin}\,x}$, nous aurons

$$d\phi\,\text{cof}\,\phi = -dx\,\frac{\text{cof}\,x}{\text{fin}\,x^2},\quad \text{donc}\quad d\phi = -\frac{C\,dx\,\text{cof}\,x}{\text{fin}\,x\,V(\text{fin}\,x^2 - CC)}$$

$$\&\quad -\int \frac{C\,dx\,\text{cof}\,x}{\text{fin}\,x\,V(\text{fin}\,x^2 - CC)} = \phi + \text{Conft.}$$

Par

Par conséquent l'aire du triangle

EOM sera $= y + \phi +$ Const. $= \alpha + y + \phi -$ Const.

Pour connoitre cette constante, supposons $y = 0$, & puisqu'il devient alors $\phi = 180^\circ - \alpha$, l'aire de ce triangle évanouïssant sera $= 180^\circ -$ Const. & partant Const. $= 180^\circ$. Ainsi nous aurons l'aire du triangle EOM $= \alpha + y + \phi - 180^\circ$.

COROLL. I.

67. Donc, pour trouver l'aire d'un triangle sphérique quelconque, on n'a qu'à prendre l'excès de la somme de ses trois angles sur deux droits, lorsque le rayon de la sphère est exprimé par 1. Or dans une sphère quelconque on prendra un arc d'un grand cercle qui soit la mésure dudit excès; & le produit de cet arc par le rayon de la sphère donnera l'aire du triangle sphérique cherché.

COROLL. 2.

68. Plus donc un triangle sphérique sera grand, plus aussi surpassera la somme de ses angles deux droits; & lorsque l'aire du triangle occupe la huitième partie de la surface de la sphère, cet excès vaudra un angle droit. Car un arc de grand cercle de 90° multiplié par le rayon donne la moitié de l'aire du grand cercle, & partant la huitième partie de la surface de la sphère. De là on tirera cette régle pour trouver l'aire de tout triangle sphérique. On dira, comme 8 angles droits ou 720° à l'excès de la somme des trois angles sur deux droits: ainsi la surface entiere de la sphère à l'aire du triangle proposé.



ÉLÉMENS
DE LA TRIGONOMETRIE SPHEROÏDIQUE
TIRÉS DE LA MÉTHODE DES PLUS GRANDS ET PLUS PETITS.

PAR M. EULER.

I.

Ayant établi les Elémens de la Trigonométrie Sphérique ſur le principe des plus grands & plus petits, mon but principal étoit de fixer un tel principe général, duquel on pût tirer la réſolution des triangles formés non ſeulement ſur une ſurface ſphérique, mais en général ſur une ſurface quelconque. Puisque les côtés d'un triangle ſphérique ſont des arcs de grands cercles, qui étant *les lignes les plus courtes*, qu'on puiſſe tirer ſur la ſurface d'une ſphère d'un point à un autre; c'eſt ſur le même pied que j'enviſage les côtés d'un triangle décrit ſur une ſurface quelconque, de ſorte qu'ils ſoient les *chemins* les plus courts, qui conduiſent d'un angle à un autre ſur cette ſurface. Ainſi concevant trois points ſur une ſurface quelconque, qu'on tire de chacun aux autres les lignes les plus courtes, & le triangle ſera formé, dont il s'agit d'enſeigner la réſolution.

2. Or je me borne ici aux ſurfaces ſphéroïdiques, qui ſont formées par la révolution d'une ellipſe autour d'un de ſes axes, & je conſidérerai en particulier les triangles formés ſur la ſurface de la terre par des côtés, qui ſont les plus courts entre leurs termes. Car, ſoit qu'on forme les côtés par des cordes tenduës d'un point à l'autre, ou qu'on les tire en ſuivant la direction des rayons de lumiere, en ſorte que le

plan

plan qui contient deux élémens contigus quelconques, ſoit partout perpendiculaire à la ſurface de la Terre, ils repréſenteront le chemin le plus court d'un bout à l'autre. C'eſt auſſi en effet la méthode qu'on ſuivroit dans la pratique, s'il faloit tirer la ligne la plus courte d'un point à un autre ſur la ſurface de la terre ; & quand on parle dans la Géographie de la diſtance entre deux lieux, on entend toujours le plus court chemin qui conduit de l'un à l'autre. Il faut donc bien diſtinguer ce plus petit chemin, de la loxodromie qu'on ſuit dans la navigation, & qui demande des recherches particulieres.

3. Soit donc AEB la demi-ellipſe, par la révolution de laquelle autour de l'axe ACB réſulte le ſphéroïde de la Terre; & poſons le demi-axe CA = CB = a; & le demi-diametre de l'équateur CE = e. Or la demi-ellipſe AEB repréſentera un méridien quelconque, & quelque point qu'on puiſſe concevoir ſur la ſurface de la terre, pour en connoitre la ſituation, il faut conſidérer le méridien qui paſſe par ce point, qui ſoit M: & alors on aura trois choſes à déterminer. 1°. La diſtance de ce point M à l'axe, ou la perpendiculaire MQ. 2°. Sa diſtance au plan de l'équateur meſurée par la perpendiculaire MP égale à CQ: & 3°. La latitude ou l'élévation du pole obſervée dans cet endroit. On voit bien que connoiſſant une de ces trois choſes, il eſt aiſé de déterminer les deux autres par les propriétés de l'ellipſe. Enſuite il conviendra encore de chercher le rayon oſculateur du méridien au point M, avec la quantité de l'arc du méridien MA, dont ce point eſt éloigné du pole A. Fig. 1.

4. Soit CP = MQ = x, PM = CQ = y, & on aura:

$$y = \frac{a}{e} V(ee - xx) \quad \text{donc} \quad dy = - \frac{a x d x}{e V(ee - xx)}.$$

Qu'on tire maintenant la droite MN perpendiculaire au méridien, laquelle marquant la direction de la gravité, l'angle ENM meſurera la latitude, ou l'élevation du pole à l'endroit M. Poſons donc cet an-

angle $ENM = \Phi$, qui eſt ordinairement le premier élément qu'on connoiſſe : & ayant la ſous-normale $PN = -\frac{ydy}{dx} = \frac{aa}{ee}x$, nous en tirons : $\text{tang}\,\Phi = \frac{PM}{PN} = \frac{e\sqrt{(ee-xx)}}{ax}$, & partant :

$$CP = x = \frac{ee\,\text{cof}\,\Phi}{\sqrt{(aa\,\text{ſin}\,\Phi^2 + ee\,\text{cſ}\,\Phi^2)}}, \quad \& \quad PM = y = \frac{aa\,\text{ſin}\,\Phi}{\sqrt{(aa\,\text{ſn}\,\Phi^2 + ee\,\text{cſ}\,\Phi^2)}}.$$

D'où connoiſſant la latitude d'un endroit M, on en déterminera aiſément ſa diſtance tant de l'axe de la Terre, que du plan de l'équateur. De là on pourra auſſi aſſigner la diſtance de ce point M au centre de la Terre C, ou la droite $CM = \sqrt{\frac{a^4\,\text{ſin}\,\Phi^2 + e^4\,\text{cof}\,\Phi^2}{aa\,\text{ſin}\,\Phi^2 + ee\,\text{cof}\,\Phi^2}}$, & l'angle CMN, que cette droite fait avec la direction de la gravité MN, car on trouve :

$$\text{tg}\,CMN = \frac{(ee-aa)\,\text{ſn}\,\Phi\,\text{cſ}\,\Phi}{aa\,\text{ſn}\,\Phi^2 + ee\,\text{cſ}\,\Phi^2}, \quad \& \quad \text{ſin}\,CMN = \frac{(ee-aa)\,\text{ſin}\,\Phi\,\text{cof}\,\Phi}{\sqrt{(a^4\,\text{ſn}\,\Phi^2 + e^4\,\text{cſ}\,\Phi^2)}}.$$

5. Cherchons auſſi le rayon oſculateur MO, dont l'expreſſion poſant $\frac{dy}{dx} = p$, eſt $MO = -\frac{dx(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{dp}$. Or ayant $\frac{dy}{dx} = -\frac{aax}{eey}$, on aura $p = -\frac{\text{cof}\,\Phi}{\text{ſin}\,\Phi}$, & $dp = \frac{d\Phi}{\text{ſin}\,\Phi^2}$, & de plus $\sqrt{(1+pp)} = \frac{1}{\text{ſin}\,\Phi}$, donc $(1+pp)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{\text{ſin}\,\Phi^3}$,

& partant $$\frac{(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{dp} = \frac{1}{d\Phi\,\text{ſin}\,\Phi}.$$

Mais

Mais à cause de $x = \frac{ee \operatorname{cof} \Phi}{\sqrt{(aa \operatorname{fin} \Phi^2 + ee \operatorname{cof} \Phi^2)}}$, nous aurons :

$$dx = -\frac{aaee\, d\Phi \operatorname{fin} \Phi}{(aa \operatorname{fin} \Phi^2 + ee \operatorname{cof} \Phi^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Par conféquent le rayon osculateur fera

$$MO = \frac{aaee}{(aa \operatorname{fin} \Phi^2 + ee \operatorname{cof} \Phi^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Donc, fi nous prenons fur le même méridien un point infiniment proche m, dont la latitude foit $= \Phi + d\Phi$, l'élément Mm fera un arc de cercle décrit du rayon MO, dont la longueur eft

$$Mm = \frac{aaee\, d\Phi}{(aa \operatorname{fin} \Phi^2 + ee \operatorname{cof} \Phi^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

6. L'intégrale de cette formule donnera la longueur de l'arc elliptique EM, & pour en trouver la valeur approchée on n'a qu'à mettre $\operatorname{fin} \Phi^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{cof} 2\Phi$ & $\operatorname{cof} \Phi^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{cof} 2\Phi$, pour avoir $Mm = \frac{aaee\, d\Phi}{[\frac{1}{2}(aa+ee) + \frac{1}{2}(ee-aa) \operatorname{cof} 2\Phi]^{\frac{3}{2}}}$.

Car, puisque $ee - aa$ eft extrèmement petit par rapport à $aa + ee$ en pofant $\frac{ee-aa}{ee+aa} = \delta$, notre formule fe change en

$$Mm = \frac{2aaee\, d\Phi \sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} (1 + \delta \operatorname{cof} 2\Phi)^{-\frac{3}{2}},$$

dont l'intégrale à caufe de

$(1 + \delta \operatorname{cof} 2\Phi)^{-\frac{3}{2}} = 1 + \frac{15}{16}\delta\delta - \frac{3}{2}\delta \operatorname{cof} 2\Phi + \frac{15}{16}\delta\delta \operatorname{cof} 4\Phi$, fera

EM

$$EM = \frac{2aaee\sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} \left[\left(1 + \tfrac{15}{16}\delta\delta\right)\Phi - \tfrac{3}{4}\delta \sin 2\Phi + \tfrac{15}{64}\delta\delta \sin 4\Phi \right]$$

expreſſion qui ſatisfait très à peu près, & on pourroit même encore rejetter les termes affectés par le quarré de δ.

7. On peut auſſi ſe ſervir de la formule differentielle pour déterminer la grandeur de chaque degré du méridien: on n'aura qu'à donner à $d\Phi$ la valeur d'un degré, ou la 180me partie de 3,14159265, qui eſt la longueur de l'arc de 180° le rayon étant poſé = 1. On mettra donc $d\Phi = 0,017453292$, & Φ marquera la latitude au milieu de ce degré. Alors la grandeur de ce degré

$$\text{ſera} = \frac{2aaee\,d\Phi\sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} \left(1 - \tfrac{3}{2}\delta \cos 2\Phi\right)$$

en negligeant les quarrés de δ, & cette formule ſuffit pour déterminer à chaque élevation du pole la grandeur d'un degré du Méridien. De là on pourra donc auſſi réciproquement déterminer la grandeur des deux demi-diametres de la Terre par la meſure actuelle de quelques degrés, en ſuppoſant que la figure de la Terre ſoit un ſpheroïde elliptique. Deux degrés meſurés ſeroient ſuffiſans pour cet effet, ſi la meſure étoit exacte au dernier point: mais, puiſqu'une erreur d'une ſeconde en produit une de 16 toiſes environ dans la grandeur du degré; il ſera bon d'y employer pluſieurs degrés meſurés en avouant à chacun une petite erreur de 32 toiſes au moins, pour mettre enſuite d'accord les concluſions.

8. Poſons pour abréger $\frac{2aaee\,d\Phi\sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} = A$, puiſque cette quantité eſt la même pour tous les degrés; & les meſures d'un degré faites au Perou, au Cap, en France & en Laponie nous fourniront les quatre équations ſuivantes.

A(1

$$A(1-\tfrac{3}{2}\delta\cos 1^\circ) = 56753 + p \text{ Toises}$$
$$A(1-\tfrac{3}{2}\delta\cos 66^\circ,36') = 57037 + q \text{ Toises}$$
$$A(1-\tfrac{3}{2}\delta\cos 98^\circ,46') = 57074 + r \text{ Toises}$$
$$A(1-\tfrac{3}{2}\delta\cos 132^\circ,40') = 57438 + s \text{ Toises.}$$

en marquant par p, q, r, s les erreurs, qui peuvent s'être gliſſées dans ces meſures ; leſquelles peuvent être ou poſitives ou négatives ; & on les ſuppoſera auſſi petites qu'il eſt poſſible, puiſqu'on y a apporté tant de ſoins, que les erreurs ne ſauroient ſurpaſſer quelques ſecondes, à l'exception de la troiſième, dont l'erreur r pourroit bien être plus grande que 32 toiſes.

9. Si nous ſubſtituons les valeurs de ces coſinus, nous aurons les quatre équations ſuivantes :

$$\text{I.}\quad A(1-1{,}4997715\,\delta) = 56753 + p$$
$$\text{II.}\quad A(1-0{,}5957219\,\delta) = 57037 + q$$
$$\text{III.}\quad A(1+0{,}2286163\,\delta) = 57074 + r$$
$$\text{IV.}\quad A(1+1{,}0165980\,\delta) = 57438 + s.$$

Otons la premiere de chacune des autres pour avoir ces trois équations :

$$0{,}9040496\,\delta A = 284 + q - p$$
$$1{,}7283878\,\delta A = 321 + r - p$$
$$2{,}5163696\,\delta A = 685 + s - p$$

& diviſant par la premiere les deux autres on aura

$$\frac{321+r-p}{284+q-p} = \frac{65}{34} \quad \& \quad \frac{685+s-p}{284+q-p} = \frac{437}{157}$$

d'où il s'enſuit :

$$31p - 65q + 34r = 7546 \quad \& \quad 280p - 437q + 157s = 16563.$$

10. Si

10. Si nous éliminons p de ces deux équations il en résultera

$$-150q + 307r - 157s = 51594$$

d'où nous voyons que les erreurs de la mesure au Cap & en Laponie doivent être supposées négatives, tandis que celle de France est positive. Si l'on vouloit supposer ces trois erreurs égales, chacune deviendroit de 84 toises, qui seroit trop exorbitante, pour qu'on la pût concilier avec l'extrême exactitude, dont la seconde & quatrième de ces opérations ont été faites. Mais on ne sauroit plus douter, qu'il ne se soit glissé une erreur assés considérable dans la détermination du degré en France, & qui pourroit bien monter à 100 toises & au delà ; & si nous voulions supposer entièrement justes les mesures du Cap & de de Laponie, ou $q = 0$ & $s = 0$, nous trouverions l'erreur du degré en France $r = 168$ toises ; ou on se seroit trompé de 10'' dans les Observations celestes. Or, si nous supposions $r = 100$ toises & $s = q$, on trouveroit $q = s = -68$ toises ; or on ne sauroit admettre une erreur si grande. Posons donc $r = 120$, & on aura $q = s = -48$ toises ; qu'on sauroit à peine admettre : mais posant $r = 125$ on obtiendra $q = s = -43$ toises.

11. Puisqu'il faut donc absolument reconnoître des erreurs dans ces mesures de degrés ; & la plus grande dans celle du degré de France, qu'on ne sauroit supposer audessous de 125 Toises, posons $r = 125$, & nous aurons :

$-150q - 157s = 13219$, donc à peu près $q + s = -86$ Toises.

Avant que de décider séparement sur l'une & l'autre des erreurs q & s, considérons, quelle en résulte pour p, de cette egalité :

$$31p - 65q = 3296, \quad \text{ou} \quad p = 106\tfrac{1}{3} + 2\tfrac{1}{10}q.$$

Si l'on suppose que $p = 0$, on trouve $q = -51$ & partant $s = -35$, mais si l'on suppose $p = 15$, on trouve $q = -43\frac{1}{2}$ & partant $s = -42\frac{1}{2}$: d'où l'on voit que si nous voulions supposer l'erreur du degré du Pérou plus grande, nous serions obligés d'attribuer à celui de Laponie une

une plus grande. Donc, à moins que la figure de la Terre ne différe considérablement d'un sphéroïde elliptique, il semble qu'on doive admettre les erreurs suivantes :

$p = 15$ toises; $q = -43$ toises; $r = +125$ toises & $s = -43$ toises.

12. Cela posé, les véritables grandeurs de nos quatre degrés seront :

		Latitude du milieu
Celui du Pérou	$= 56768$ Toises	$\phi = 0°, 30'$
Celui du Cap	$= 56994$ Toises	$\phi = 33°, 18'$
Celui de la France	$= 57199$ Toises	$\phi = 49°, 23'$
Celui de la Laponie	$= 57395$ Toises	$\phi = 66°, 20'$

& ayant fait ces corrections, la figure de la Terre deviendra réductible à une sphéroïde elliptique, qu'on pourra déterminer par deux quelconques de ces quatre degrés mesurés. Choisissons donc le premier & le dernier, qui donnent :

$$A(1 - 1,4997715\delta) = 56768 \text{ Toises}$$
$$A(1 + 1,0165890\delta) = 57395 \text{ Toises},$$

d'où l'on tire : $\frac{1 + 1,0165980\delta}{1 - 1,4997715\delta} = \frac{57395}{56768}$ & partant

$$143789\delta = 627 \quad \text{donc} \quad \delta = 0,00436055 = \frac{ee - aa}{ee + aa}.$$

Ensuite

$$\frac{ee}{aa} = \frac{1 + \delta}{1 - \delta} = 1 + 2\delta + 2\delta\delta = 1,0087593 \quad \& \quad \frac{e}{a} = 1,00437.$$

Donc le diametre de l'équateur sera à l'axe de la Terre comme 230 à 229, ce qui est précisément le rapport que *Newton* a établi; d'où l'on peut conclure que les hypotheses, que ce grand Géométre a faites sur la structure & l'attraction de la Terre, sont d'accord avec la vérité.

13. Ayant trouvé la valeur de δ, nous en tirerons d'abord

$$A = 57142 = \frac{2aaee\sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} \cdot 0,01745329$$

$$\text{donc } \frac{aaee}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} = 1157526 \text{ Toiſes.}$$

Or poſons $\frac{e}{a} = \text{tang}\,\omega$, de ſorte que $\omega = 45°, 7', 30''$ & nous aurons : $a \sin\omega^2 \cos\omega = 1157526$, d'où nous tirons :

le demi-axe de la Terre $a = 3266892$ Toiſes

le demi-diametre de l'équateur $e = 3281168$ Toiſes.

Or *Newton*, quoiqu'il ait établi le même rapport entre l'axe & le diametre de l'équateur, donne au demi-axe 3262166 toiſes, & au demi-diametre de l'équateur 3276433 toiſes. La raiſon de cette difference eſt, que j'ai ſuppoſé ici le degré meſuré en France plus grand que *Newton*. Maintenant ayant découvert la véritable grandeur de l'axe & du diametre de la terre, on pourra à chaque élévation du pole déterminer la grandeur du degré du méridien. Car, poſant Φ pour la latitude au milieu du degré, la grandeur de ce degré ſera.

$$57142\ (1 - 0,\ 00654082 \cos 2\,\Phi)$$

14. Je remarque ici encore, que ſi l'on omettoit entierement le degré de Frauce, les trois autres feroient admirablement bien d'accord entr'eux: on n'auroit qu'à ſuppoſer à chacun une erreur de 19 toiſes, dont les degrés du Pérou & de Laponie devroient être augmentés, ou celui du Cap diminué. De là réſulteroit une plus grande difference entre l'axe & le diamètre de l'Equateur, tout comme on a déjà remarqué avant que les meſures au Cap ayent été connuës. Mais alors, ſuppoſant $p = 19$, $q = -19$ & $s = 19$ on trouveroit $r = 169$ toiſes, dont le degré de France devroit être augmenté; dans ce cas la cor-

correction à faire sur le degré de Laponie devroit être positive, au lieu que je l'ai supposée négative cy-devant; ce qui est une marque bien seure de la justesse de cette mesure. Or, soit qu'on rejette la mesure du degré de France ou non, il faut toujours supposer q négatif, d'où l'on doit conclure, que le degré mesuré au Cap est marqué trop grand. On voit aussi que la mesure faite à Quito est très juste, & qu'on ne lui sauroit supposer une erreur plus grande que de 20 toises, de quelque maniere qu'on se prenne pour mettre d'accord ces quatre mesures. Pour le degré mesuré en Laponie, il faut aussi remarquer qu'on y a negligé la réfraction des étoiles près du zenith, dont on a tenu compte dans les autres mesures. Or, si l'on y apporte cette petite correction, on trouve que le degré de Laponie se réduit de 57438 à 57422 toises; ce qui s'approche d'avantage de la correction précedente, où j'ai supposé ce degré de 57395 toises; & l'erreur ne seroit que de 27 toises, au lieu de 43.

15. Cependant je ne détermine rien de précis sur la figure de la terre, puisqu'on a encore lieu de douter, si on la peut regarder comme un spheroïde elliptique parfait, dont les deux moitiés de part & d'autre de l'équateur soient égales & semblables: quoique, quelqu'autre hypothese qu'on fasse, on soit obligé de reconnoitre quelques petites erreurs dans les Observations, & surtout dans celle de France. Mes recherches rouleront sur la surface d'un spheroïde elliptique parfait en général, dont le demi-axe soit $= a$, & le demi-diametre de l'équateur $= e$, entre lesquels je supposerai la difference fort petite. Or, pour abréger les formules trouvées cy-dessus, je poserai:

$$\frac{ee - aa}{ee + aa} = \delta \quad \& \quad \frac{2aae\sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} = c$$

où il suffit de remarquer, que si l'on en veut faire l'application à la Terre, les valeurs de ces deux lettres seront assés exactement.

$$\delta = 0,00436055 \quad \& \quad c = 3273980 \text{ toises.}$$

 Alors

Alors ce que j'ai trouvé se réduit à

$Mm = \frac{c\,\delta\,\Phi}{(1+\delta\cos 2\Phi)^{+\frac{3}{2}}}$ & en intégrant par approximation.

$$EM = c\left((1+\tfrac{15}{16}\delta\delta)\Phi - \tfrac{3}{4}\delta\sin 2\Phi + \tfrac{15}{64}\delta\delta\sin 4\Phi\right).$$

XVI. Je regarde ici comme connuë la latitude du point M, ou l'angle ENM, que je nomme $=\Phi$: & de là on trouve le plus aisément la longueur de l'arc EM : d'où l'on voit que posant $\Phi = 90°$, ou $\Phi = \frac{1}{2}\pi$, posant π pour le nombre 3, 14159265 &c. le quart de l'ellipse sera $EMA = \frac{1}{2}\pi(1+\frac{15}{16}\delta\delta)c$. Ensuite en employant ces abbréviations on aura le rayon osculateur du Méridien au point M ou $MO = \frac{c}{(1+\delta\cos 2\Phi)^{\frac{3}{2}}}$. Par la même latitude du point M $=\Phi$, on connoitra aussi d'abord sa distance $MQ = CP$ à l'axe, ayant $\frac{CP^3}{MO} = \frac{e^4}{aa}\cos\Phi^3$, & partant $CP = \frac{\cos\Phi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}\sqrt[3]{\frac{ce^4}{aa}} = \frac{ee\sqrt{2}}{\sqrt{(aa+ee)}}\cdot\frac{\cos\Phi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}$, & de même $PM = CQ = \frac{aa\sqrt{2}}{\sqrt{(aa+ee)}}\cdot\frac{\sin\Phi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}$. Or pour la Terre nous venons de trouver $\frac{e}{a} = \frac{230}{229}$; & $a = 3266892$ toises & $e = 3281168$ toises. Ou, en employant les seules lettres δ & c, on a $a = \frac{c}{(1+\delta)\sqrt{(1-\delta)}}$; $e = \frac{c}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta)}}$, donc $CP = MQ = \frac{c}{1-\delta}\cdot\frac{\cos\Phi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}$ & $PM = CQ = \frac{c}{1+\delta}\cdot\frac{\sin\Phi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}$.

PRO-

PROBLEME I.

17. *Ayant observé l'élévation du pole en deux lieux* M & M' *situés sous le même méridien, déterminer la grandeur de l'arc du méridien* MM' *compris entre ces deux lieux.*

SOLUTION.

Soit Φ l'élévation du pole en M, & ψ en M': & puisque ces deux lieux sont situés sous le meme méridien, il est evident que l'arc du méridien MM' compris entr'eux est le chemin le plus court, qui méne d'un lieu à l'autre. Donc, introduisant les lettres c & δ, qui déterminent l'espece & la grandeur du Spheroïde elliptique, la grandeur de l'arc MM' sera exprimée en sorte

$$MM' = c\left(\left(1 + \tfrac{1}{1}\tfrac{5}{8}\delta\delta\right)(\psi - \Phi) - \tfrac{3}{4}\delta(\sin 2\psi - \sin 2\Phi) + \tfrac{1}{8}\tfrac{5}{4}\delta\delta(\sin 4\psi - \sin 4\Phi)\right)$$

en négligeant les termes affectés par le cube & les plus hautes puissances de δ. Mais en tout cas il seroit aisé de pousser l'approximation plus loin, & même à l'infini. On pourra aussi assigner la situation de chaque endroit par rapport à l'axe & à l'équateur, & cela exactement sans approximation; car on aura

$$CQ = \frac{c \sin \Phi}{(1+\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}};\quad QM = \frac{c \cos \Phi}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}$$

$$CQ' = \frac{c \sin \psi}{(1+\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\psi)}};\quad Q'M' = \frac{c \cos \psi}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\psi)}}$$

& outre cela les rayons osculateurs seront

$$\text{en M} = \frac{c}{(1+\delta\cos 2\Phi)^{\frac{3}{2}}} \quad \&\ \text{en M}' = \frac{c}{(1+\delta\cos 2\psi)^{\frac{3}{2}}}$$

& ces déterminations renferment tout ce qu'on peut demander par rapport à ces deux lieux.

SCHOLIE.

18. Je me propose de considérer deux points quelconques sur la surface de la Terre, en cherchant tant leur distance entr'eux, que leur situation par rapport au Méridien. Or le cas le plus simple est, lorsque ces deux points sont situés sous le même Méridien, par lequel j'ai commencé mes recherches, puisqu'il est évident que l'arc du Méridien compris entre ces deux points est en même tems le chemin le plus court, qui conduit de l'un à l'autre. Mais, lorsque les deux points ne sont pas au même Méridien, il faut employer la méthode des plus grands & plus petits pour déterminer le chemin le plus court entr'eux : & j'entreprendrai cette recherche dans le problème suivant.

PROBLEME II.

Fig. 2. 19. *Connoissant la Latitude de deux lieux* L & M *avec leur différence en Longitude, trouver le chemin le plus court sur la surface de la Terre* LM, *qui mène de l'un à l'autre.*

SOLUTION.

Qu'on méne par l'un & l'autre de ces points L & M les Méridiens ALE & AMR, & l'angle que ces deux Méridiens forment au pole A mesurera la différence en longitude, laquelle étant donnée posons

la difference en Longitude ou l'angle LAM $= \omega$

la Latitude du Lieu L $= \lambda$

& la Latitude du Lieu M $= \phi$

ce qui sont les trois quantités données outre la grandeur & la figure de la Terre. Soit maintenant la ligne LM le chemin le plus court entre les points L & M, & qu'on la prolonge infiniment peu en *m* suivant sa direction en *m* ; qu'on méne par ce point *m* le Méridien infiniment proche A*mr*, sur lequel on prenne $A\mu = AM$, de sorte que la Latitude

tude en μ soit la même qu'en M, savoir $= \phi$, & la Latitude en m sera $= \phi + d\phi$, donc l'élément du Méridien entre m & μ sera $m\mu = \frac{c\,d\phi}{(1+\delta\cos 2\phi)^{\frac{3}{2}}}$. De plus on aura l'angle élémentaire $MA\mu = d\omega$, qui est égal à l'angle, que les lignes perpendiculaires tirées des points M & μ à l'axe de la Terre comprendront entr'elles. Or ces lignes perpendiculaires représentées dans la premiere figure par MQ sont $= \frac{c\cos\phi}{(1-\delta)\,V(1+\delta\cos 2\phi)}$; d'où l'on tire l'élément $M\mu = \frac{c\,d\omega\cos\phi}{(1-\delta)\,V(1+\delta\cos 2\phi)}$; & partant l'élément du chemin LM sera

$$Mm = c\,V\left(\frac{d\phi^2}{(1+\delta\cos 2\phi)^3} + \frac{d\omega^2\cos\phi^2}{(1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\phi)}\right)$$

dont l'intégrale doit être un plus petit. Posons $d\phi = p\,d\omega$ pour rendre un *minimum* cette formule intégrale

$$\int d\omega\, V\left(\frac{pp}{(1+\delta\cos 2\phi)^3} + \frac{\cos\phi^2}{(1-\delta)^2\,(1+\delta\cos 2\phi)}\right)$$

Posons $V\left(\frac{pp}{(1+\delta\cos 2\phi)^3} + \frac{\cos\phi^2}{(1-\delta)^2\,(1+\delta\cos 2\phi)}\right) = \mathrm{V}$, & j'ai démontré que si le differentiel de V est exprimé en sorte $d\mathrm{V} = \mathrm{M}\,d\omega + \mathrm{N}\,d\phi + \mathrm{P}\,dp$, l'équation qui renferme le *minimum* est exprimée en sorte $o = \mathrm{N} - \frac{d\mathrm{P}}{d\omega}$, ou puisque dans ce cas $\mathrm{M} = o$, cette équation se réduit à cette forme : $\mathrm{V} - \mathrm{P}p = \mathrm{Const.}$

Or la différentiation de V nous donne

$$P = \frac{p}{(1+\delta\cos 2\phi)^3 V}$$ d'où nous tirons

$$VV - \frac{pp}{(1+\delta\cos 2\phi)^3} = \frac{\cos\phi^2}{(1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\phi)} = \frac{V}{\alpha}$$

& partant prenant les quarrés, notre équation deviendra

$$\frac{\alpha\alpha\cos\phi^4}{(1-\delta)^4(1+\delta\cos 2\phi)^2} = \frac{pp}{(1+\delta\cos 2\phi)^3} + \frac{\cos\phi^2}{(1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\phi)}$$

donc l'élément du chemin le plus court $Mm = \frac{\alpha c\, d\omega \cos\phi^2}{(1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\phi)}$

Or mettant pour p sa valeur $\frac{d\phi}{d\omega}$ nous aurons

$$\frac{d\omega^2\cos\phi^2(\alpha\alpha\cos\phi^2 - (1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\phi))}{(1-\delta)^4(1+\delta\cos 2\phi)^2} = \frac{d\phi^2}{(1+\delta\cos 2\phi)^3}$$

d'où nous tirons:

$$d\omega = \frac{(1-\delta)^2\, d\phi}{(1+\delta\cos 2\phi)^{\frac{1}{2}}\cos\phi\, V(\alpha\alpha\cos\phi^2 - (1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\phi))}$$

$$\&\, Mm = \frac{\alpha c\, d\phi\cos\phi}{(1+\delta\cos 2\phi)^{\frac{3}{2}} V(\alpha\alpha\cos\phi^2 - (1-\delta)^2(1+\delta\cos 2\phi))}$$

Mais, avant que d'intégrer ces formules, on en peut déjà déterminer l'angle AMm, que fait l'arc LM avec le Méridien AM, car on aura

$$\sin AMm = \frac{M\mu}{Mm} = \frac{(1-\delta)\, V(1+\delta\cos 2\phi)}{\alpha\cos\phi}.$$

D'où posant $\phi = \lambda$ on aura l'angle ALM, de sorte que

$$\sin ALM = \frac{(1-\delta)\, V(1+\delta\cos 2\lambda)}{\alpha\cos\lambda}.$$

Posons

Poſons cet angle ALM $= \zeta$, pour l'introduire dans le calcul au lieu de la conſtante α; & nous aurons

$$\alpha = \frac{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}}{\sin\zeta\cos\lambda}$$

Cette valeur étant ſubſtituée donne

$$\sin AMm = \frac{\sin\zeta\cos\lambda\sqrt{(1+\delta\cos 2\varphi)}}{\cos\varphi\sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}} \quad \&$$

$$d\omega = \frac{(1-\delta)\,d\varphi\sin\zeta\cos\lambda}{(1+\delta\cos 2\varphi)^{\frac{1}{2}}\cos\varphi\sqrt{(\cos\varphi^2(1+\delta\cos 2\lambda)-\sin\zeta^2\cos\lambda^2(1+\delta\cos 2\varphi))}}$$

$$Mm = \frac{c\,d\varphi\cos\varphi\sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}}{(1+\delta\cos 2\varphi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{(\cos\varphi^2(1+\delta\cos 2\lambda)-\sin\zeta^2\cos\lambda^2(1+\delta\cos 2\varphi))}}$$

Pour intégrer ces formules, il en faut ſéparer les particules, qui dépendent de la petite fraction δ, & quand on néglige les termes, qui renfermeroient le quarré, ou plus hautes puiſſances de δ, on aura

$$d\omega =$$

$$\frac{d\varphi\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\varphi\sqrt{(\cos\varphi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} - \frac{\delta\,d\varphi\sin\zeta\cos\lambda\cos\varphi}{\sqrt{(\cos\varphi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} - \frac{\delta\,d\varphi\sin\zeta\cos\zeta^2\cos\lambda^3\cos\varphi}{(\cos\varphi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)^{\frac{3}{2}}}$$

dont l'intégrale ſe trouve comme il ſuit :

$$\omega = A\sin.\frac{\sin\zeta\cos\lambda\sin\varphi}{\cos\varphi\sqrt{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} - \delta\sin\zeta\cos\lambda\, A\sin.\frac{\sin\varphi}{\sqrt{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}}$$

$$- \frac{\delta\sin\zeta\cos\zeta^2\cos\lambda^3\sin\varphi}{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)\sqrt{(\cos\varphi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} + \text{Conſt.}$$

Où la conſtante ſe doit déterminer en ſorte, que poſant $\varphi = \lambda$ l'angle ω, ou la difference en longitude évanouïſſe.

Par

Par conséquent on aura :

$$\nu = A\,\text{fin.}\,\frac{\text{fin}\,\zeta\,\text{cof}\,\lambda\,\text{fin}\,\phi}{\text{cof}\,\phi\,\sqrt{(1-\text{fin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2)}} - A\,\text{fin}\,\frac{\text{fin}\,\zeta\,\text{fin}\,\lambda}{\sqrt{(1-\text{fin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2)}}$$
$$-\delta\,\text{fn}\,\zeta\,\text{cf}\,\lambda\,\text{Afn.}\,\frac{\text{fin}\,\phi}{\sqrt{(1-\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\lambda^2)}} + \delta\,\text{fn}\,\zeta\,\text{cf}\,\lambda\,\text{Afn}\,\frac{\text{fin}\,\lambda}{\sqrt{(1-\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\lambda^2)}}$$
$$-\frac{\delta\,\text{fin}\,\zeta\,\text{cof}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda)^3\,\text{fin}\,\phi}{(1-\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\lambda^2)\sqrt{(\text{cf}\,\phi^2-\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\lambda^2)}} + \frac{\delta\,\text{fin}\,\zeta\,\text{cof}\,\zeta\,\text{fin}\,\lambda\,\text{cof}\,\lambda^2}{1-\text{fin}\,\zeta^2\,\text{uof}\,\lambda^2}.$$

Opérons de la même maniere pour trouver la longueur du chemin LM, & puisque nous aurons

$$\text{M}m =$$
$$\frac{c\,d\phi\,\text{fin}\,\phi}{\sqrt{(\text{cf}\,\phi^2-\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\lambda^2)}}\left(1+\tfrac{3}{2}\delta+\delta\,\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\lambda^2-3\,\delta\,\text{cf}\,\phi^2-\frac{\delta\,\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\lambda^4}{\text{cf}\,\phi^2-\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\lambda^2}\right)$$

l'intégrale avec la juste constante se trouvera :

$$\text{LM} =$$
$$c(1-\tfrac{1}{2}\delta\,\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\lambda^2)\text{Afn.}\frac{\text{fin}\,\phi}{\sqrt{(1-\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\lambda^2)}} - c(1-\tfrac{1}{2}\delta\,\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\lambda^2)\text{Afn}\frac{\text{fin}\,\lambda}{\sqrt{(1-\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\lambda^2)}}$$
$$-\tfrac{3}{2}\,\delta c\,\text{fin}\,\phi\,\sqrt{(\text{cof}\,\phi^2-\text{fin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2)} + \tfrac{3}{2}\,\delta c\,\text{cof}\,\zeta\,\text{fin}\,\lambda\,\text{cof}\,\lambda$$
$$-\frac{\delta c\,\text{fin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^4\,\text{fin}\,\phi}{(1-\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2)\sqrt{(\text{cf}\,\phi^2-\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2)}} + \frac{\delta c\,\text{fn}\,\zeta^2\,\text{cf}\,\zeta\,\text{fn}\,\lambda\,\text{cf}\,\lambda^3}{1-\text{fin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2}$$

Ainsi connoissant les deux élévations de pole λ & ϕ en L & M, avec l'angle ALM $= \zeta$, que fait la route LM avec le méridien en L, on pourra déterminer tant l'angle AMm, que la route fait en M avec la méridienne, que la difference en longitude, ou l'angle LAM, & la longueur de la route même LM.

COROLL. I.

20. Si nous introduisons aussi l'angle AM$m = \theta$, nous aurons

$$\text{fin}\,\theta = \frac{\text{fin}\,\zeta\,\text{cof}\,\lambda\,\sqrt{(1+\delta\,\text{cof}\,2\,\phi)}}{\text{cof}\,\phi\,\sqrt{(1+\delta\,\text{cof}\,2\,\lambda)}}$$

&

& cette valeur a lieu en général, puisqu'aucune approximation n'est encore employée. Mais, si l'on en veut faire usage, on aura

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\phi}\left(1 - \tfrac{1}{2}\delta\cos 2\lambda + \tfrac{1}{2}\delta\cos 2\phi\right) \text{ ou bien}$$

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\phi}\left(1 - \delta\cos\lambda^2 + \delta\cos\phi^2\right)$$

COROLL. 2.

21. Pour abréger le calcul des quantités approchées de ω & de LM, on peut chercher un angle α qui soit:

$$\alpha = A\sin\frac{\sin\zeta\cos\lambda\sin\phi}{\cos\phi\sqrt{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} - A\sin\frac{\sin\zeta\sin\lambda}{\sqrt{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}}$$

& alors on obtiendra

$$\omega = \alpha - \delta\sin\zeta\cos\lambda\, A\sin\frac{\sin\alpha\cos\phi}{\sin\zeta} - \frac{\delta\sin\alpha\cos\zeta\cos\lambda^2\cos\phi}{\sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} \quad \&$$

$$LM = c\left(1-\tfrac{1}{2}\delta\sin\zeta^2\cos\lambda^2\right)A\sin\frac{\sin\alpha\cos\phi}{\sin\zeta} - \frac{\delta c\sin\alpha\sin\zeta\cos\zeta\cos\lambda^3\cos\phi}{\sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}}$$
$$-\tfrac{3}{2}\delta c\sin\phi\sqrt{(\cos\phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)} + \tfrac{3}{2}\delta c\cos\zeta\sin\lambda\cos\lambda.$$

COROLL. 3.

22. S'il étoit $\delta = 0$, on tireroit de ces formules toutes les régles connuës de la Trigonométrie Sphérique ; mais ayant déjà amplement traité ce sujet, je ne m'y arrêterai point. Cependant on remarquera que les trois élémens ζ, λ, & ϕ étant donnés, on en peut déterminer le quatrième θ sans intégration & approximation, tandis que les deux derniers ω & LM ne sçauroient être assignés sans ces subsides.

SCHOLIE.

23. Voilà donc les formules, qui renferment en général les principes de la Trigonométrie Sphéroïdique, ayant trouvé la résolu-

tion du triangle LAM. Car, quoique je suppose un de ses angles au pole A, c'est une limitation que la nature du problème semble absolument exiger; & si aucun des trois angles ne tomboit dans l'un des poles, il faudroit tirer par chacun des méridiens, & réduire par là le cas à la résolution de deux ou trois tels triangles, que je viens de considérer. Puisqu'une surface spheroïdique ne s'est pas semblable par tout, pour fixer la situation d'un point quelconque, il en faut savoir son lieu par rapport aux poles du spheroïde, qui se détermine le plus commodément par la latitude ou l'élevation du pole: & c'est dans cette vuë, que pour les points L & M j'ai introduit dans le calcul les angles λ & ϕ, qui en marquent les latitudes. Or de là on est en état d'assigner les arcs des méridiens mêmes AL & AM, qui donnent les distances absoluës de ces points au pole A. Cependant ces distances n'influënt pas immédiatement sur la solution du problème, & il suffit de connoitre les latitudes des points. Ensuite pour les côtés, ou les lignes les plus courtes qu'on peut tirer d'un point à un autre quelconque, la principale détermination, à laquelle il faut reflêchir, est l'angle qu'une telle ligne fait avec les méridiens. Par ces raisons ayant deux points quelconques L & M sur une surface spheroïdique, pour chercher le chemin le plus court LM qui méne de l'un à l'autre, il faut d'abord avoir égard à la latitude de chacun de ces deux points, comme dans le calcul précédent l'angle λ marque celle du point L, & ϕ celle du point M. Depuis, après avoir tiré par les points L & M les méridiens AL & AM; il s'agit de savoir premièrement l'angle LAM $= \omega$, qui marque la difference en longitude des deux lieux proposés L & M, & ensuite les angles ALM $= \zeta$ & AM$m = \theta$, que la route la plus courte fait avec les méridiens en L & M. Et enfin on aura à déterminer la longueur même du chemin le plus court LM, de sorte que nous ayons en tout à considérer six élémens λ, ϕ, ζ, θ, ω, & LM, qui ont, comme dans la Trigonométrie ordinaire un tel rapport entr'eux, qu'en connoissant trois, on puisse déterminer les trois autres. Dans la solution que je viens de donner, j'ai considéré les trois élémens λ, ϕ, & ζ, comme donnés,

donnés, desquels on trouve aisément le quatrième θ, par l'équation $\sin\theta = \frac{\sin\zeta \cos\lambda \sqrt{(1+\delta\cos 2\phi)}}{\cos\phi \sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}}$, de sorte que la solution seroit toujours la même, quelques autres trois de ces quatre élémens λ, ϕ, ζ, & θ, fussent donnés, puisque le quatrième en seroit d'abord connu. Mais il n'en est pas de même, si l'un des deux autres ω, & LM, se trouvoit parmi les connuës; car puisque les formules, qui expriment les valeurs de ω & LM sont si compliquées, & qu'elles n'ont lieu que lorsque la fraction δ est extrèmement petite, on n'en sauroit éliminer les élémens inconnus. Cependant dans le cas ou δ est extrèmement petite, on n'auroit qu'à regarder le problème comme de la Trigonométrie ordinaire, & ensuite chercher les corrections, qui résultent de l'aberration de la figure sphèrique, par la méthode ordinaire des approximations. Mais il semble que l'évolution d'un tel cas ne sera presque jamais nécessaire, vû qu'on peut supposer que tant les latitudes des points L & M, que les angles ζ & θ que la ligne tirée LM fait avec les méridiens en L & M, soient connus étant déterminables par les opérations les plus aisées. Or le plus grand avantage, qu'on puisse tirer de cette solution, est sans doute une nouvelle méthode, qu'elle fournit pour découvrir la veritable ellipticité de la figure de la terre, ou le rapport entre son axe & le diamétre de son équateur: & cela se pourra exécuter, sans qu'on ait besoin de mesurer actuellement quelque ligne, qu'on aura tirée sur la surface de la terre; ce que je m'en vais expliquer plus amplement dans le problème suivant.

PROBLEME III.

24. *Déterminer le rapport du diamétre de l'équateur à l'axe de la terre sans le secours des mesures actuelles de quelques degrés de méridien, par une maniere qui se puisse exécuter dans une seule contrée de la terre.*

SOLUTION.

Pour connoitre la figure de la Terre, on a regardé jusqu'ici comme le seul moyen, de mesurer sous des latitudes fort differentes la grandeur d'un degré du méridien; afin que de leur inégalité on pût conclure celle qui se trouve entre l'axe de la Terre & le diamétre de son équateur. Mais la méthode que je m'en vai proposer ici, ne demande que des opérations, qu'on peut faire dans une contrée asses bornée, ou dans un pays d'une étenduë mediocre, & cela sans qu'on ait besoin de mesurer géométriquement quelque ligne tirée sur la surface de la Terre. Supposons donc que le point L se trouve à un bout d'une grande plaine, & d'abord il faut qu'on y observe la hauteur du pole, & qu'on y tire avec la derniere précision la ligne méridienne. Pour l'élévation absoluë du pole, il suffit qu'on la sache à une minute près; mais il est nécessaire, qu'on y observe très exactement la distance de quelques étoiles fixes au zenith au tems de leur culmination. Soit donc λ la hauteur du pole au point L. Qu'on parte ensuite du point L selon une route, qui fasse un angle oblique avec la méridienne, mais qu'on mesure le plus exactement qu'il est possible cet angle, que fait le commencement de la route avec la méridienne en L. Qu'on poursuive après la même route, en fixant perpendiculairement des piques en sorte qu'elles paroissent toutes disposées en ligne droite; & qu'on continuë cette ligne, qui semblera droite, aussi loin que le terrain le permettra, ayant toujours en vuë que la route ainsi décrite convienne avec celle que formeroit une corde tenduë sur la Terre. Il seroit bon, qu'on pût pousser cette opération par une étenduë de plusieurs milles d'Allemagne. De cette maniere on sera asseuré avoir tracé la ligne la plus courte sur la surface de la Terre, & on n'aura pas besoin d'en mesurer la longueur. Soit donc ζ l'angle que fait cette route en L avec la Méridienne; & ayant poursuivi cette route fort loin jusqu'en M, qu'on y observe le plus soigneusément les distances des mêmes étoiles fixes au zenith de M à leur passage par le Méridien, afin qu'on en puisse exacte-

exactement conclure la difference des latitudes en L & M, ce qui se pourra faire à quelques secondes près ; soit donc ϕ l'élévation du Pole en M, & quoique sa quantité absoluë ne soit peut-être pas exacte au dernier degré, que du moins la difference entre λ & ϕ le soit autant qu'il est possible. Enfin, on doit aussi tirer en M la méridienne, & mesurer l'angle A M *m*, que fait avec elle la continuation de la même route LM, & on nommera cet angle $= \theta$: ce sont toutes les opérations qu'on aura à faire pour déterminer le rapport entre le demi-axe $= a$ & le démi-diamètre de l'équateur $= e$. Car posant $\frac{ee - aa}{ee + aa} = \delta$, de sorte que $\frac{aa}{ee} = \frac{1 - \delta}{1 + \delta}$ & $\frac{a}{e} = \frac{2 - \delta}{2 + \delta}$ à peu près, ou $\frac{e}{a} = 1 + \delta$, nous n'aurons qu'à résoudre cette équation :

$$\sin\theta \cos\phi \sqrt{(1 + \delta \cos 2\lambda)} = \sin\zeta \cos\lambda \sqrt{(1 + \delta \cos 2\phi)}$$

d'où les quatre angles λ, ϕ, ζ & θ étant donnés on tire

$$\delta = \frac{\sin\zeta^2 \cos\lambda^2 - \sin\theta^2 \cos\phi^2}{\sin\theta^2 \cos\phi^2 \cos 2\lambda - \sin\zeta^2 \cos\lambda^2 \cos 2\phi}$$

& partant :

$$\frac{ee}{aa} = \frac{\sin\zeta^2 \cos\lambda^2 \sin\phi^2 - \sin\theta^2 \cos\phi^2 \sin\lambda^2}{\sin\theta^2 \cos\phi^2 \cos\lambda^2 - \sin\zeta^2 \cos\lambda^2 \cos\phi^2}$$

ou bien : $$\frac{ee}{aa} = 1 + \frac{\sin\zeta^2 \cos\lambda^2 - \sin\theta^2 \cos\phi^2}{\cos\lambda^2 \cos\phi^2 (\sin\theta^2 - \sin\zeta^2)}$$

Ayant donc exactement observé & mesuré les quatre angles λ, ϕ, ζ, & θ, on en pourra conclure le rapport entre l'axe de la Terre & le diametre de son équateur, par le moyen de cette formule que je viens de découvrir ; sur laquelle il faut remarquer, qu'elle est exacte, & ne demande aucune approximation, à laquelle il faut nécessairement recourir en employant la méthode ordinaire. Mais, pour rendre cette conclusion d'autant plus seure, il faut choisir une telle contrée sur la

Terre

Terre, & une telle direction de la route qu'on trace, que de petites erreurs commises dans la mesure des angles influent le moins qu'il soit possible sur la conclusion. Or il est évident que, plus le dénominateur $\cos\lambda^2 . \cos\phi^2 . (\sin\theta^2 - \sin\zeta^2)$ sera grand, plus aussi deviendra grand le numérateur, ou la difference entre $\sin\zeta^2\cos\lambda^2$ & $\sin\theta^2\cos\phi^2$, ce qui est sans doute le cas le plus favorable, puisqu'alors une petite erreur commise dans la mesure des angles influë moins sur la valeur du numérateur, d'où dépend la justesse de la conclusion.

REMARQUE.

25. Après avoir observé les deux hauteurs du pole en L & M avec l'angle ALM $= \zeta$, si la Terre étoit sphérique, l'angle AM*m* $= \theta$ seroit tel qu'il fût $\sin\theta = \frac{\sin\zeta\ \cos\lambda}{\cos\phi}$: donc l'ellipticité de la Terre ne pourra être concluë qu'entant que cet angle se trouvera, ou plus grand, ou plus petit. Or à cause de l'ellipticité nous avons

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta\ \cos\lambda}{\cos\phi} \cdot \sqrt{\frac{1 + \delta\cos 2\phi}{1 + \delta\cos 2\lambda}}$$

ou bien à cause de λ très petit :

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta\ \cos\lambda}{\cos\phi}\ (1 + \delta\cos\phi^2 - \delta\cos\lambda^2)$$

Ici il est évident que la difference entre les latitudes λ & ϕ doit être sensible ; car si elle étoit trop petite, la moindre erreur commise dans leur Observation en produiroit une très considérable dans la conclusion. Il faut donc que la route LM ne soit pas perpendiculaire aux méridiennes, puisqu'alors en avançant sur cette route, on ne changeroit pas sensiblement de latitude. On doit principalement ici avoir égard à la longueur de la route LM, quoiqu'il ne soit pas nécessaire de la mesurer; car il est avantageux qu'on puisse parvenir à une conclusion assés seure, sans qu'on soit obligé de poursuivre cette route trop loin. Soit donc s la longueur de la route LM, ou soit plûtot s l'angle, auquel

quel répond sur une surface sphèrique égale à celle de la Terre un arc égal à ce chemin, & puisque cet angle est assés petit, on aura à peu près $\phi = \lambda + s \cos\zeta$; d'où l'on voit que $\cos\zeta$ ne doit pas être trop petit, & partant l'angle ζ ne point trop approcher d'un droit. Mais il faut également que cet angle ζ ne soit pas trop petit, puisqu'alors la différence entre les angles ζ & θ deviendroit trop petite, ce qui rendroit la conclusion également incertaine. Car ayant $\cos\phi = \cos\lambda - s \cos\zeta \sin\lambda$, à cause de s fort petit, on auroit:

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta}{1 - s\cos\zeta\,\mathrm{tang}\,\lambda}\,(1 - 2\delta s \cos\zeta \sin\lambda \cos\lambda)$$

d'où l'on voit, que pour que la différence $2\delta s \cos\zeta \sin\lambda \cos\lambda$ devienne sensible, la contrée LM ne doit pas être trop proche, ni du Pole, ni de l'Equateur.

EXEMPLE I.

26. Supposons que le lieu L se trouve à la latitude de 48° de sorte que $\lambda = 48°$, & que la route LM fasse avec la méridienne un angle $\zeta = 30°$; Qu'on ait continué cette route jusqu'à ce qu'on soit parvenu en M à la latitude de 48°, 52′, ce qui arrivera après avoir poussé la route par un espace de 15 miles d'Allemagne à peu près. Ayant donc $\phi = 48°, 52'$, si la terre étoit sphèrique, on trouveroit l'angle $AMm = \theta = 30°, 34', 15''$. Mais à cause de l'ellipticité de la terre, si nous supposons $\delta = \frac{1}{215}$, l'angle θ se trouvera plus petit de 8″, & nous aurons $\theta = 30°, 34', 7'$.

Mais si du même lieu L où $\lambda = 48°$, on étoit parti sous l'angle $ALM = \zeta = 60°$, jusqu'à ce qu'on fut arrivé à la latitude $\phi = 48°, 30'$, ce qui arriveroit aussi après avoir fait un chemin de 15 miles d'Allemagne environ; dans l'hypothese de la Terre sphèrique on trouveroit l'angle $AMm = \theta = 60°, 59', 23''$. Mais dans l'hypothese de $\delta = \frac{1}{215}$ cet angle seroit $\theta = 60°, 59', 9''$, & partant de 14″ moindre. Ce cas sera donc préférable au précédent pour en connoitre l'ellipticité de la Terre.

Suppoſons que partant du même lieu L où $\lambda = 48°$, la route LM ſoit telle que l'angle ALM $= \zeta = 80°$, & qu'après avoir fait un chemin de 15 miles environ, on parvienne en M à la latitude $\phi = 48°, 10'$. Alors dans l'hypotheſe de la terre ſphèrique on trouveroit l'angle AM$m = \theta = 81°, 6', 59''$: or dans l'hypotheſe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{215}$, cet angle ſeroit $\theta = 81°, 6', 42''$, & partant de $17''$ moindre.

EXEMPLE 2.

27. Poſons que la contrée ſoit ſi grande, qu'on puiſſe continuer la route LM à la diſtance de 30 miles environ, & que la latitude du lieu L ſoit la même qu'auparavant ſavoir, $\lambda = 48°$. Suppoſons d'abord que l'angle de la route ſoit ALM $= \zeta = 30°$, & la latitude en M ſera $\phi = 49°, 44'$. Donc, ſi la terre étoit ſphèrique, l'angle AMm ſeroit $\theta = 31°, 10', 20''$; mais dans l'hypotheſe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{215}$ cet angle ſera $\theta = 31°, 10', 4''$, & partant de $16''$ plus petit.

Mais en partant du même lieu L où $\lambda = 48°$, ſous l'angle ALM $= \zeta = 60°$, par un eſpace de 30 miles environ, juſqu'à ce qu'on parvienne à la latitude $\phi = 49°$, l'hypotheſe ſphèrique de la terre donneroit l'angle AM$m = \theta = 62°, 2', 27''$; mais l'hypotheſe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{215}$ produiroit $\theta = 62°, 1', 58''$, la différence étant $29''$.

Or ſuppoſons que la route tracée LM faſſe avec la méridienne en L l'angle $\zeta = 80°$, & qu'après l'avoir continuée par 30 miles environ, on ſoit parvenu en M à la latitude $\phi = 48°, 21'$. Alors dans l'hypotheſe ſphèrique l'angle AMm ſeroit $\theta = 82°, 32', 53''$; or dans l'hypotheſe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{215}$ cet angle ſera $\theta = 82°, 32', 11''$, de $42''$ moindre.

Puiſque dans ce cas la différence en latitude eſt encore aſſés ſenſible, on pourra l'angle ζ plus approcher de $90°$: ſoit donc l'angle ALM $= \zeta = 85°$, & qu'après un chemin de 30 miles environ on

parvienne

parvienne en M, où la latitude soit $\phi = 48°, 10'$. Alors dans l'hypothese sphérique l'angle AM*m* seroit $\theta = 88°, 3', 43''$, or dans l'hypothese de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$ cet angle sera $\theta = 88°, 2', 27''$, & partant de $76''$ moindre.

COROLLAIRE.

28. On voit par là, qu'à moins que la contrée LM ne soit fort proche de l'équateur, il est toujours avantageux de prendre l'angle HLM à peu près droit. On le pourra même faire tout à fait droit, mais alors le calcul deviendra un peu different de celui, que j'ai employé jusqu'ici, puisqu'en poursuivant la route LM, on approchera de plus en plus de l'équateur. Mais il faut bien remarquer, qu'on fait ici abstraction de toute erreur, qui se pourroit trouver dans les hauteurs du Pole. Il vaudra donc la peine de déveloper ce cas particulièrement.

PROBLEME IV.

29. *Si en partant du lieu* L *on trace la route* LM *en sorte, qu'elle soit perpendiculaire à la méridienne* ALE, *& qu'on continuë cette route en* M, *où l'on observe la hauteur du pole : trouver l'angle* AML, *que cette route fera avec la méridienne tirée par* M, *tant dans l'hypothese de la terre sphérique, que dans l'hypothese de l'ellipticité exprimée par la fraction* δ. Fig. 3.

SOLUTION.

Soit λ la hauteur du Pole observée en L, & traçant la route LM perpendiculairement à la méridienne tirée en L, on y trouvera la hauteur du Pole de plus en plus petite. Car si dans l'hypothese de la terre sphérique on continuoit l'arc LM, qu'il répondit à l'angle s, & qu'on nommât la hauteur du pole en M $= \phi$, on auroit par la trigonométrie sphérique $\sin\phi = \sin\lambda \cos s$, & partant $\phi < \lambda$. Soit donc en général ϕ la hauteur du pole observée en M, & puisque $\phi < \lambda$, posons $\phi = \lambda - \omega$, de sorte que ω soit un angle fort petit par rapport à λ, parce que nous supposons le lieu L assés éloigné de l'équateur, & la ligne LM fort petite.

Cela

Cela posé si la terre étoit sphérique, & que nous nommassions l'angle ALM $= \theta$, nous aurions à cause de $\zeta = 90°$:

$$\sin\theta = \frac{\cos\lambda}{\cos\phi} = \frac{\cos\lambda}{\cos\lambda\ \cos\omega + \sin\lambda\ \sin\omega}$$

& à cause de ω fort petit,

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{(2\omega\sin\lambda\ \cos\lambda + \sin\lambda^2 - \omega^2\cos\lambda^2)}}{\cos\lambda + \omega\sin\lambda};$$

ou

$$\cos\theta = \left(\frac{1}{\cos\lambda} - \frac{\omega\sin\lambda}{\cos\lambda^2}\right)\left(\sqrt{2\omega\sin\lambda\cos\lambda} - \frac{\omega^2(\cos\lambda^2 - \sin\lambda^2)}{2\sqrt{2\omega\sin\lambda\cos\lambda}}\right)$$

d'où nous tirons :

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{\omega\sin 2\lambda}}{\cos\lambda} - \frac{\omega^2(2 - \cos 2\lambda)}{2\cos\lambda\sqrt{\omega\sin 2\lambda}}.$$

Donc, puisque l'angle θ est à peu près droit, si nous posons $\theta = 90° - \mu$, à cause de $\cos\theta = \sin\mu = \mu - \frac{1}{6}\mu^3$, nous aurons

$$\mu = \frac{\sqrt{\omega\sin 2\lambda}}{\cos\lambda} - \frac{\omega^2(4 - \cos 2\lambda)}{6\cos\lambda\sqrt{\omega\sin 2\lambda}}.$$

Mais considérons à présent la terre comme un ellipsoïde, & ayant :

$$\sin\theta = \frac{\cos\lambda}{\cos\phi}(1 + \delta\cos\phi^2 - \delta\cos\lambda^2)$$

ou bien

$$\sin\theta = (1 - \omega\ \mathrm{tang}\ \lambda)(1 + 2\delta\omega\sin\lambda\ \cos\lambda)$$

Puisque l'angle θ est aussi à peu près droit, posons pour ce cas $\theta = 90° - \mu$ & nous trouverons

$$\mu = \frac{\sqrt{\omega\sin 2\lambda}}{\cos\lambda} - \frac{\omega^2(4 - \cos 2\lambda)}{6\cos\lambda\sqrt{\omega\sin 2\lambda}} - \frac{2\delta\omega\sin\lambda\ \cos\lambda^2}{\sqrt{\omega\sin 2\lambda}}.$$

D'où

D'où l'on voit que la difference entre la figure ſphérique & elliptique de la terre, produit dans l'angle $AML = \theta$ une difference qui monte à $\delta \operatorname{cof} \lambda \sqrt{\omega} \operatorname{fin} 2\lambda$, dont l'angle AML eſt plus grand dans l'hypotheſe de l'ellipſoïde applati, que dans l'hypotheſe ſphérique.

Mais, ſi la route ML eſt meſurée ſur la ſurface ſphérique par l'angle s, ayant $\operatorname{fin} \phi = \operatorname{fin} \lambda \operatorname{cof} s = \operatorname{fin} \lambda \operatorname{cof} \omega - \operatorname{cof} \lambda \operatorname{fin} \omega$, on aura $\omega = \frac{1}{2} ss \operatorname{tang} \lambda$, & partant la dite difference ſera $= \delta s \operatorname{fin} \lambda \operatorname{cof} \lambda$.

COROLL. I.

30. De là on voit que cette différence devient la plus grande ſous la latitude de $45°$, la longueur de la route s demeurant la même. Or, ſi nous poſons $s = 2°$, $\lambda = 45°$, & $\delta = \frac{1}{215}$ cette différence ne ſe trouve que $\frac{1}{215} \cdot \frac{1}{2} s = 15\frac{2}{3}''$, ce qui eſt de beaucoup moins que dans le dernier cas du ſecond Exemple (27), où pour une route égale ayant pris l'angle $\zeta = 85°$, la différence s'eſt trouvée $76''$.

COROLL. 2.

31. Il n'eſt donc pas avantageux de faire l'angle $ALM = \zeta$ droit, quoique la difference devienne très ſenſible, ſi l'on approche cet angle tant de $90°$, qu'il n'en différe plus ſenſiblement: puiſque dans le cas $\zeta = 85°$, la différence s'eſt trouvée de $76''$, tandis que faiſant l'angle ζ droit, elle ne monte qu'à environ $15''$.

COROLL. 3.

32. Il eſt donc fort important de déterminer l'angle ζ, ſuivant lequel, lorsqu'on produit la route LM juſqu'à une certaine diſtance, la différence entre les valeurs de l'angle θ, qui répondent tant à la figure ſphérique qu'elliptique de la terre, devienne la plus grande.

PROBLEME V.

Fig. 2. 33. *Trouver la direction de la route* LM, *qu'il faut choisir pour qu'après être parvenu en* M, *&* *y avoir observé la hauteur du pole, l'angle de la route avec la méridienne en* M *differe le plus qu'il soit possible dans les hypotheses de la sphéricité & ellipticité de la Terre.*

SOLUTION.

Soit la hauteur du pole en L $= \lambda$, l'angle de la route LM, qu'on cherche, ALM $= \zeta$, & la hauteur du pole en M $= \phi$. Or le principal, à quoi il faut ici réfléchir, est la longeur du chemin LM, afin qu'en la prenant à peu près la même, la différence entre la sphéricité & l'ellipticité de la terre devienne la plus sensible dans l'angle AM*m*. Que l'angle s marque la longueur de la route LM, si la terre étoit sphérique, & alors on aura par la trigonométrie spherique:

$$\sin\phi = \cos\zeta \cos\lambda \sin s + \sin\lambda \cos s$$

Soit donc cet angle ϕ la hauteur du Pole en M, où il faut bien remarquer, que lorsque la terre n'est pas sphérique, l'angle s ne se rapporte plus à la longueur de la route LM, où il n'en marquera qu'à peu près la grandeur.

Considérons maintenant la terre comme sphérique, & posons l'angle AM*m* $= \theta$, & nous avons vû qu'il y aura $\sin\theta = \frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\phi}$.

Mais donnant à la terre une ellipticité exprimée par δ, cet angle AM*m* sera un peu plus petit; posons donc cet angle AM*m* $= \theta - \omega$, & nous aurons

$$\sin(\theta - \omega) = \frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\phi} \left(1 - \delta\left(\cos\lambda^2 - \cos\phi^2\right)\right)$$

or cette équation se reduit à

$$\cos\omega - \cot\theta \sin\omega = 1 - \delta\left(\cos\lambda^2 - \cos\phi^2\right)$$

d'où

d'où l'on voit que l'angle ω étant fort petit, le cas ne sauroit être plus favorable; que lorsque $\theta = 90°$, puisqu'alors, à cause de $\text{cos}\,\omega = 1 - \frac{1}{2}\omega\omega$, & $\omega^2 = 2\delta(\text{cos}\,\lambda^2 - \text{cos}\,\phi^2)$ la difference ω est déterminée par $\sqrt{\delta}$, & partant beaucoup plus considérable que si elle étoit proportionnelle à δ.

Posons donc $\theta = 90°$, & il faut qu'il y ait: $\text{sin}\,\zeta = \frac{\text{cos}\,\Phi}{\text{cos}\,\lambda}$, ou $\text{cos}\,\phi = \text{sin}\,\zeta\,\text{cos}\,\lambda$, donc $\text{sin}\,\Phi = \sqrt{(1 - \text{sin}\,\zeta^2\,\text{cos}\,\lambda^2)}$. Or cette valeur étant substituée donne

$$1 - \text{sin}\,\zeta^2\,\text{c}\lambda^2 = \text{cos}\,\zeta^2\,\text{c}\lambda^2\,\text{sin}\,s^2 + 2\,\text{c}\zeta\,\text{sin}\,\lambda\,\text{c}\lambda\,\text{sin}\,s\,\text{cos}\,s + \text{sin}\,\lambda^2\,\text{c}s^2$$

où

$$0 = (\text{cos}\,\zeta\,\text{cos}\,\lambda\,\text{cos}\,s - \text{sin}\,\lambda\,\text{sin}\,s)^2 \text{ donc } \text{cos}\,\zeta = \text{tang}\,\lambda\,\text{tang}\,s$$

& de là nous tirons:

$$\text{sin}\,\phi = \frac{\text{sin}\,\lambda\,\text{sin}\,s^2}{\text{cos}\,s} + \text{sin}\,\lambda\,\text{cos}\,s = \frac{\text{sin}\,\lambda}{\text{cos}\,s}$$

Ayant donc établi la longueur de la route à peu près selon la nature de la contrée, en sorte que quinze miles d'Allemagne soient contées pour un degré: on aura d'abord l'angle ALM $= \zeta$, que la route doit faire avec la méridienne en l, par la formule $\text{cos}\,\zeta = \text{tang}\,\lambda\,\text{tang}\,s$: & on parviendra sur cette route à un endroit M, où l'élévation du pole sera ϕ, de sorte que $\text{sin}\,\Phi = \frac{\text{sin}\,\lambda}{\text{cos}\,s}$.

Or étant parvenu à cette hauteur du Pole sur la route marquée LM, il est certain que si la terre étoit sphérique, on trouveroit la route perpendiculaire à la méridienne en M; ou bien l'angle θ seroit droit. Mais, dans l'hypothese de l'ellipticité de la Terre, l'angle AMm se trouvera moindre que droit: supposons donc que cet angle soit $= 90° - \omega$, & nous aurons à cause de $\theta = 90°$

$$\text{cos}\,\omega = 1 - \delta(\text{cos}\,\lambda^2 - \text{cos}\,\phi^2) = 1 - \tfrac{1}{2}\omega\omega$$

donc

donc $\omega = \sqrt{2\delta(\cos\lambda^2 - \cos\phi^2)}$

or $\cos\phi^2 = 1 - \frac{\sin\lambda^2}{\cos s^2}$ & partant

$$\cos\lambda^2 - \cos\phi^2 = -\sin\lambda^2 + \frac{\sin\lambda^2}{\cos s^2} = \sin\lambda^2 \operatorname{tang} s^2$$

Par conféquent nous aurons $\omega = \sin\lambda \operatorname{tang} s \sqrt{2\delta}$

ou, puisque l'arc s eſt toujours ſi petit, qu'on le peut confondre avec la tangente, la différence des angles AMm qui répondent, ou à la ſphéricité ou à l'ellipticité de la Terre, ſera

$$\omega = s \sin\lambda \sqrt{2\delta}$$

Et réciproquement ayant bien obſervé l'angle $AMm = 90° - \omega$, on en déduira la figure elliptique de la terre: $\delta = \frac{\omega^2}{2 s s \sin\lambda^2}$ ou à cauſe de $s = \frac{\cos\zeta}{\operatorname{tang}\lambda}$: on aura $\delta = \frac{\omega\,\omega}{2\cos\zeta^2 \cos\lambda^2}$.

COROLL. 1.

34. Cette méthode ſemble donc fort avantageuſe dans toutes les régions de la terre, qui ne ſont pas trop proches de l'équateur, puis que à cauſe de $\sin\lambda$ trop petit, la difference ω deviendroit inſenſible. Mais plus le païs eſt éloigné de l'équateur, cette opération ſe pratiquera avec d'autant plus de ſuccés. Cependant il eſt évident, que trop près des Poles cette méthode perd à d'autres égards ſon utilité; puiſque ſous les Poles mêmes il n'y a point de lignes méridiennes.

COROLL. 2.

35. Plus on continuë loin la route LM, & plus devient grande la différence ω dans la même raiſon. Mais il n'en eſt pas de même de l'ellipticité δ, dont l'angle ω ſuit la raiſon ſoudoublée: de ſorte que ſi la valeur de δ devenoit quatre fois plus grande, l'angle ω ne ſeroit augmenté

menté qu'au double. Or la grandeur de cet angle ω suppléra suffisamment à ce défaut.

COROLL. 3.

36. Supposons l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$, & la longueur de la route LM environ de 15 miles d'Allemagne. Soit de plus la hauteur du pole en L de 45°, & à cause de sin $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$ & $s = 1°$, il y aura à peu prés $\omega = \frac{1}{15}$ degré $= 4'$; & cette différence est assés sensible pour découvrir la véritable ellipticité de la terre.

EXEMPLE.

37. Que le lieu L se trouve à la latitude de 52°, 31', & qu'on ait la commodité de tracer une ligne vers l'ouëst, ou environ, par une étenduë de 15 miles environ, & il s'agit de trouver la direction la plus avantageuse de la ligne LM à tracer. Puisque $\lambda = 52°, 31'$ & $s = 1°$, on aura

$$
\begin{array}{rlcrl}
 & l\,\text{tang}\,\lambda = 10,1152811 & & & l\,\text{sin}\,\lambda = 9,8995636 \\
+ & l\,\text{tang}\,s = \underline{8,2419215} & & - & l\,\text{cos}\,s = \underline{9,9999338} \\
 & l\,\text{cos}\,\zeta = 8,3572026 & & & l\,\text{sin}\,\phi = 9,8996298
\end{array}
$$

donc $\zeta = 88°, 41', 45''$ & $\phi = 52°, 31', 41''$.

Maintenant, puisqu'il seroit impossible d'observer exactement ces mesures, & qu'il suffit de s'en tenir à peu près, supposons qu'on ait tracé la ligne LM en sorte, qu'elle fasse avec la méridienne tirée par L vers le nord un angle de 88°, 41', 30'', & qu'on ait poussé cette ligne jusqu'en M, où l'on ait observé la hauteur du pole de 40'' plus grande qu'en L: de sorte que

$$\lambda = 52°, 31'; \ \zeta = 88°, 41'\ 30'' \ \& \ \phi = 52°, 31', 40''$$

Cela posé, voyons sous quel angle cette ligne LM sera inclinée à la méridienne tirée par M, tant lorsque la terre seroit sphérique que sphéroïdique

dique elliptique dans l'hypothese $\delta = \frac{1}{229}$. Or d'abord si la terre étoit sphérique, & qu'on posât l'angle A M $m = \theta$, ayant $\sin\theta = \frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\phi}$, nous aurons ce calcul à faire:

$$l\sin\zeta = 9{,}9998868$$
$$l\cos\lambda = 9{,}7842824$$
$$9{,}7841692$$
$$l\cos\phi = 9{,}7841726$$
donc $l\sin\theta = 9{,}9999966$
& partant $\theta = 89°, 46', 24''$

Mais si la terre étoit sphéroïdique selon la valeur $\delta = \frac{1}{229}$ & que θ marquât encore l'angle AMm, ayant

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\phi}\left(1 - \delta(\cos\lambda^2 - \cos\phi^2)\right)$$

il faudra faire ce calcul:

$l\cos\lambda^2 = 9{,}5685648$ . . . . . . $\cos\lambda^2 = 0{,}3703094$
$l\cos\phi^2 = 9{,}5683452$ . . . . . . $\cos\phi^2 = 0{,}3701223$
$\cos\lambda^2 - \cos\phi^2 = 0{,}0001171$
$\delta(\cos\lambda^2 - \cos\phi^2) = 0{,}0000008$

& partant $\sin\theta = 0{,}9999992 \cdot \frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\phi}$

or $l\frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\phi} = 9{,}9999966$
$l\,0{,}9999992 = 9{,}9999996$
$\sin\theta = 9{,}9999962$
& partant $\theta = 89°, 45', 36''$

La différence est donc $48''$, mais elle monteroit bien à $4'$, $30''$, si l'on avoit suivi exactement les déterminations trouvées par le calcul.

REMAR-

REMARQUE. I.

38. Mais dans cet exemple & d'autres semblables, il faut bien remarquer, que la différence des latitudes λ & ϕ est si petite, que la moindre erreur commise dans les observations influeroit trop sensiblement sur la conclusion. Car, puisqu'après avoir observé les quatre angles λ, ϕ & ζ, θ, on a pour l'ellipticité de la terre

$$\delta = \left(1 - \frac{\sin\theta \cos\phi}{\sin\zeta \cos\lambda}\right) : (\cos\lambda^2 - \cos\phi^2)$$

pour que la conclusion soit seure, il faut que le dénominateur ne provienne pas trop petit. Or, pour faire voir combien une erreur commise dans la mesure de ces angles influë sur la conclusion, considérons le dernier cas du 2 exemple §. 27. où supposant $\delta = \frac{1}{225}$ les quatre angles étoient :

$$\lambda = 48^\circ;\ \phi = 48^\circ,\ 10';\ \zeta = 85^\circ,\ \&\ \theta = 88^\circ,\ 2',\ 27''.$$

& supposons que dans la difference des latitudes λ & ϕ, & dans celle des angles ζ & θ, on se soit trompé de $5''$, de sorte que des opérations actuelles on ait tiré,

$$\lambda = 48^\circ;\ \phi = 48^\circ,\ 10',\ 5'';\ \zeta = 85^\circ;\ \&\ \theta = 18^\circ,\ 2',\ 22''.$$

& voyons quelle seroit l'ellipticité qu'on en trouvera :

$l \sin\theta$ =	9,9997457	$l \cos\lambda^2$ =	9,6510218
$l \cos\phi$ =	9,8240919	$l \cos\phi^2$ =	9,6481838
	9,8238376	$\cos\lambda^2$ =	0,4477358
$l \sin\zeta$ =	9,9983442	$\cos\phi^2$ =	0,4448195
$l \cos\lambda$ =	9,8255109	Den. =	0,0029163
	9,8238551		
$l \frac{\sin\theta \cos\phi}{\sin\zeta \cos\lambda}$ =	9,9999825	donc δ =	$\frac{403}{29163} = \frac{1}{72}$
nombre =	0,9999597		
Numérateur =	0,0000403		

On trouveroit donc l'ellipticité beaucoup plus grande qu'elle ne seroit en effet, & cette grande différence résulte principalement de l'erreur de l'angle ϕ dans le numérateur : car le dénominateur n'en souffre pas

confidérablement. Car, si l'on se trompe dans l'angle ϕ de $d\phi$, la valeur de δ en devient fausse de $\frac{d\phi \sin\theta \sin\phi}{\sin\zeta \cos\lambda(\cos\lambda^2 - \cos\phi^2)}$, ou bien cette erreur sera à la quantité de δ même, comme $d\phi \sin\theta \sin\phi$ à $\sin\zeta \cos\lambda - \sin\theta \cos\phi$. Donc, afin que l'erreur ne soit pas considérable, il faut que $\sin\zeta \cos\lambda - \sin\theta \cos\phi$, & partant aussi le dénominateur $\cos\lambda^2 - \cos\phi^2$ ne devienne pas trop petit.

REMARQUE. 2.

39. Il vaudra donc mieux de faire l'angle $ALM = \zeta$ plus petit, quoique la différence dans l'angle θ pour l'hypothese sphérique & elliptique devienne plus petite ; car les avantages remarqués cy-dessus lorsqu'on prend l'angle ζ presque droit, supposent absolument, qu'on ne commette pas la moindre erreur dans l'observation des latitudes, & dès qu'on y doit soupçonner quelque erreur, il faut abandonner cette route, & lui en préférer d'autres, où l'angle ζ est pris beaucoup plus petit. Ayant donc trouvé en supposant

$\delta = \frac{1}{229}$, $\lambda = 48°$, $\phi = 49°$, $\zeta = 60°$, l'angle $\theta = 62°, 1', 58''$

supposons qu'on ait trouvé par les opérations actuelles :

$\lambda = 48°$; $\phi = 49°, 0', 5''$; $\zeta = 60°$ & $\theta = 62°, 1', 53''$.

& cherchons de là l'ellipticité δ:

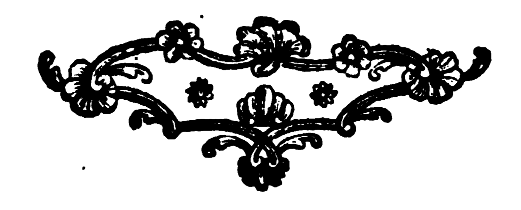
$l \sin\theta$	=	9,9460614
$l \cos\phi$	=	9,8169308
		9,7629922
$l \sin\zeta$	=	9,9375306
$l \cos\lambda$	=	9,8255109
		9,7630415
$l \frac{\sin\theta \cos\phi}{\sin\zeta \cos\lambda}$	=	9,9999507
nombre	=	9,9998865
Numérateur	=	0,0001135

$l \cos\lambda^2$	=	9,6510218
$l \cos\phi^2$	=	9,6338616
$\cos\lambda^2$	=	0,4477358
$\cos\phi^2$	=	0,4303894
Dénom.	=	0,0173464

Donc $\delta = \frac{1135}{173464} = \frac{1}{153}$

Dans

Dans ce cas donc l'erreur des obſervations influë beaucoup moins ſur la concluſion. Cependant on trouvera de même, qu'il n'eſt pas avantageux de prendre l'angle ζ trop petit; car ſi nous le prenions de 30°, & que nous fiſſions ϕ de 5″ trop grand, & θ de 5″ trop petit, nous trouverions $\delta = \frac{1}{125}$: d'où l'on peut conclure que le meilleur parti eſt toujours de tracer la ligne LM en ſorte, qu'elle faſſe avec la méridienne un angle moindre que 60°, & plus grand que 30°. Il y a d'autres raiſons qui conſeillent de prendre cet angle ζ de 54°, 44′, pour que $\sin \zeta^2 \cos \zeta$ devienne un *maximum*: mais, puiſqu'on eſt incertain, ſi les erreurs affectent les angles λ & ϕ, & quel rapport ces doubles erreurs tiennent entr'elles, on ne ſauroit rien déterminer de précis là deſſus; & il ſuffit d'avoir fixé les limites de 30° & 60° entre leſquels l'angle ζ doit être choiſi. Or le plus avantageux eſt de continuer la ligne LM auſſi loin qu'il eſt poſſible; car plus on la pourra allonger, & plus ſera-t-on ſûr de la concluſion, qu'on en tirera. Cependant je dois avouër que cette méthode ne ſauroit jamais être exécutée dans la pratique: car non ſeulement on rencontreroit des difficultés inſurmontables à tracer la ligne la plus courte; mais auſſi la ligne méridienne ne ſauroit jamais être tracée ſi exactement, que le ſuccès de cette méthode l'exige, une erreur de 20″ y étant presque inévitable.



EXAMEN D'UNE CONTROVERSE SUR LA LOI DE REFRACTION DES RAYONS DE DIFFERENTES COULEURS PAR RAPPORT À LA DIVERSITÉ DES MILIEUX TRANSPARENS PAR LESQUELS ILS SONT TRANSMIS.

PAR M. EULER.

Ayant proposé dans les Mémoires de notre Académie pour l'Année 1747. une méthode de perfectionner les verres objectifs en sorte, que la diverse refrangibilité des rayons ne troublât plus la répréſentation; j'ai bien prevû que l'éxécution de tels verres seroit *assujettie* à des difficultés presque insurmontables. Les deux ménisques, entre lesquels la cavité doit être remplie d'eau, ou de quelque autre liqueur transparente pour compôser un tel objectif parfait, doivent avoir si exactement la figure prescrite par le calcul, que la moindre aberration dérange très considérablement l'effet, qu'on s'en promettoit. Mais quand même on auroit réüssi à donner à chaque face de ces ménisques la courbure exigée par la Théorie, la figure sphérique à laquelle la Pratique ordinaire est restrainte, seroit toujours la cause, que ces objectifs n'admettroient qu'une si petite ouverture, qu'elle les rendroit inférieurs aux objectifs ordinaires. Cependant, si l'on trouvoit moyen de perfectionner l'art de polir les verres, en sorte qu'au lieu de la figure sphérique on leur pût donner une autre figure plus convenable comme celle d'une parabole, il n'y auroit aucun doute, que ces nouveaux verres objectifs ne fussent susceptibles d'une assés grande ouverture pour nous procurer tous les avantages, que

que la diverse réfrangibilité des rayons nous refuse dans les objectifs ordinaires.

Mais mon Mémoire sur cette perfection des verres objectifs a été attaqué d'un tout autre côté. Un habile Mathématicien Anglois, M. *Dollond*, prétend que mon raisonnement même, duquel j'ai tiré la construction de ces verres, est fondé sur un faux principe. Il m'a fait l'honneur de me communiquer son objection par le canal du célébre M. *Short*, avant que de la rendre publique, & j'ai lieu de croire que ma réponse lui satisfit, puisque le dernier Volume des Transactions contient tant la lettre de M. *Dollond*, que ma réponse, sans qu'il y ait ajouté une replique. Cependant, ayant trouvé depuis des arguments plus convaincans contre le sentiment que M. *Dollond* a avancé, je crois que leur explication servira non seulement à confirmer ma Théorie, mais aussi à mettre dans un plus grand jour la loi de réfraction des rayons de diverses couleurs.

Etat de la controverse.

Si dans le passage de la Lumière d'un milieu dans un autre, la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction est pour les rayons rouges comme $r : 1$ & pour les violets comme $v : 1$;

Et que dans le passage d'un autre milieu dans un autre quelconque la même raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction soit pour les rayons rouges comme $R : 1$, & pour les violets comme $V : 1$.

Il est certain qu'il y aura un certain rapport entre les nombres R & V, qui dépend de celui entre les nombres r & v, de sorte que connoissant trois de ces quatre nombres r, v, R & V, on en puisse déterminer le quatrième.

Or j'avois avancé que le nombre V est toujours une semblable puissance de v, que R l'est de r; ou bien si $R = r^{\alpha}$, je dis qu'il y aura aussi $V = v^{\alpha}$, l'exposant de la puissance α étant de part & d'au-

tre

tre le même. Ou, puisque en prenant les logarithmes on a $lR = alu$ & $lV = alv$, & partant $a = \frac{lR}{lr} = \frac{lV}{lv}$; mon sentiment porte que les logarithmes des quatre nombres r, v, R & V sont proportionnels entr'eux, c'est à dire qu'il y aura toujours

$$lr : lv = lR : lV$$

Mais Mr. *Dollond* prétend, que ce rapport est faux & contraire à l'éxpérience, par laquelle on avoit trouvé que ces quatre nombres r, v, R & V, suivoient toujours un tel rapport entr'eux, qu'il y eut

$$r - 1 : v - 1 = R - r : V - v$$

laquelle proportion se réduit à celle-cy

$$r - 1 : v - 1 = R - 1 : V - 1.$$

Il s'agit donc de décider cette question, si marquant par r, v, R, V les nombres, dont je viens d'exposer la signification, leur rapport mutuel est renfermé dans cette proportion, que Mr. *Dollond* prétend être conforme à l'expérience

$$r - 1 : v - 1 = R - 1 : V - 1$$

ou plutôt dans celle, sur laquelle est fondée toute ma Théorie sur la perfection des verres objectifs

$$lr : lv = lR : lV$$

On comprend aisément, que la décision de cette question est de la derniere importance dans la Théorie de la réfraction; & on sera surpris qu'un article si essentiel n'ait pas été suffisament établi par le grand *Newton*, à qui nous sommes redevables de toutes les autres découvertes sur la diverse réfrangibilité des rayons. Il est bien vray, que cet illustre Philosophe se déclare assés ouvertement pour la proportion, que Mr. *Dollond* m'oppose, mais il n'en a nulle part donné une preuve directe; & il semble qu'il ne l'ait envisagé que comme assés conforme aux expériences, sans qu'il l'ait cru fondée réellement dans la nature de la réfraction. Or, quoiqu'il en soit, je soutiens que cette proportion ne

sauroit

ſauroit avoir lieu dans la Nature, quelque d'accord qu'elle puiſſe paroître avec les expériences, attendu qu'elle renferme des contradictions ouvertes dans ſoy-même : & que ce n'eſt que ma proportion, qui puiſſe ſubſiſter avec les loix ſacrées de la Nature. Les réfléxions ſuivantes mettront hors de doute ce que je viens d'avancer, & fourniront une déciſion complette de la queſtion dont il s'agit.

I. RE'FLEXION.

Je conviens d'abord, que la proportion de Mr. *Dollond* répond aſſés exactement à l'expérience: car la methode, dont on ſe ſert ordinairement pour decouvrir la réfraction, ne nous laiſſe pas appercevoir les petites aberrations, & une proportion produite pour cet effet devroit être enormement défectueuſe, pour qu'on en pût découvrir la fauſſeté par l'expérience. Je ſoutiens donc que la difference entre la proportion de Mr. *Dollond* & la mienne eſt ſi petite, que l'expérience ordinaire ne ſauroit jamais décider, laquelle des deux eſt la véritable; & les mêmes expériences, qu'il peut alléguer en faveur de ſa proportion, doivent également prouver la mienne. Pour faire voir cela plus clairement, conſidérons d'abord le paſſage de la lumiere de l'air dans le verre, & on ſait que la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction eſt

pour les rayons rouges, comme $r : 1 = \frac{77}{50} : 1$

pour les rayons violets, comme $v : 1 = \frac{78}{50} : 1$

Maintenant conſidérons auſſi le paſſage de l'air dans l'eau, & poſons pour les rayons rouges la raiſon de réfraction

$$R : 1 = 4 : 3 = \tfrac{4}{3} : 1 \quad \text{ou } R = \tfrac{4}{3}$$

& on demande quelle ſera la raiſon de réfraction pour les rayons violets de l'air dans l'eau, laquelle ſoit comme V: 1. Or ſelon la proportion de Mr. *Dollond* on trouve

$$r - 1\ (\tfrac{27}{50}) : v - 1\ (\tfrac{28}{50}) = R - 1\ (\tfrac{1}{3}) : V - 1$$

donc

donc $V - 1 = \frac{28}{81}$, & partant $V = \frac{109}{81}$, de ſorte qu'on auroit pour les rayons violets la raiſon de réfraction en paſſant de l'air dans l'eau comme $\frac{109}{81}$ à 1.

Mais ſelon ma proportion on aura

$$lr\ (0{,}\ 1875207) : lv\ (0{,}\ 1931246) = lR\ (0{,}\ 1249387) : lV$$

$$\text{donc } lV = \frac{0{,}\ 1931246}{0{,}\ 1875206} \cdot 0{,}\ 1249387 = 0{,}\ 1286725$$

& partant $V = 1{,}\ 344846$

Or la proportion de Mr. *Dollond* ayant donné $V = \frac{109}{81}$, ou en fraction décimale $V = 1{,}\ 345679$, où l'on voit que la différence eſt ſeulement $0{,}\ 000833$ ou $\frac{1}{1200}$, qui eſt certainement ſi petite, qu'elle doit échaper aux Expériences les plus exactes. On ne ſauroit donc provoquer à l'expérience pour prouver plutôt l'une que l'autre de ces deux proportions: or je parle ici de la maniere ordinaire, dont les Phyſiciens font ces Expériences ſur la réfraction; car il y a une autre eſpece d'Expériences, par lesquelles on ſera en état d'appercevoir encore de plus petites différences dans la réfraction, dont je parlerai à une autre occaſion.

II. RE'FLEXION.

Or, ſans recourir à l'expérience, je prouverai par le ſeul raiſonnement, que la proportion de Mr. *Dollond* ne ſauroit avoir lieu dans la Nature, à cauſe d'une contradiction intrinſèque qu'elle renferme. Pour cet effet conſidérons le paſſage de la lumiere d'un milieu quelconque A dans un autre milieu quelconque B; & ſoit la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction pour les rayons rouges comme r à 1, & pour les rayons violets connu v à 1; & en vertu de la proportion de Mr. *Dollond* la raiſon de $r - 1$ à $v - 1$ devroit toujours être la même, de quelque nature que ſoient les deux milieux A & B; ou bien elle devroit être la même, que donne le paſſage de l'air dans le verre. Or ayant

pour

pour ce cas $r = \frac{77}{50}$ & $v = \frac{78}{50}$, & partant $r - 1 = \frac{27}{50}$ & $v - 1 = \frac{28}{50}$, on auroit en général pour le paſſage du milieu A dans le milieu B cette proportion:

$$r - 1 : v - 1 = 27 : 28$$

Maintenant ſuppoſons que la lumiere repaſſe du milieu B dans le milieu A, & nous ſavons par le principe général de la réfraction, que la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction ſera pour les rayons rouges comme 1 à r, ou bien comme $\frac{1}{r}$ à 1, & pour les rayons violets comme 1 à v, ou bien comme $\frac{1}{v}$ à 1. Donc, en vertu du principe de Mr. *Dollond*, il devroit être pareillement

$$\frac{1}{r} - 1 : \frac{1}{v} - 1 = 27 : 28$$

& partant $\frac{1}{r} - 1 : \frac{1}{v} - 1 = r - 1 : v - 1$

On auroit donc $\frac{v(1 - r)}{r(1 - v)} = \frac{r - 1}{v - 1}$ ou $\frac{v(r - 1)}{r(v - 1)} = \frac{r - 1}{v - 1}$

& partant $v = r$, ce qui eſt ouvertement faux, & la proportion de Mr. *Dollond* ſe contredit à elle-même.

Or la proportion, que j'ai établie, ſatisfait parfaitement à ce renverſement du paſſage de la lumiere: ſelon moi la raiſon de lr à lv devant toujours être la même, ſera celle qui réſulte du paſſage de l'air dans le verre, & partant

$$lr : lv = 0,1875207 : 0,1931246$$

qui ſe réduit à ces moindres nombres

$$lr : lv = 67 : 69$$

Or pour le passage du milieu B dans le milieu A ayant $\frac{1}{r}$ & $\frac{1}{v}$ au lieu de r & v, il est evident qu'il y aura pareillement

$$l\frac{1}{r} : l\frac{1}{v} = 67 : 69$$

car $l\frac{1}{r} = -lr$ & $l\frac{1}{v} = -lv$, & il y a sans doute

$$-lr : -lv = lr : lv = 67 : 69$$

III. RÉFLEXION.

Mais peut-être M. *Dollond* cherchera-t-il à détruire la force de cet argument en ajoutant à sa proportion cette limitation ; que des raisons de réfraction $r : 1$ & $v : 1$ il ne faut tirer cette raison $r - 1 : v - 1$, qu'entant que les nombres r & v sont plus grands que l'unité : & que s'il arrivoit, que ces nombres fussent plus petits que l'unité ; il faudroit alors renverser ces raisons, & en former celle-cy $\frac{1}{r} - 1 : \frac{1}{v} - 1$. Mais, outre qu'une telle limitation seroit peu conforme à un principe général de la Nature, je ferai voir qu'accordant même cette limitation, son principe ne cesse pas d'impliquer une contradiction ouverte. Car considérons trois milieux A, B, C, dont le premier A soit le plus rare, & le troisième C le plus dense : & posons pour le passage de la lumière de A en B la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction :

pour les rayons rouges, comme r à 1
pour les rayons violets, comme v à 1

Ensuite pour le passage du milieu B en C, soit la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction

pour les rayons rouges, comme R à 1
pour les rayons violets, comme V à 1

Puisque

Puisque donc tant r & v que R & V sont des nombres plus grands que l'unité, le principe de M. *Dollond* exige qu'il soit

$$r-1 : v-1 = 27 : 28 \quad \& \quad R-1 : V-1 = 27 : 28$$

donc $v = 1 + \frac{28}{27}(r-1)$ & $V = 1 + \frac{28}{27}(R-1)$

Mais supposons à présent, que les rayons passent immédiatement du milieu A dans le milieu C, & il est évident par les premiers principes de la réfraction, que la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction sera en raison composée des précédentes, sçavoir

pour les rayons rouges, comme rR à 1

pour les rayons violets, comme vV à 1

Donc, puisque les nombres rR & vV sont à plus forte raison plus grands que l'unité, M. *Dollond* ne sauroit nier, qu'en vertu de son principe il ne dût être

$$rR-1 : vV-1 = 27 : 28$$

Or les valeurs déjà trouvées pour v & V donnent

$$vV-1 = \tfrac{28}{27}(r-1) + \tfrac{28}{27}(R-1) + \tfrac{784}{729}(r-1)(R-1)$$

laquelle quantité devroit être égale à $\frac{28}{27}(rR-1)$, ce qui est ouvertement faux ; puisqu'il en suivroit

$$r-1 + R-1 + \tfrac{28}{27}(Rr - R - r + 1) = rR - 1$$

ou $(r-1)(R-1) = 0$, dont l'absurdité ne sauroit être révoquée en doute.

IV. RÉFLEXION.

Il est donc mis hors de doute, que la proportion de M. *Dollond* ne sauroit être admise en aucune maniere dans la Théorie de la Réfraction ; & les mêmes argumens prouvent suffisamment, qu'aucune autre proportion que la mienne ne sauroit subsister dans la Nature. Car si pour le passage du milieu A dans le milieu B on a

$$lr : lv = 67 : 69 \quad \text{ou} \quad \frac{lr}{lv} = \frac{67}{69}$$

& pour le paſſage du milieu B dans le milieu C

$$lR : lV = 67 : 69 \quad \text{ou} \quad \frac{lR}{lV} = \frac{67}{69}$$

le même principe donnera pour le paſſage du milieu A dans le milieu C cette proportion :

$$lrR : lvV = 67 : 69 \quad \text{ou} \quad \frac{lrR}{lvV} = \frac{67}{69}$$

ce qui eſt parfaitement d'accord avec les deux proportions précédentes. Et pour peu qu'on faſſe attention à ces conditions, que la nature de la réfraction exige, on s'appercevra aiſément qu'aucune autre proportion que celle des logarithmes ne ſauroit leur ſatisfaire. Soit donc que feu M. *Newton* ait ſoutenu la proportion de M. *Dollond*, comme la véritable, ou ſeulement comme approchante de la vérité, ce qui paroit plus vraiſemblable, elle doit également être rejettée ; & il n'y a que la proportion, ſur laquelle j'ai fondé ma Théorie de la perfection des verres objectifs, qui ſoit conforme à la Nature. Après le dévélopement de ces argumens invincibles, M. *Dollond* ne fera plus difficulté de reconnoitre la juſteſſe des raiſonnemens, qui m'ont conduit à la perfection des verres objectifs ; & ſi leur exécution n'a pas répondu jusqu'ici à l'eſpérance qu'on en a pû concevoir, il avouëra avec moy, que la cauſe doit uniquement être attribuée à la figure ſphérique, qu'on donne ordinairement aux faces des verres, laquelle n'eſt ſuſceptible que d'une très petite ouverture ; qui cependant n'empêche pas, que la confuſion, que la diverſe réfrangibilité des rayons cauſe dans les objectifs ordinaires, ne ſoit entièrement détruite, pourvû qu'on donne aux faces des méniſques exactement la figure preſcrite par la Théorie, & qu'on faſſe l'ouverture aſſés petite.

V. RE'FLEXION.

Cependant il eſt remarquable, que ſi la proportion de M. *Dollond* étoit la véritable, il n'y auroit pas abſolument moyen de diminuer ſeulement la confuſion de la diverſe réfrangibilité des rayons ; car elle dépen-

dépendroit toujours également de la distance du foyer des verres, de quelque maniere qu'ils soient composés de diverses matieres transparentes. Or c'est de là que j'avois tiré un argument à mon avis bien fort contre la proportion de M. *Dollond*: puisqu'il en suivroit, que l'oeil, de quelque différentes humeurs qu'il fût composé, devroit toujours représenter sur la rétine les objets altérés de diverses couleurs, tout comme s'il ne contenoit qu'une seule lentille, & qu'il fût semblable à une petite chambre obscure. Or puisqu'il est très certain, qu'une telle confusion ne se rencontre pas dans la vision, j'en avois conclu, qu'il est possible de prévenir une telle confusion par la composition de diverses matieres transparentes, & que par conséquent la proportion de M. *Dollond* étoit contraire à l'expérience. Cependant dans une Lettre qu'il m'a écrite depuis, il n'a pas voulu reconnoitre la force de cet argument, sous le prétexte qu'il n'appartenoit point à la question, dont il s'agissoit; & quoique j'y eusse aussi ajouté une preuve directe de ma proportion, son principe lui sembloit encore trop tenir à cœur, pour l'abandonner. Mais à présent j'espère que les argumens, que je viens d'exposer, seront assés forts pour l'y porter, quelque grand qu'ait pu être son attachement pour son principe.

VI. RE'FLEXION.

Ce que je viens de dire sur le but des différentes humeurs de l'oeil, nous doit inspirer une idée beaucoup plus sublime de cet organe, qu'on n'en a ordinairement. On compare communément l'oeil à une petite chambre obscure; mais, quoique cette comparaison soit bien juste en gros, on y découvrira aisément une disparité infinie. Car concevons un oeil semblable à une chambre obscure, ne contenant qu'une seule lentille convexe, dont les deux faces soient sphériques, & une telle machine auroit les grands défauts suivans:

Premièrement les réprésentations seroient troublées par la diverse réfrangibilité des rayons, & partant bordées des couleurs de l'arc-en-ciel.

En

En ſecond lieu, ce ne ſeroient que les objets ſitués dans l'axe de l'oeil, ou à peu près, dont la répréſentation ſeroit aſſés diſtincte; pendant que la répréſentation des objets médiocrement éloignés de l'axe deviendroit de plus en plus confuſe. Le champ apparent, que la viſion ſenſiblement diſtincte embraſſeroit, s'étendroit à peine à 10 degrés.

Troiſièmement, un tel oeil n'admettroit qu'une très petite ouverture, ce qui rendroit la répréſentation des objets ſur le fond extrémement obſcure.

Or nous voyons que dans l'oeil naturel ces trois défauts ſont très heureuſement evités: la diverſe réfrangibilité n'y cauſe aucune confuſion; le champ apparent s'étend fort loin au delà de 90 degrés, ſans qu'on s'apperçoive de la moindre confuſion dans les objets les plus éloignés de l'axe de l'oeil; & l'ouverture, ou la pupille, ſurpaſſe de beaucoup celle, qu'une lentille ſemblable au cryſtallin pourroit jamais ſouffrir.

Il faloit donc bien employer pluſieurs matieres tranſparentes pour pouvoir obtenir ces excellentes qualités; une ſeule lentille y auroit été peu propre, comme je viens de remarquer. Or le choix de telles matieres, & leur configuration, demandoit la ſolution de ce problème.

Choiſir & arranger en ſorte pluſieurs matieres tranſparentes, que la diverſe réfrangibilité des rayons ne nuiſe en rien à la répréſentation; que tous les objets tant proches qu'éloignés de l'axe ſoient répréſentés avec la même diſtinction; & qu'une très grande ouverture n'y trouble rien.

Il s'agit ici principalement de déterminer la juſte figure & courbure de chaque milieu diaphane, pour que toutes les conditions marquées ſoient remplies. Or ceux qui ont travaillé dans la Théorie de la Dioptrique, ſavent à combien de difficultés eſt aſſujettie la recherche de la figure des faces d'un ſimple verre, qui puiſſe ſoutenir une plus grande ouverture que n'admettent les faces ſphériques. Ce problème eſt

assés difficile dans la Théorie; & quand on auroit trouvé la juste figure des faces du verre, aucun Ouvrier, quelque habile qu'il soit, ne sera jamais en état de les exécuter dans la pratique. Or, quand même on seroit parvenu à faire un tel verre, il ne présenteroit distinctement que les objets situés dans l'axe, & même à une certaine distance, à laquelle la recherche aura été restrainte; tous les autres objets ne laisseroient pas d'être présentés confusément. C'est aussi la raison, pourquoi deux faces réfringentes ne sont pas suffisantes, pour procurer une représentation distincte des objets situés à diverse distance & hors de l'axe; & la seule circonstance de la diverse réfrangibilité des rayons en demande déjà plusieurs. Prenant donc toutes ces conditions ensemble, on peut bien avancer, que la sagacité humaine ne parviendra jamais à déterminer la juste figure de plusieurs surfaces réfringentes, pour que tous les objets à quelque distance, & sous quelque obliquité qu'ils soient situés, soient représentés distinctement, & que, ni la grandeur de l'ouverture, ni la diverse nature des rayons, n'y causent aucune confusion. Ces courbes seront sans doute transcendentes au plus haut degré, & comme personne ne seroit en état de les dessiner, à plus forte raison ne seroit-on jamais capable de les exécuter dans la pratique. Cependant ce qui surpasse si loin tant la portée de l'esprit humain, que l'adresse de l'art, se trouve exécuté au plus haut degré de perfection, non seulement dans les yeux de l'homme & de tous les animaux, mais aussi sans doute dans ceux des plus vils insectes: quelle immensité de Géométrie & de Mécanique n'y faut-il pas admirer? Après ces réfléxions seroit-il bien possible, que la témérité des hommes allât jusqu'à dire, que les yeux ne soient que l'ouvrage d'un hazard aveugle? Si les autres argumens pour l'existence de Dieu ne font point d'impression sur l'esprit des Athées, la seule considération de la structure de l'oeil les doit convaincre de l'existence d'un Etre souverainement sage & puissant, par rapport auquel la plus haute sagesse de l'homme se réduit à rien, tout comme son art & adresse évanouït entierement. Mais ayant reconnu l'Auteur de l'oeil, seroit-il bien possi-

 ble

ble qu'on doutât encore un moment, que celui qui a fabriqué l'oeil, ne vît pas lui-même? Et si nous connoissions la structure de l'oreille autant que celle de l'oeil, nous serions convaincus avec autant de force, que celui qui a fabriqué l'oreille, entend lui-même. Notre illustre Président, Mr. *de Maupertuis*, a très bien remarqué que les argumens ordinaires pour l'existence d'un Dieu, n'ont point de prise sur l'esprit d'un Athée entêté; ce qui est un fait, dont personne ne sauroit douter: mais dès qu'on fait voir, qu'il se trouve dans la Nature de telles loix, qui renferment constamment ou des *Maxima* ou *Minima*, le plus grand Chicaneur sera réduit à abandonner le système du Hazard, malheureux fondement de l'Atheïsme: puisque rien ne sauroit être imaginé si absurde que de dire, que parmi tous les cas également possibles, dont le nombre est infini, le Hazard choisisse toujours & constamment celui, qui se distingue de tous les autres par un *Maximum* ou *Minimum*. Or, c'est précisément sur ce même principe que je fonde la force de mon argument tiré de la structure de l'oeil; le nombre, la qualité, & la différente figure des humeurs, dont l'oeil est composé, renferment toujours & constamment, non une, *mais plusieurs* déterminations, dont chacune est le résultat d'un problème, qui surpasse les forces de la plus sublime Géométrie. Supposons que le Hazard ait heureusement rencontré le nombre & la qualité des différentes humeurs propres à former un oeil, & qu'il s'agisse seulement d'en déterminer la figure; quelle extravagance seroit-ce de soutenir, que le pur Hazard choisse toujours & constamment parmi toutes les figures possibles, dont chacune de ces humeurs est susceptible, & dont le nombre est sans contredit infini; que le Hazard, dis-je, en choisisse toujours & constamment celle qui convient le mieux au dessein, & que même le plus grand Géométre n'est pas capable de trouver?

Tant qu'on parle en général des Loix de la Nature, & du plus grand ou plus petit qu'elles renferment, quantité de monde n'en est que très foiblement touché; mais, lorsqu'on leur met devant les yeux ces mêmes Loix appliquées à la structure de l'oeil, comme certaines détermina-

tions

tions qui ſurpaſſent même la portée de l'eſprit humain, y ſont toujours & conſtamment obſervées, tout le monde en doit être très ſenſiblement frappé; & il me ſemble que, quelque obſtiné que puiſſe être un Athé, il doit néceſſairement ſuccomber à la force de cet argument.

Or, quelque inébranlable que ſoit cet argument, il doit acquérir encore plus de force, ſi l'on fait attention à la diverſité des yeux, chaque animal étant pourvu d'une telle ſtructure, qui convient le plus parfaitement à ſes beſoins. Le problème demeure bien toujours le même; mais, puisque les conditions peuvent varier, la ſolution devient différente: car, parce que pour les poiſſons les rayons paſſent de l'eau dans leurs yeux, cette diverſité de réfraction en doit produire une dans les humeurs & leur configuration, & il n'y a aucun doute que cette différence requiſe par la Théorie ne ſoit parfaitement accomplie dans les yeux de chaque poiſſon.

VII. RÉFLEXION.

Je dois encore ajouter une réflexion, qui n'éclaircira pas peu la Théorie de la réfraction. D'abord, on auroit pu s'imaginer, que la queſtion ſur la diverſe réfrangibilité des rayons à l'egard de différens milieux tranſparens, ne ſauroit être décidée que par l'expérience; car, comme c'eſt uniquement à l'expérience, que nous devons la connoiſſance de la diverſe réfrangibilité des rayons, il ſemble qu'il n'y auroit pas d'autre moyen que de conſulter l'expérience ſur cette queſtion. Mr. *Dollond* paroit être dans ce ſentiment, croyant que ma proportion auroit été auſſi poſſible que la ſienne, mais que l'expérience avoit décidé pour celle-cy. Or, après que j'ai fait voir, que l'expérience ordinaire ne ſauroit plus favoriſer l'une que l'autre de ces deux proportions, on ne ſera pas peu ſurpris, que cette queſtion tire ſa déciſion de la ſeule Théorie; de ſorte que dès qu'on tombe d'accord, que les rayons de lumiere ſont aſſujettis à une diverſe réfrangibilité, auſſi-tôt eſt-on obligé de reconnoitre, qu'aucune autre proportion que la mienne

ne fauroit avoir lieu dans la Nature. Ma proportion contient donc une de ces vérités qu'on nomme néceſſaires, & il auroit été impoſſible, que toute autre proportion eut été etablie dans le Monde; car toute autre proportion renferme les mêmes contradictions, que celle que Mr. *Dollond* avoit foutenuë ; ce qu'il fera aiſé de démontrer en en faiſant l'application au cas dévelopé dans ma troiſième réflexion. Il eſt par conſéquent auſſi néceſſairement certain, qu'aucune propoſition de Géométrie, que lorsque $r:1$ marque le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction pour les rayons rouges, & $v:1$ le même rapport pour les rayons violets dans le paſſage d'un milieu tranſparent dans un autre; alors le rapport des logarithmes des nombres r & v, ou bien la fraction $\frac{lr}{lv}$ conſerve toujours la même valeur, de quelque maniere que varient les deux milieux tranſparens, par lesquels le paſſage ſe fait.

VIII. RE'FLEXION.

Donc, dés qu'on fait la réfraction des rayons rouges dans un paſſage quelconque, on trouvera aiſément la réfraction des rayons violets dans le même paſſage : car, ſoit le rapport du ſinus d'incidence à celui de réfraction pour les rayons rouges, comme $r : 1$, & pour les violets comme $v : 1$; & puisque $\frac{lr}{lv} = \frac{67}{69}$, on aura $lv = \frac{69}{67}\,lr$, & partant $v = r^{69:67}$, d'où connoiſſant la valeur du nombre r, on déterminera aiſément celle de v. Or par les Expériences communes on découvre ordinairement la réfraction des rayons moyens, qui tiennent un milieu entre les rouges & les violets, & par la même régle ayant trouvé la réfraction des rayons moyens on pourra déterminer tant celle des rayons rouges que des violets. Car ſuppoſons pour un paſſage quelconque la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction,

pour

pour les rayons moyens, comme $m : 1$
pour les rayons rouges, comme $r : 1$
pour les rayons violets, comme $v : 1$

& les logarithmes de ces trois nombres m, r & v, feront toujours entr'eux comme les nombres 68, 67, & 69, ou bien on aura

$$l\,r = \frac{67}{68}\,l\,m \quad \& \quad l\,v = \frac{69}{68}\,l\,m$$

d'où connoiſſant le nombre m on trouvera aiſément les deux nombres r & v. Pour en donner un exemple, ſoit $m = 1,73$, & on n'aura qu'à faire le calcul ſuivant :

$$l\,m = 0,2380461$$

donc $\frac{1}{68}\,l\,m = 0,0035007$

$$l\,m - \frac{1}{68}\,l\,m = l\,r = 0,2345454$$

$$l\,m + \frac{1}{68}\,l\,m = l\,v = 0,2415468$$

d'où l'on trouve les nombres r & v

$$r = 1,716111 \quad \& \quad v = 1,744001$$

Donc, lorsque le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction pour les rayons moyens, comme 1, 73 à 1, alors la même raiſon ſera

pour les rayons rouges, comme 1,716111 à 1
pour les rayons violets, comme 1,744001 à 1

AVERTISSEMENT.

L'Académie Royale des Sciences de Paris s'étant hâtée contre son usage, de publier dans ses Mémoires de l'année 1749. *des Réfléxions de M. le Chevalier* d'Arcy *sur le Principe de M.* de Maupertuis, *qu'il n'a données que l'an* 1752, *l'Académie de Berlin croit pouvoir publier l'examen, qui suit, une année plûtôt qu'il n'auroit dû paroitre.*



EXAMEN

DES REFLEXIONS DE M. LE CHEVALIER *D'ARCY* SUR LE PRINCIPE DE LA MOINDRE ACTION.

PAR M. BERTRAND.

Rien ne semble plus simple au premier coup d'oeil que le Principe de la moindre Action ; & tant qu'on n'attache à ces mots *moindre action* que la signification vague qu'ils ont dans l'usage vulgaire, il n'est si foible discoureur, qui n'étourdisse par un galimatias philosophique sur la maniere, dont il décide que la Nature opére.

D'autres gens que l'étude des Mathématiques a accoutumé à se faire des idées plus fixes, ont joint des déterminations à cette idée vague de *l'Action* & du *Principe*; mais faute de les avoir puisées dans les

les livres de l'Inventeur, ou faute d'avoir compris la nature de celles qu'il donne, ils s'en sont fait de fausses idées ; d'aprés lesquelles ayant raisonné, ils sont tombés dans des contradictions, qu'ils n'ont pas manqué d'attribuër au principe, là où ils n'auroient dû accuser que leur précipitation.

M. le Chevalier *d'Arcy*, après les plus fortes assurances de son amour pour la Vérité, entreprend de renverser le Principe de M. *de Maupertuis* ; mais l'on voit avec étonnement qu'il ne renverse que les fausses idées qu'il s'en est faites, & que, bien loin que les absurdités qu'il a crû conclure du Principe en ébranlent la solidité, il auroit été au contraire très préjudiciable au Principe, que, de la maniere qu'il s'en est servi, il fût venu à des conclusions certaines : car ce qu'il a posé = *minimum* n'étant rien moins que la quantité d'Action, on auroit pû croire, si ses conclusions eussent été vraies, qu'il étoit fort indifférent de quel Principe partir pour arriver aux Vérités que la Méchanique renferme. C'est ce qu'on va voir plus en détail. M. *d'Arcy* commence par l'Enoncé général du Principe de M. *de Maupertuis* : cet Enoncé lui offre deux objets ; le premier, *que l'action est proportionnelle au produit de la Masse par la vitesse & par l'espace parcouru ;* Le second ; *que la quantité d'Action nécessaire pour produire un changement dans la Nature, est un* minimum, *& que c'est cette quantité d'Action qui est la vraie dépense de la Nature, qu'elle ménage le plus qu'il est possible.*

On est fort surpris du biais dont M. *d'Arcy* considére son premier objet ; on se feroit attendu qu'il auroit dit : il est ici question d'une définition : il est libre à un Philosophe de changer la signification des mots dans des vuës particulieres ; à plus forte raison lui est-il permis de le faire, lorsque les mots qu'il définit n'ont dans l'usage ordinaire qu'une signification vague, sujette aux équivoques : mais point du tout. M. *d'Arcy* ne veut pas absolument que ce mot *Action*, puisse signifier ce que M. *de Maupertuis* lui a fait signifier, & il le démontre

montre en faisant voir que le sens que M. *de Maupertuis* y a joint, est incompatible avec celui que lui-même y attache. Examinons les raisons que M. *d'Arcy* allégue pour faire voir, que ce mot *Action* doit nécessairement être astreint à la signification qu'il lui donne.

M. *d'Arcy* veut que l'Action de divers Corps durs soit censée égale, si chacun de ces Corps est capable de réduire au repos, le même corps dur mû d'une certaine vitesse. Donc l'action d'un corps doit se mesurer par le produit de sa masse & de sa vitesse. Mais c'est une chose dont tous les Philosophes conviennent, que dans le choc des corps durs une partie du mouvement se détruit, celle-la même qui seroit reproduite si les corps étoient élastiques : d'où il suit que, si un corps dur dont la masse seroit $= 1$, & la vitesse $= 1$, étoit réduit au repos, tant par un corps B dont la masse $= 1$, & la vitesse $= 1$, que par un corps, C dont la masse $= \frac{1}{2}$, & la vitesse $= 2$, on ne pourroit affirmer positivement que l'action du Corps B fût égale à celle du Corps C, à moins qu'on, n'eut préalablement prouvé que lorsque B, choque A, il se perd la même quantité de mouvement, que lorsque C choque A. Car s'il étoit vrai que dans un cas il se perdit plus de mouvement que dans l'autre, le repos en ce cas ne devroit pas être attribué à l'égalité d'action des deux corps, mais à la plus grande perte de mouvement; en effet si cette perte n'eut été plus grande, il seroit resté quelque mouvement aux corps qui se sont choqués, & partant le repos n'auroit point suivi le choc.

Afin donc que le raisonnement par lequel M. *d'Arcy* a voulu appuyer sa définition de l'Action fût concluant, il faudroit qu'il prouvât que la même quantité de mouvement se perd, soit que B choque A, ou que C choque A. Or c'est ce qu'il ne prouvera jamais.

Ne pouvant rien faire de ce côté-là, peut-être prétendra-t-il qu'il suffit de regarder au changement qui arrive au Corps A après le choc: mais, s'il ne regarde qu'à l'effet produit sur le corps choqué, on lui

lui objectera le choc des corps élaſtiques, où un corps A dont la maſſe = 1 & la viteſſe = 1 eſt réduit au repos, tant par un corps B dont la maſſe = 1 & la viteſſe = 0, que par un corps C dont la viteſſe = $\frac{1}{2}$ & la maſſe = $\frac{1}{2}$, ou encore par un corps D dont la maſſe = $\frac{1}{3}$ & la viteſſe = 1. Or M. *d'Arcy* contrediroit ſa propre définition de l'Action, s'il prétendoit que les actions des corps B, C, D, ſont égales entr'elles. Donc le fondement ſur lequel M. *d'Arcy* a voulu appuyer ſa maniere d'eſtimer l'action, manque abſolument de ſolidité.

Les prétentions de M. *d'Arcy* ſur les idées, qu'on doit joindre néceſſairement au terme *Action*, ſont donc vaines; & quand il auroit mieux réüſſi à les faire valoir, il n'auroit du tout point prouvé, que M. *de Maupertuis* a eu tort de nommer *Action* ce qu'il a nommé *Action*: chaque Philoſophe étant libre d'attacher à un mot l'idée qu'il lui plait, pourvû qu'il le faſſe de maniere, qu'il n'y ait pas à craindre d'équivoque. Je ſçai bien qu'il faut s'écarter le moins qu'on peut de l'uſage reçu; mais c'eſt une maxime qu'on ne ſçauroit reprocher à M. *de Maupertuis* d'avoir négligée; car de la façon dont il enviſage l'action dans les deux problèmes qu'il a réſolu, touchant le choc des corps tant élaſtiques que non élaſtiques, les plans qu'il introduit pour repréſenter le changement cauſé par le choc, ont une fonction active qui conſiſte à tirer le corps choqué & le corps choquant ſelon un certain eſpace & avec une certaine viteſſe, dont le produit par la maſſe donne l'action: & ſans l'aide de cette fiction, de quel nom M. *d'Arcy* veut-il qu'on nomme l'opération de la Nature, quand par quelque cauſe ce ſoit elle tranſporte un corps d'un lieu dans un autre avec une certaine viteſſe?

L'attention ſcrupuleuſe de M. *d'Arcy* à reprendre tout ce qui peut fournir matiere à ſa critique, m'autoriſe à relever une faute, qui lui eſt échapée, dans ſon dernier paragraphe touchant la définition de *l'Action*. Après y avoir eſtimé ſuivant l'eſtime de M. *de Maupertuis* les

les actions des corps B, & C, qu'il ſuppoſe s'être réciproquement réduits au repos, il conclut par le Principe de M. *de Maupertuis*, que les actions des corps B, & C, doivent être égales. M. *d'Arcy* aura voulu conclure par la définition, (car pour le Principe, il n'a pas du tout de connéxion avec la concluſion qu'on prétend en tirer.) Mais de la définition de *l'Action* de M. *de Maupertuis* il ne ſuit nullement, que toutes les fois que les vîteſſes & les maſſes de deux corps durs ſont tellement combinées, que le repos ſuive du choc de ces corps, les Actions de ces corps ſont égales : cela ne ſuit pas même de la définition de *l'Action* de M. *d'Arcy*, comme je l'ai fait voir plus haut.

Aprés cette attaque infructueuſe de la définition que M. *de Maupertuis* donne de *l'Action*, M. le Chevalier *d'Arcy* s'accommodant au ſens que M. *de Maupertuis* a attaché au mot *action*, forme contre le Principe même une ſeconde attaque qui ſemble annoncer quelque choſe de plus que la premiere; il prétend renverſer cette partie de l'énoncé général de M. *de Maupertuis* : *Que, la quantité d'Action néceſſaire pour produire un changement dans la Nature eſt la plus petite qu'il ſoit poſſible; que c'eſt cette action qui eſt la vraie épargne de la Nature.* Voici comme il s'y prend. Il eſtime quelle eſt avant le choc *l'Action* de deux corps A, & B; il eſtime enſuite l'action de ces mêmes corps après le choc, prend la différence de ces actions, la poſe = *minimum*, & conclut une abſurdité. Le Principe de M. *de Maupertuis* eſt donc démontré faux, puisque cette abſurdité en dérive. Cependant M. *de Maupertuis* ayant dit expreſſément, que non la différence des *Actions* avant & après le choc, mais la quantité d'action néceſſaire pour produire le changement eſt la plus petite; M. *d'Arcy* ne prouve autre choſe, ſi non que, ſi on eſtimoit l'action d'une maniere différente de celle que M. *de Maupertuis* propoſe, & qu'enſuite de cette eſtimation l'on raiſonnât d'après ſon principe, l'on tomberoit dans de grandes erreurs.

La quantité d'Action néceſſaire pour produire un changement, n'eſt pas la différence des actions avant & après le changement. Mais

en

en tout changement la quantité d'action néceſſaire pour le produire, eſt égale au produit de la Maſſe des Corps dont l'état eſt changé, par l'eſpace que ces corps parcourent enſuite du changement, & par la viteſſe avec laquelle ils le parcourent, auſſi enſuite du changement; & toutes les fois que M. *d'Arcy* n'eſtimera pas l'action ſur ce pied-là, je crains fort que la vérité ne lui échape. C'eſt auſſi ſans doute pour s'en rapprocher qu'il paſſe immédiatement au Calcul de M. *de Maupertuis*, tel qu'il l'a poſé & déduit, pour trouver la loy du choc des Corps durs. Car M. *d'Arcy*, loin de rendre ce calcul ſuſpect, ce qui ſans doute eut donné une grande atteinte au Principe de M. *de Maupertuis*, n'y trouve à redire que la trop grande évidence de la Concluſion. M. *d'Arcy* avoit beſoin de cette réfléxion pour concilier cette contradiction apparente; ſavoir, comment il étoit poſſible que lui & M. *de Maupertuis*, étant tous deux partis du Principe de la moindre Action, fuſſent arrivés par des conſéquences toutes mathématiques, lui M. *d'Arcy* à une abſurdité, & M. *de Maupertuis* à une Vérité bien reconnuë. M. *d'Arcy* fait entendre, que M. *de Maupertuis* connoiſſant antérieurement que $A(a - x) = B(x - b)$, il lui avoit été facile de s'apperçevoir qu'on pouvoit obtenir la même équation en poſant la formule $[A(a - x)^2 + B(x - b)^2] =$ *minimum*, quoy qu'elle ne fût pas la quantité d'action, M. *d'Arcy* venant de la trouver toute autre. Mais il eſt ſi clair que la quantité dont M. *de Maupertuis* a fait un *minimum*, eſt vrayement la quantité d'Action; & que la quantité que M. *d'Arcy* a priſe pour l'action, y reſſemble ſi peu, que je crois que nous concilierons tout, en diſant, que tous les raiſonnements de M. *d'Arcy* portent ſur une idée fauſſe de l'action; d'où il ſuit que plus il aura raiſonné juſte, en partant de cette fauſſe idée, plus auſſi ſa derniere conſéquence aura du être abſurde.

Cependant il ſemble que M. *d'Arcy* n'a pas toujours eu une idée ſi claire de la grande évidence de cette concluſion: que lorſque $A(a - x) = B(x - b)$ la formule $[A(a - x)^2 + B(x - b)^2]$

 doit

doit être un *minimum*. Car voulant la rendre plus générale, il soutient que si A Z $=$ B X, où Z & X marquent des fonctions de x, alors la formule [A Z Z $+$ B X X] sera toujours un *minimum*, & *vice versa*: il se trompe fort dans cette généralisation, elle sera toujours fausse, excepté le seul cas où $dZ + dX = o$, c'. *a. d.* excepté le seul cas qu'il a voulu généraliser.

M. *d'Arcy* travailloit donc moins qu'il ne pensoit pour la Vérité, lorsqu'il s'efforçoit de prouver que M. *de Maupertuis* n'avoit pas eu la vraie idée de l'action ; & que dans l'application il s'étoit moins dirigé par la teneur de son principe, que par une connoissance antérieure du vrai; du reste s'il veut continuer de trouver trop d'évidence dans les conclusions de M. *de Maupertuis*, peu de gens croiront que ce soit là une matiere à critique.

On trouvera aussi bien déplacée la réfléxion que fait M. *d'Arcy*, que l'accord du Principe avec le choc des corps ne sçauroit être regardé comme une démonstration métaphysique du Principe. Comme si ç'avoit été l'intention de M. *de Maupertuis* de démontrer métaphysiquement son Principe, en faisant voir son accord en résultat des faits avec la loi connuë du choc des corps. On ne peut supposer ici à M. *de Maupertuis*, que le dessein de donner une preuve assés convainquante de son Principe, fondée sur ce que les changements qui arrivent dans la Nature, y sont pour la plus part causés par le choc, en sorte que, dès qu'une fois il a montré que l'action requise pour les changements produits par le choc, est un *minimum*, on peut sans balancer étendre ce principe a touts les changements qui arrivent dans la Nature: & M. *d'Arcy* feroit fort peu de cas de la Vérité, s'il dédaignoit un Principe d'une application si universelle.

Le Principe pour déterminer les états d'équilibre, ne plait pas davantage à M. *d'Arcy*. Pour en faire voir le défaut, il continuë, suivant la méthode qu'il a employée jusques ici, d'en tirer une conclusion fausse ; mais cette fois-ci comme les autres, sa conclusion n'est fausse que parce qu'il n'a pas suivi l'esprit du Principe, & qu'il a introduit dans sa recherche une considération très défectueuse.

M.

M. d'*Arcy* ſuppoſe un levier dont la longueur ſoit c, aux extremités duquel ſoient attachés deux corps A, & B. Il poſe la diſtance d'A au point d'équilibre $= z$, celle de B $= c - z$. Il ſuppoſe enſuite, que le corps A ſe meut avec une petite viteſſe V, & qu'il parcourt un eſpace $= \alpha$, ce qui lui donne $\frac{V(c-z)}{z}$, pour la viteſſe de B, & $\frac{\alpha(c-z)}{z}$, pour l'eſpace parcouru par B; d'où il tire la quantité d'action de tout le ſyſtème $\left[AV\alpha + \frac{BV\alpha(c-z)^2}{zz}\right]$. Cela fait, avant de différentier, il ſuppoſe V & α conſtant: mais quelle prérogative de A ſur B, pour poſer conſtante la viteſſe & l'eſpace parcouru par l'un A, plutôt que la viteſſe & l'eſpace parcouru par l'autre B? N'eſt ce pas pécher contre une des régles générales de l'Analyſe; que les quantités qui entrent également dans le calcul, ne doivent pas s'y diſtinguer l'une de l'autre? Car, ſi telle eſt la nature de la queſtion, que l'on ne peut rien dire de l'une de ces quantités qui ne doive auſſi bien ſe dire de l'autre; que doit-on attendre d'une fiction qui s'efforce de les diſtinguer, ſinon ou qu'elle embrouïlle la queſtion, ou qu'elle la rende tout à fait contradictoire? Si M. *d'Arcy* eut fait attention à cette circonſtance, il ſe ſeroit rendu une meilleure raiſon qu'il n'a fait, de ce pourquoy Mr. *de Maupertuis* poſe conſtant l'angle que les corps A & B décrivent autour du point d'appui du levier; car cet angle étant le même pour l'un & pour l'autre corps, la ſuppoſition que cet angle eſt conſtant, n'affecte pas plus un des corps que l'autre, ainſi que la nature de la choſe l'exige.

Néanmoins cette ſuppoſition de Mr. *de Maupertuis* paroit tout à fait gratuite à M. *d'Arcy*; & la raiſon qu'il en donne, c'eſt qu'à chaque valeur de z, l'action ou le temps néceſſaire pour faire parcourir aux corps A, & B, l'angle ſuppoſé conſtant eſt différent. Or cette raiſon qu'il a crû apporter contre la ſuppoſition de M. *de Maupertuis*, fait en ſa faveur, on ne peut pas plus; car, ſi l'action néceſſaire pour faire dé-

 crire

crire à B, & A, l'angle ſuppoſé conſtant, n'étoit pas différente pour chaque valeur de z, il ſeroit bien ridicule de chercher laquelle de ces actions eſt la moindre, l'une ne différant pas de l'autre.

Au ſurplus, quand Mr. d'*Arcy* dans ſa recherche de l'état d'équilibre auroit évité le grand inconvénient, de ſuppoſer conſtante la viteſſe & l'eſpace parcouru par le corps A, plûtot que la viteſſe & l'eſpace parcouru par B, c'eſt une régle ſuivie par tout Lecteur qui cherche moins à critiquer qu'à s'inſtruire, que toutes les fois qu'un énoncé général eſt ſuivi d'une application, il faut chercher dans cette application la détermination plus exacte du ſens de cet énoncé; plûtot que de ſe plaire à en tirer des conſéquences abſurdes avant de l'avoir bien ſaiſi.

Ce que Mr. d'*Arcy* ajoute, que quelles que fuſſent les loix de la Nature, il ſeroit aiſé de trouver une fonction des viteſſes & des maſſes qui étant un *minimum* donneroit ces loix. Cela peut être vrai de pluſieurs cas particuliers,' quoy qu'il ſe rencontrât bien des problèmes où il ſeroit fort difficile d'aſſigner la fonction qui étant poſée = *minimum*, donneroit la ſolution du problème. Mais quelle comparaiſon entre une découverte aſtreinte à un cas particulier, & un Principe général, qui réduit à une toutes les loix de la Nature, & qui dans l'infinie diverſité des effets qui varient le ſpectacle de l'Univers, demeure conſtamment inviolable! Certainement en quelque ſyſtème que ce fût, celui qui le premier en auroit découvert la loy univerſelle, y ſeroit glorieuſement diſtingué.

L'on ne doit pas être ſurpris que les objections de Mr. d'*Arcy* contre le principe de Mr. *de Maupertuis* ſoient ſi foibles; (l'amour de la Vérité à part.) Il n'étoit pas indifférent à Mr. d'*Arcy* que le principe de Mr. *de Maupertuis* fut vrai ou faux; il avoit lui même un principe général à propoſer, il étoit naturel qu'il voulut lui procurer l'honneur de la primauté. Ce Principe, dit Mr. d'*Arcy*, ne ſera ſujet à aucunes objections.

Ce

Ce Principe dans un certain ſens peut être admis, mais il ne conduira jamais à des découvertes importantes; encore moins nous montrera-t-il, pour ainſi dire, les vraies vuës de la Nature: circonſtances qui le mettent infiniment au deſſous de celui de Mr. *de Maupertuis*. Et ſi quelcun, à l'imitation de Mr. d'*Arcy*, faiſoit de ce principe une mauvaiſe application, il pourroit en tirer les conſéquences les plus abſurdes.

Mr. d'*Arcy* commence par une définition, & nomme l'action d'un corps autour d'un point, *la maſſe multipliée par la viteſſe, & par la perpendiculaire tirée de ce point ſur la direction des corps.* Si nous voulions ſuivre l'exemple de Mr. d'*Arcy*, que d'objections ne ferions-nous pas contre cette définition? En combien de manieres ferions-nous voir qu'elle eſt différente de toutes les idées que les Philoſophes ont attaché au mot *d'action*? Car quelle rélation d'un point arbitraire, abſolument étranger au mouvement d'un corps, avec l'action de ce corps? Cependant pour maintenir ſa définition, Mr. *d'Arcy* ſe fait fort de l'autorité de Mr. *d'Alembert*; & cite comme tout à fait d'accord avec la ſienne, la définition de l'action qui ſe trouve dans le Dictionnaire de l'Encyclopédie, où il eſt dit: *L'Action eſt le mouvement qu'un corps produit, ou qu'il tend à produire dans un autre corps.* Or, quelque vague que ſoit cette définition, & ſuſceptible de diverſes interprétations; c'eſt ſe moquer ouvertement du monde que de prétendre qu'elle ſoit parfaitement d'accord avec celle de Mr. *d'Arcy*. Mr. de *Maupertuis* pourroit l'alléguer en ſa faveur avec beaucoup plus de raiſon. Mais laiſſons cela, & voyons comment Mr. *d'Arcy* continuë; par conſéquent, dit-il, *ſi deux corps en mouvement agiſſent ſur un troiſième en repos, mais dans des ſens différents; le réſultat de l'action des deux corps ſera le mouvement produit dans le troiſième corps; & ce réſultat ſera égal à celui qui ſeroit produit par l'action d'un des corps, moins l'action de l'autre.* Si c'eſt une conſéquence de la définition, il faut bien de la pénétration pour y venir: & peut être M. *d'Arcy* ſera-t-il le ſeul qui en ſoit capable. Or, pourſuit-il, *ceci bien conſidéré*, (peu

de

de perſonnes feront cette conſidération,) *mon principe général s'énonce ainſi. Toute l'action, (exiſtante dans la Nature dans un inſtant quelquonque,) autour d'un point donné, étant produite dans un ſeul corps donné, la quantité d'action de ce corps ſera toujours la même autour de ce point.*

Cette application à un ſeul corps eſt bien peu de choſe ; & de quelque maniére qu'on l'enviſage, il n'en réſulte rien, ſinon que ce corps pourſuivra ſon mouvement uniformément en ligne droite. Mais en l'appliquant duëment à pluſieurs corps, on doit convenir que c'eſt une belle propriété, déjà connuë & remarquée par d'autres Philoſophes. M. *Euler*, dans le premier volume de ſes Opuſcules, nomme la même choſe *momentum motus gyratorii;* il en a démontré la conſervation, de même que celle des forces vives, & a fait voir que ce principe eſt d'un grand ſecours pour abréger la ſolution de quantité de Problèmes, quoiqu'il ne ſuffiſe pas pour donner en entier la ſolution.

Quand Mr. d'*Arcy* applique au choc des corps le Principe en queſtion, la conſidération d'un point fixe eſt tout à fait étrangére, puis qu'elle s'en va d'abord par la diviſion. Ce n'eſt pas non plus fort à propos que M. *d'Arcy*, quand il veut chercher la propriété du levier, imagine que les corps viennent frapper le levier : c'eſt un problème fort différent, lorſqu'on demande le point d'équilibre d'une verge chargée de poids, ou lorſqu'on cherche le point appuy d'une verge, tel que deux corps venant frapper cette verge avec la même viteſſe, ces deux corps reſtent en repos après le choc. De plus M. *d'Arcy* n'allégue aucune raiſon de ce qu'il ſuppoſe les viteſſes des corps les mêmes; de ſorte que tout ce qu'il rapporte de ſon Principe n'en donne pas une fort grande idée, & fait voir que lui même n'en a pas bien connu l'étenduë. On pourroit faire encore nombre de réfléxions ſur l'inſuffiſance de ce Principe appliqué à la réfraction des rayons de lumiére; mais il ſemble qu'il y auroit une ſorte de mauvaiſe humeur à examiner ſi rigoureuſement ce que M. *d'Arcy* paroit avoir voulu traiter cavaliérement.

RECHER-



RECHERCHES SUR LA VERITABLE COURBE QUE DÉCRIVENT LES CORPS JETTÉS DANS L'AIR OU DANS UN AUTRE FLUIDE QUELCONQUE,

PAR M. EULER.

1.

Après la découverte de Galilée, que les corps jettés obliquement dans un eſpace vuide décrivent toujours une parabole, on s'eſt bien apperçu, qu'on n'en ſauroit faire l'application pour déterminer le mouvement d'une bombe, ou d'un boulet de Canon. Car, puisque la viteſſe, dont ces corps traverſent l'air, eſt ſi rapide, la réſiſtance de l'air devient ſi grande par rapport à la peſanteur, que ſon effet détourne très conſidérablement ces corps d'une route parabolique; de ſorte que les calculs fondés ſur la nature de la parabole ne ſont plus d'aucun uſage dans ces occaſions. C'eſt dequoi il ne faut pas être ſurpris; puisque Galilée dans ſa recherche n'a tenu compte d'autres forces, qui agiſſent ſur les corps, que de la ſeule force de gravité, n'ayant fait aucune attention à la réſiſtance que les corps éprouvent de la part de l'air.

2. Il y a donc en effet deux forces, à l'action desquelles un corps, qui ſe meut dans un fluide, eſt aſſujetti. L'une eſt la force de gravité, ou la péſanteur du corps, ſur laquelle il faut pourtant remarquer, qu'elle eſt moindre que la peſanteur naturelle du corps, étant diminuée du poids d'un égal volume du fluide, dans lequel le mouvement ſe fait. L'autre force eſt celle de la réſiſtance, qu'on ſait être proportionelle aux quarrés de la viteſſe du corps; & quand le corps eſt un globe, comme on le ſuppoſe ordinairement, la direction de cette force

force eſt diamètralement oppoſée à celle du mouvement du corps. Cette force change donc continuellement tant de quantité que de direction, au lieu que la premiere demeure toujours la même. Il s'agit donc de déterminer la courbe, qu'un corps jetté obliquement doit décrire, étant ſollicité par ces deux forces, dont je viens de parler.

3. Quoique cette queſtion ſe réduiſe aiſément à un problème purement analytique, le grand *Newton* y a inutilement travaillé malgré des recherches très ingénieuſes pour arriver à ſa ſolution. Il étoit même le premier qui l'eut entrepriſe; & ayant ſi bien réüſſi dans la ſuppoſition, que la réſiſtance ſoit proportionnelle à la viteſſe même, il eſt presque inconcevable, qu'il ne ſoit pas venu à bout, lorsque la réſiſtance eſt ſuppoſée proportionelle aux quarrés de la viteſſe, après avoir réſolu quantité de queſtions incomparablement plus difficiles. C'eſt donc feu M. *Jean Bernoulli*, qui a donné le premier la ſolution de ce problème, d'où il a même tiré une conſtruction de la courbe par le moyen des quadratures de quelques courbes transcendantes, dont la deſcription n'eſt cependant pas fort difficile.

4. Voilà donc ce grand probléme réſolu, & même très bien réſolu, il y a longtems. Cependant la ſolution, quelque bonne qu'elle ſoit dans la Théorie, eſt pourtant telle, qu'on n'en a pû tirer jusqu'ici le moindre ſecours pour la Pratique, & pour en corriger la fauſſe Théorie fondée ſur la parabole, à laquelle les Artilleriſtes ſont encore obligés de s'en tenir, quoiqu'ils n'en connoiſſent que trop l'inſuffiſance. Ainſi il eſt certain que cette ſolution n'a apporté aucun avantage réel à l'avancement de l'Artillerie, & il ſemble qu'elle n'a ſervi qu'à mieux aſſeurer les gens du mêtier de la fauſſeté de leurs principes tirés de la nature de la parabole, auxquels ils ne laiſſent pas d'être réduits encore. C'eſt bien quelque choſe que de ſavoir, que les régles ordinaires trompent; mais à moins qu'on ne ſache aſſés préciſément, de combien elles trompent en chaque cas, l'avantage ſe réduit à fort peu de choſe.

5. Il

5. Il ſemble auſſi d'abord, que ce ſeroit un ouvrage ſans fin que d'entreprendre d'etablir de nouvelles régles pour le jet des bombes & des boulets de canon, qui ſoient conformes à la véritable courbe, que ces corps décrivent dans l'air. Car comme l'hypotheſe de Galilée ne demande que l'élévation du mortier avec la viteſſe, dont la bombe en ſort, il n'a pas été difficile de calculer des Tables, qui marquent pour tous les cas poſſibles, tant la hauteur à laquelle la bombe arrive, que le point, où elle doit retomber en terre. Mais, ſi l'on vouloit faire de ſemblables Tables, qui ſoient d'accord avec la vérité, il faudroit outre les deux élémens mentionnés encore avoir égard, tant au diamètre de la bombe ou boulet, qu'à ſon poids : & partant on ſeroit dans la néceſſité de calculer de telles tables pour chaque diamètre, & tous les poids qui lui pourroient convenir: ce qui rendroit ſans doute impraticable l'exécution d'un tel ouvrage.

6. Cependant ayant bien peſé toutes ces difficultés, je ne les trouve pas tout à fait inſurmontables ; car j'ai remarqué qu'une infinité de cas, qui ſemblent différens, peuvent être compris dans une même Table ; & quoique, ce nonobſtant, le nombre des cas ne laiſſe pas d'être encore infini, comme ils tiennent un certain ordre entr'eux, il ſuffira d'en calculer un certain nombre, pour en pouvoir tirer enſuite tous les autres par la voye d'interpolation. Tout l'ouvrage ſera donc réduit à un certain nombre de Tables calculées, & à une inſtruction, qui en enſeigne l'uſage ; & cela ſera ſuffiſant pour calculer tous les cas, qui ſe peuvent préſenter dans l'Artillerie, & on ſera en état de les expédier preſque auſſi promtement, que dans l'hypotheſe vulgaire de Galilée.

7. Pour mieux expliquer mes idées, je commencerai par tirer la ſolution de cette queſtion des premiers principes de la Mécanique. D'abord donc je conſidére le vrai poids du globe, dont il s'agit de déterminer le mouvement ; & poſant ce poids $= P$, ſoit Π le poids d'un volume égal de l'air, ou du fluide, dans lequel le mouvement ſe fait : cela poſé, on ſait que le poids de ce globe dans le fluide ſera $= P - \Pi$;

ce qui étant la force qui ſollicite le globe actuellement en bas, la force accélératrice de la gravité, qui agit ſur ce globe, ſera $= \frac{P - \Pi}{P}$ $= 1 - \frac{\Pi}{P}$. Cette force accélératrice ſe trouvera donc en retranchant de l'unité la fraction $\frac{\Pi}{P}$, qui marque le rapport de la gravité ſpécifique du fluide à celle du globe. Donc, lorſque le mouvement ſe fait dans l'air, à moins que le globe ne ſoit d'une matiere extrèmement legere, on voit bien, qu'on pourra ſuppoſer ſans erreur cette force accélératrice $= 1$: cependant pour rendre mes recherches générales, j'exprimerai par α dans la ſuite cette force accélératrice de la gravité, de ſorte que $\alpha = 1 - \frac{\Pi}{P}$.

8. Pour découvrir la réſiſtance de ce globe, ſoit d ſon diamètre, & v la hauteur, d'où un corps grave dans le vuide acquiert en tombant la même viteſſe, dont nous ſuppoſons, que le globe ſe meut dans le fluide. Poſant donc le rapport du diamètre à la circonference $= 1 : \pi$, l'aire du plus grand cercle de ce globe ſera $= \frac{1}{4}\pi dd$; donc ſa ſurface $= \pi dd$, & la ſolidité du globe même $= \frac{1}{6}\pi d^3$, qui exprimera donc le volume d'une maſſe du fluide, dont le poids eſt $= \Pi$; ainſi que nous venons de ſuppoſer. Enſuite, ſi un plan égal au grand cercle $\frac{1}{4}\pi dd$ ſe mouvoit directement dans le fluide avec la viteſſe du globe, on ſait que la réſiſtance feroit égale au poids d'un cylindre du fluide, dont la baſe feroit $= \frac{1}{4}\pi dd$, & la hauteur $= v$: & la ſolidité par conſéquent $= \frac{1}{4}\pi ddv$. Or on ſait auſſi que la réſiſtance du Globe ne vaut que la moitié de celle du grand cercle; donc la réſiſtance du globe ſera égale au poids d'une maſſe du fluide, dont le volume $= \frac{1}{8}\pi ddv$.

9. Or le poids d'un volume de ce fluide $\frac{1}{6}\pi d^3$ étant $= \Pi$, le poids du volume que nous venons de trouver $\frac{1}{8}\pi ddv$ ſera

=

$= \frac{3v}{4d}\Pi$; qui exprime la force de la résistance, & si nous la divisons par la masse, ou le poids du globe P, nous aurons la force retardatrice, qui resulte de la résistance, $= \frac{3v}{4d} \cdot \frac{\Pi}{P}$; & dont la direction est contraire au mouvement du globe. Or, puisque tant le diamètre du globe d, que le rapport de sa gravité spécifique à celle du fluide, ou P à Π, est supposé être connu, je poserai pour abréger $\frac{4d}{3} \cdot \frac{P}{\Pi} = c$, pour avoir la force retardatrice de la résistance $= \frac{v}{c}$. Or l'on voit que pour l'air, la valeur de la fraction $\frac{P}{\Pi}$ sera toujours un nombre très grand; car si le globe n'étoit pas plus pesant qu'un égal volume d'eau, il y auroit $\frac{P}{\Pi} = 850$ ou environ.

10. Le rapport de la gravité specifique du globe & du fluide se trouve le plus aisément par le moyen de l'eau; car sachant le poids P du globe, on aura d'abord le volume d'une masse d'eau, dont le poids est aussi $= P$, puisqu'on connoit le poids d'un pied cubique d'eau. Soit donc e^3 le volume de cette masse d'eau dont le poids $= P$, & que la gravité spécifique de l'eau soit à celle du fluide, dans lequel se fait le mouvement comme 1 à μ, & $\frac{1}{\mu} e^3$ sera le volume de ce fluide, dont le poids est $= P$. Or Π marque le poids d'une masse du même fluide, dont le volume est $= \frac{1}{6}\pi d^3$, d'où nous tirons $P : \Pi = \frac{1}{\mu} e^3 : \frac{1}{6}\pi d^3$, ou $\frac{P}{\Pi} = \frac{6 e^3}{\mu \pi d^3}$: donc nous aurons $c = \frac{8 e^3}{\mu \pi d d}$. Et

 partant

partant si le mouvement se faisoit dans l'eau, à cause de $\mu = 1$, on auroit $c = \frac{8e^3}{\pi dd}$; or, lorsque le mouvement se fait dans l'air, on aura à peu près $c = \frac{6666 e^3}{\pi dd}$, ou $c = \frac{2133 e^3}{dd}$.

11. Cette formule aura lieu, lorsque le mouvement du globe n'est pas trop vite, pour que l'air puisse aussitôt librement remplir l'espace, que le globe vient de quitter. Mais si le mouvement est si rapide, que l'air ne sauroit occuper dans le même instant l'espace, que le globe laisse après soi, de sorte que cet espace demeure vuide, du moins pour un instant, alors le globe soutenant sur sa partie d'avant toute la pression de l'atmosphère, qui n'étant pas contrebalancée par une pression égale de derriére, il est clair que la résistance sera augmentée de toute la pression de l'atmosphère sur la partie anterieure du globe. Donc, posant k pour la hauteur d'une colonne d'eau, qui est en équilibro avec l'atmosphère, cette pression sera égale au poids d'une masse d'eau, dont le volume $= \frac{1}{4}\pi ddk$; & partant au poids d'une masse d'air dont le volume $= 213\pi ddk = 669\, ddk$ à peu près.

12. La résistance entiere du globe dans l'air sera donc dans ce cas égale au poids d'une masse d'air, dont le volume $= \frac{1}{4}\pi ddv + 213\pi ddk$. Donc le poids du globe étant égal au poids d'un volume d'air $= 850\, e^3$, la force retardatrice de la résistance sera $= \frac{\pi ddv}{6666 e^3} + \frac{\pi ddk}{4e^3}$. Or nous venons de poser $c = \frac{6666 e^3}{\pi dd}$, où bien $\pi dd = \frac{6666 e^3}{c}$; donc la force retardatrice de la résistance sera $= \frac{v}{c} + \frac{6666 k}{4c} = \frac{v + 1666 k}{c}$.

13. Cette force aura donc lieu, lorsque la vitesse du globe est plus grande, que celle dont l'air en vertu de son ressort entreroit dans

un

un eſpace vuide. Or le reſſort étant égal au poids d'une colomne de même air, dont la hauteur $= 850k$, la viteſſe dont l'air entrera dans un eſpace vuide ſera duë à la hauteur $850k$; donc, toutes les fois que $v > 850k$, la force retardatrice de la réſiſtance de l'air ſera $= \frac{v + 1666k}{c}$. Or pour l'état ordinaire de l'air, on ſait qu'il eſt environ $k = 33$ pieds; de ſorte que ce cas aura lieu, lorsque $v > 28050$ pieds, ou que le globe parcourt dans une ſeconde un eſpace plus grand que de 1325 pieds.

14. De là on comprend aiſément, que quand même v ſera plus petit que $850\,k$, la force retardatrice de la réſiſtance ne ſera pas ſubitement réduite à $\frac{v}{c}$; & que la preſſion de l'atmoſphère ſera toujours plus petite ſur la partie de derrière du globe que ſur celle d'avant: d'où réſultera une augmentation de la réſiſtance. Ainſi s'il étoit $v = \frac{1}{2}.\, 850\,k$, la force retardatrice de la réſiſtance ſera $= \frac{v + \frac{1}{2}.\, 1666\,k}{c}$; & en général lorsque $v = \frac{1}{n}.\, 850\,k$, cette force deviendra à peu près $= \frac{v + \frac{1}{n}.\, 1666\,k}{c}$; ou bien $= \frac{3v}{c}$. Cependant il s'en faut bien, que cette détermination ſoit aſſés exacte, vu qu'elle dépend de la preſſion de l'atmoſphère ſur le derrière du globe. Or il faut auſſi remarquer que cette recherche n'eſt pas ſuſceptible d'une entiere rigueur de Geometrie, & qu'il faut ſe contenter d'une approximation convenable.

15. Par cette raiſon nous ne nous tromperons gueres, quand nous ſuppoſerons la force retardatrice de la réſiſtance $= \frac{3v}{c}$, quoiqu'elle

qu'elle devienne fausse, lorsque $v > 850\,k$. Car, puisque cela ne sauroit arriver que dans les mouvemens les plus rapides, & que ceux-ci sont bientôt réduits à une valeur de v au dessous de $850\,k$, l'erreur qui en résulte ne sera pas considérable. Donc, au lieu de $c = \frac{6666\,e^3}{\pi\,dd}$ si nous supposons $c = \frac{2222\,e^3}{\pi\,dd}$, ou bien $c = 707 \cdot \frac{e^3}{dd}$, la force retardatrice de la résistance sera $= \frac{v}{c}$: & nous nous servirons de cette formule à l'avenir pour la commodité du calcul: où il faut se souvenir, que d marque le diamètre du globe, & e^3 le volume d'eau dont le poids est égal à celui du globe.

16. Donc, pour déterminer le mouvement d'un globe lancé dans l'air, il faut commencer par mesurer exactement tant son diamètre d que son poids, auquel on cherchera un volume d'eau également pesant, qui soit $= e^3$; & alors on en tirera la valeur de $c = 707 \cdot \frac{e^3}{dd}$: sur laquelle le calcnl doit être fondé. D'où l'on voit déjà que le calcul sera le même pour tous les globes, dont le poids aura au quarré de leur diamètre le même rapport. Cependant on ne sauroit nier, que le nombre 707 n'est pas trop bien constaté, & qu'il est même variable à cause de la diverse température de l'air. Mais ce sera une affaire à laquelle il faut avoir égard dans l'application du calcul aux expériences; & dans le calcul même on regardera la quantité c comme connue, sans se soucier, comment elle dépend de la grandeur & du poids du globe. Quand on passe ensuite à la pratique, on cherchera par quelque expérience, quelle valeur doit être donnée à la quantité c pour chaque globe proposé & pour chaque état de l'air.

Fig. 1. 17. Soit donc CNAMH la courbe décrite par un globe dans un fluide quelconque, que α marque la force accélératrice de la gravité, &

& que c soit la quantité mentionnée, d'où dépend la résistance. Soit A le point le plus haut de cette courbe, & la horizontale BAE la tangente à ce point; CNA sera donc la partie de cette courbe, par laquelle le globe est monté, & AMH celle par laquelle il descend. Considerons séparément le mouvement de la montée & de la descente, & soit pour celle-cy une abscisse quelconque prise sur la horizontale AP $= x$, l'appliquée verticale qui y répond PM $= y$; & que v soit la hauteur duë à la vitesse du globe en M; de sorte que la force retardatrice de la résistance y sera $= \frac{v}{c}$.

18. Décomposant le mouvement du corps selon les directions horizontale AP & la verticale PM, celui cy sera premièrement accéléré par la force accélératrice de la gravité $= \alpha$. Ensuite la force retardatrice de la résistance $\frac{v}{c}$ agissant selon la direction de la tangente MT, si nous posons l'élément de la courbe M$m = ds$, il en résultera une force, qui s'oppose au mouvement horizontal, $= \frac{v\,dx}{c\,ds}$; & une qui s'oppose au mouvement vertical, $= \frac{v\,dy}{c\,ds}$. Donc si nous posons l'élément du tems $= dt$, de sorte que $dt = \frac{ds}{\sqrt{v}}$, & que nous prenions cet élément dt pour constant, les principes mécaniques de l'accélération nous fourniront ces deux égalités:

$$\frac{2\,ddx}{dt^2} = -\frac{v\,dx}{c\,ds} \quad \& \quad \frac{2\,ddy}{dt^2} = \alpha - \frac{v\,dy}{c\,ds}.$$

19. Puisque $dt = \frac{ds}{\sqrt{v}}$, nous aurons $v = \frac{ds^2}{dt^2}$, d'où nos deux équations deviendront:

$$\frac{2\,ddx}{dt^2} = -\frac{dx\,ds}{c\,dt^2} \quad \& \quad \frac{2\,ddy}{dt^2} = \alpha - \frac{dy\,ds}{c\,dt^2}$$

Suppo-

Suppofons de plus $dy = p\,dx$, de forte que p exprime la tangente de l'angle PTM, ou de l'inclinaifon du mouvement du corps à l'horizon, & à caufe de $ds = dx\sqrt{(1+pp)}$, & de $ddy = pddx + dxdp$, nous aurons ces deux équations :

$$\frac{2ddx}{dt^2} = -\frac{dx^2\sqrt{(1+pp)}}{c\,dt^2} \quad \& \quad \frac{2pddx}{dt^2} + \frac{2dxdp}{dt^2} = \alpha - \frac{pdx^2\sqrt{(1+pp)}}{c\,dt^2}.$$

& fi nous retranchons de celle-cy la premiere multipliée par p, il reftera $\frac{2\,dx\,dp}{dt^2} = \alpha$, ou bien $\alpha\,dt^2 = 2\,dx\,dp$; or la premiere donne $-\frac{2\,ddx}{dx^2} = \frac{\sqrt{(1+pp)}}{c}$. Enfin on aura $v = \frac{dx^2\,(1+pp)}{dt^2} = \frac{\alpha\,dx\,(1+pp)}{2\,dp}$.

20. Parce que $2\,dp = \frac{\alpha\,dt^2}{dx}$; l'autre équation $-\frac{2\,ddx}{dx^2} = \frac{\sqrt{(1+pp)}}{c}$, multipliée par dp fe réduira à celle-cy $-\frac{2\alpha\,dt^2\,ddx}{dx^3} = \frac{2\,dp\,\sqrt{(1+pp)}}{c}$ dont l'intégrale à caufe de l'élément dt conftant eft

$$\frac{\alpha\,dt^2}{dx^2} = \frac{2\,dp}{dx} = 2\,C + \tfrac{2}{c}\int dp\,\sqrt{(1+pp)}$$

d'où nous tirons :

$$dx = \frac{dp}{C + \frac{1}{c}\int dp\,\sqrt{(1+pp)}} \quad \& \quad dy = \frac{p\,dp}{C + \frac{1}{c}\int dp\,\sqrt{(1+pp)}}$$

donc $ds = dx\sqrt{(1+pp)} = \frac{dp\,\sqrt{(1+pp)}}{C + \frac{1}{c}\int dp\,\sqrt{(1+pp)}}$

Enfuite

Ensuite à cause de $\alpha\, dt^2 = 2\, dx\, dp$, nous obtiendrons

$$\tfrac{1}{2}\alpha dt^2 = \frac{dp^2}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)}} \;\&\; dt\sqrt{\tfrac{1}{2}\alpha} = \frac{dp}{\sqrt{(C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)})}}$$

& enfin pour la vitesse du corps nous aurons :

$$v = \frac{\frac{1}{2}\alpha(1+pp)}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)}}.$$

21. Pour la formule intégrale $\int dp\sqrt{(1+pp)}$, qui entre dans ces expressions, il est évident qu'elle exprime un arc parabolique : ou bien on le pourra assigner par les logarithmes, puisque $\int dp\sqrt{(1+pp)} = \frac{1}{2}p\sqrt{(1+pp)} + \frac{1}{2}l(p + \sqrt{(1+pp)})$; prenant l'intégrale en sorte qu'il évanouisse au cas de $p = 0$, ce qui arrive au sommet A de la courbe, où la tangente est horizontale. Ainsi regardant l'inclinaison du mouvement du corps à l'horizon, dont la tangente est $= p$, comme connuë, pour l'endroit M, où cela arrive, nous pourrons déterminer l'abscisse $AP = x$, l'appliquée $PM = y$; l'arc $AM = s$; la hauteur duë à la vitesse en M, & enfin le tems, que le corps a mis à parcourir l'arc A M.

22. Posons pour la constante C, qui a été introduite par l'intégration, cette fraction $\frac{n}{c}$, & il est clair que n désignera un nombre absolu. Ensuite mettons pour abréger $\int dp\sqrt{(1+pp)} = P$. vu que pour chaque valeur de p on peut aisément trouver celle de P ; & pour la branche AMH, par laquelle le corps descend, nous aurons les formules suivantes :

$$x = c\int\frac{dp}{n+P};\quad y = c\int\frac{p\,dp}{n+P};\quad s = c\int\frac{dp\sqrt{(1+pp)}}{n+P}$$

$$dt\sqrt{\tfrac{1}{2}\alpha} = \frac{dp\sqrt{c}}{\sqrt{(n+P)}} \quad\text{ou}\quad t = \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\alpha}}\int\frac{dp}{\sqrt{(n+P)}}$$

$$\& \quad v = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n+P}.$$

 Ces

Ces intégrales doivent être prises en sorte, qu'elles évanouissent dans le cas $p = 0$; d'où l'on voit que la hauteur duë à la vitesse en A sera $= \frac{\alpha c}{2n}$.

23. Ces mêmes formules servent aussi à exprimer la nature de l'autre branche ANC, que le corps aura décrite en montant; car on n'a qu'à prendre négative la valeur de p. Ainsi, si la direction du mouvement en N fait avec l'horizon un angle dont la tangente $= p$, on aura :

$$AQ = c\int \frac{dp}{n-P};\ QN = c\int \frac{p\,dp}{n-P};\ \&\ AN = c\int \frac{dp\sqrt{(1+pp)}}{n-P},$$

le tems par l'arc AN $= \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\alpha}} \int \frac{dp}{\sqrt{(n-P)}}$

la hauteur duë à la vitesse en N $= \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n-P}$.

D'où l'on voit que dans la branche ascendante ANC l'inclinaison de ses tangentes à l'horizon ne sauroit nulle part devenir si grande, qu'il fût $P > n$: & là où $P = n$, la vitesse du corps est infinie.

24. Le mouvement du corps, & la courbe qu'il décrit CNAMH, dépend donc de trois constantes α, c, & n: dont il faut savoir les valeurs pour chaque cas proposé. La premiere α est déterminée par la gravité specifique du fluide à l'égard de celle du globe; & comme elle n'entre pas dans les formules qui déterminent la nature de la courbe, on la connoitra indépendamment de α: ce n'est que le tems & la vitesse qui en dépendent. La quantité c est déterminée par le diamètre & le poids du globe, & comme elle ne fait que multiplier les formules trouvées, elle ne cause aucun embarras dans le calcul. Or la troisième quantité n, qui dépend de la vitesse imprimée au corps, affecte tellement nos formules, qu'on est obli-

gé

gé d'en calculer les valeurs à part pour toutes les différentes valeurs de n.

25. Pour déveloper mieux la nature de cette courbe, il sera bon d'avoir aussi égard au rayon de sa dévelopée qui mesure sa courbure dans chacun de ses points. Or on sait que posant $dy = p\,dx$, le rayon de courbure est $= \frac{dx\,(1+pp)\,V(1+pp)}{dp}$. Donc, puisque $\frac{dx}{dp} = \frac{c}{n+P}$ pour la branche descendante, le rayon de courbure en M sera $= \frac{c\,(1+pp)\,V(1+pp)}{n+P}$. Or pour la branche ascendante en N, où est aussi $dy = p\,dx$, le rayon de courbure sera $= \frac{c\,(1+pp)\,V(1+pp)}{n-P}$. Ainsi là où $P = n$, & la vitesse du corps est infinie, le rayon de courbure devient aussi infiniment grand: & l'on voit que dans les deux branches, où leurs tangentes sont également inclinées à l'horizon, le rayon de courbure, de même que les autres quantités, x, y, s, t, & v, sont plus grandes dans la branche ascendante que dans la descendante.

26. Donc dans un milieu résistant, les deux branches de la courbe décrite par un corps, sont dissemblables, en sorte que la branche descendante est plus courbée que l'ascendante, & le mouvement par celle-cy plus rapide que par celle-là. Or dans le vuide les deux branches sont, comme on sait, égales & semblables, & le mouvement aussi le même: ce que nos formules déclarent aussi évidemment; car pour le vuide la quantité c devient infinie, de même que le nombre n, puisque $\frac{ac}{2n}$ marque la hauteur duë à la vitesse en A. Donc

P évanouit par rapport à n, & puisque $\alpha = 1$, si nous posons $\frac{c}{2n} = b$; nous aurons pour le vuide :

$x = 2bp$; $y = bpp$; $s = 2b\int dp\sqrt{(1+pp)}$; $t = 2bp$; & $v = b(1+pp)$, & le rayon de courbure $= 2b(1+pp)^{\frac{3}{2}}$, d'où il est évident, que la courbe est une parabole, & le mouvement tel, qu'il est connu.

27. C'est donc de la quantité $P = \int dp\sqrt{(1+pp)}$, que résulte la différence entre les trajectoires dans le vuide & dans un fluide ; & l'on voit que cette différence sera d'autant plus grande, plus sera grande la quantité P par rapport au nombre n. Or la quantité P évanoüit au sommet A; & de là de part & d'autre elle croit avec l'angle MTP, que la tangente de la courbe fait avec l'horizon; en sorte que lorsque cet angle devient droit, la quantité P sera même infinie. Par conséquent quelque petite que soit la résistance, la courbe CNAMH s'ecarte enfin à l'infini de la parabole ; puisqu'en continuant ses branches il doit arriver nécessairement, que la quantité P devienne enfin égale au nombre n, quelque grand qu'il soit, & qu'elle le surpasse même infiniment.

28. Mais, lorsqu'on veut seulement connoitre une telle partie de la courbe comme NAM, que l'inclinaison des tangentes à ses extrémités M & N soit si petite, que la quantité P qui en résulte, soit fort petite par rapport au nombre n, alors on pourra trouver des approximations assés commodes pour décrire cette portion de la courbe. Car, puisque P est fort petite par rapport à n, on aura $\frac{1}{n+P} = \frac{1}{n} - \frac{P}{nn}$ & $\frac{1}{n-P} = \frac{1}{n} + \frac{P}{nn}$; & $\frac{1}{\sqrt{(n+P)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{P}{2n\sqrt{n}}$; & $\frac{1}{\sqrt{(n-P)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{P}{2n\sqrt{n}}$. Donc pour la branche descendante

AM

AM nous aurons:

$$AP = x = \frac{c}{n}\left(p - \frac{1}{n}\int P\,dp\right) = \frac{c}{n}\left(p - \frac{1}{n}Pp + \frac{1}{3n}((1+pp)^{\frac{3}{2}} - 1)\right)$$

$$PM = y = \frac{c}{n}\left(\tfrac{1}{2}pp - \frac{1}{n}\int Pp\,dp\right) = \frac{c}{n}\left(\tfrac{1}{2}pp - \frac{1}{2n}Ppp - \frac{1}{8n}P + \frac{1}{8n}p(1+pp)^{\frac{3}{2}}\right)$$

$$AM = s = \frac{c}{n}\left(P - \frac{1}{n}\int P\,dp\,\sqrt{(1+pp)}\right) = \frac{c}{n}\left(P - \frac{1}{2n}PP\right)$$

le tems par AM $= t = \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\alpha n}}\left(p - \frac{1}{2n}Pp + \frac{1}{6n}((1+pp)^{\frac{3}{2}} - 1)\right)$

la hauteur duë à la viteſſe en M, $v = \frac{\alpha c(1+pp)}{2n}\left(1 - \frac{P}{n}\right)$

Et prenant p & P négatifs ces mêmes expreſſions ſerviront pour la branche aſcendante AN.

29. Or ces approximations n'auront lieu, que tandis que la quantité P demeure extrémement petite par rapport au nombre n. Donc, plus le nombre n ſera grand, plus ſera auſſi grande la portion de la courbe MAN, qu'on connoitra au juſte par le moyen de ces formules. Mais, dès qu'on en veut connoitre une plus grande portion, ces approximations ne ſont plus d'aucune uſage; & alors, puiſqu'il n'y a pas moyen d'intégrer les formules trouvées pour x, y, & le tems t, on ſera réduit à en chercher la valeur par la voye des quadratures. Or, avant que d'entreprendre cet ouvrage, il ſera bon de remarquer quelques phènomenes, que nous decouvre la conſidération de cette courbe.

30. Et d'abord je remarque, que l'arc de la courbe AM $= s$ ſe peut exprimer par un logarithme; car, puisque $dp\sqrt{(1+pp)} = dP$, on aura $s = c\int\frac{dP}{n+P}$, & partant $s = c\,l\,\frac{n+P}{n}$, puisque en A où $s = 0$, il eſt $P = 0$; & cette formule eſt déjà fort commode

pour

pour décrire la courbe; car calculant pour un grand nombre de valeurs de p, celle de s, on trouvera autant de portions de la courbe, & sachant de chacune l'inclinaison à l'horizon, on en tirera aisément les portions de l'abscisse & de l'appliquée, qui leur conviennent; lesquelles étant ajoutées ensemble donneront tant l'abscisse que l'appliquée entiere, qui répondent à chaque point de la courbe. Ensuite, ayant la vitesse à chaque point de la courbe par la formule $v = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n+P}$, chaque particule de la courbe divisée par $\sqrt{v}$ donnera le tems, que le corps met à la parcourir: & pourvu qu'on prenne les particules de la courbe assés petites, on obtiendra assés exactement tant la figure de la courbe, que le mouvement du corps.

31. Puisque pour la branche descendante nous venons de trouver $s = cl\frac{n+P}{n}$, nous voyons que cette courbe approche de plus en plus de la direction verticale, qu'elle n'atteint pourtant qu'à l'infini. Car l'arc s ne devient infini, que lorsque P est infini, ce qui arrive, quand p est pris infini, ou que la tangente de la courbe devient verticale. Or pour la branche ascendante ANC, nous aurons l'arc $AN = -cl\frac{n-P}{n} = cl\frac{n}{n-P}$; donc cet arc sera infini, lorsque $P = n$: de là on obtiendra une certaine valeur pour p, d'où l'on connoitra l'inclinaison de la tangente de cette courbe à l'infini, qui sera son asymtote.

32. Ayant pour la branche ascendante $v = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n-P}$ nous voyons qu'à l'infini où $P = n$, la vitesse du corps est infinie, & qu'en montant jusqu'en A elle devient continuellement plus petite; car en diminuant p, le numérateur $\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)$ en devient plus petit, & le dénominateur $n-P$ plus grand; l'un & l'autre contribuant à diminuer

diminuer la viteſſe. Or pour la branche deſcendante ayant $v = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n+P}$; on aura pour le ſommet A, $v = \frac{\alpha c}{2n}$; or de là il ne s'enſuit pas, que plus le corps deſcend, plus auſſi ſon mouvement ſera accéléré; mais plutôt après que le corps aura paſſé par le ſommet A, ſon mouvement ne laiſſera pas de ſouffrir encore quelque diminution, jusqu'à ce qu'il parvienne à un certain point I, où ſa viteſſe ſera la plus petite.

33. Ce point I où le corps aura la moindre viteſſe, ſe trouvera donc en ſuppoſant le differentiel de $\frac{1+pp}{n+P}$ égal à zéro; d'où l'on aura $2p(n+P) = (1+pp)\,V(1+pp)$. Or ayant $P = \frac{1}{2}pV(1+pp) + \frac{1}{2}l(p+V(1+pp))$, nous aurons

$$2np + pl(p+V(1+pp)) = V(1+pp)$$

Comme cela arrive ordinairement fort près du point A, la valeur de p ſera fort petite, & partant à peu près:

$P = p + \frac{1}{6}p^3$, & $(1+pp)\,V(1+pp) = 1 + \frac{3}{2}pp + \frac{3}{8}p^4$.

donc: $2np + 2pp + \frac{1}{3}p^4 = 1 + \frac{3}{2}pp + \frac{3}{8}p^4$, où $2np = 1 - \frac{1}{2}pp + \frac{1}{24}p^4$

d'où, à moins que le nombre n ne ſoit très petit, on tirera $p = \frac{1}{2n} - \frac{1}{16n^3}$ pour le point I; & partant la hauteur duë à la plus petite viteſſe en I ſera à peu près $v = \frac{\alpha c}{2n}\left(\frac{4nn+1}{4nn+2}\right)$ ou $v = \frac{\alpha c}{2n}\left(1 - \frac{1}{4nn}\right)$.

34. Depuis ce point I le mouvement du corps ſera de nouveau accéléré; mais quoique l'accélération continuë à l'infini, la viteſſe ne ſurpaſſera jamais une certaine limite; car à l'infini de cette courbe où $p = \infty$, on aura $v = \frac{\frac{1}{2}\alpha cpp}{P}$, puisque n evanouït par rapport à P, dont la valeur

ſera

fera aussi infinie. Mais à cause de $p = \infty$, le nombre $l(p + V(1 + pp))$ quoiqu'infini, évanouït par rapport à $pV(1 + pp)$, de sorte que dans ce cas $P = \frac{1}{2} pp$, & partant $v = \alpha c$; qui sera donc la hauteur duë à la vitesse, de laquelle le corps en descendant par l'arc IMH approche de plus en plus, & qu'il n'atteint qu'à l'infini.

35. Il est aussi à remarquer, que le rayon de courbure en M étant $= \frac{c(1 + pp)^{\frac{3}{2}}}{n + P}$, la plus grande courbure ne se trouvera pas au sommet même A, mais à un autre point K dans l'arc descendant, qu'on trouvera par la résolution de cette équation

$$3p(n + P) = (1 + pp) V (1 + pp), \text{ ou bien}$$

$$3np + \tfrac{3}{2}pp V(1 + pp) + \tfrac{3}{2}pl(p + V(1 + pp)) = V(1 + pp).$$

Donc, à moins que le nombre n ne soit trés petit, il y aura à peu près $p = \frac{1}{3n}$; d'où l'on voit que ce point K sera plus prés du sommet A, que le point I, où la vitesse du corps est la plus petite.

36. Mais pour la nature de la branche descendante AMH, c'est encore une question bien importante, si elle a une asymtote verticale comme EF, ou non? c'est à dire, si en faisant $p = \infty$ l'abscisse x devient infinie, ou si elle obtient une valeur finie comme AE, qui donneroit par conséquent l'asymtote EF. Il s'agit donc de chercher la valeur de la formule intégrale $\int \frac{dp}{n + P}$ au cas de $p = \infty$; car pour la valeur de l'appliquée $c\int \frac{p\,dp}{n + P}$, il n'y a aucun doute, qu'elle ne devienne infinie en posant $p = \infty$. Mais aucune des méthodes, qui seroient assés propres pour nous marquer ces valeurs, tandis que P est plus petit que n, ne sauroit être employée ici avec succès.

37. Je crois donc, que le plus ſeur moyen ſera de recourir à des limites, en donnant à P ſucceſſivement deux telles valeurs, dont l'une ſeroit trop grande & l'autre trop petite ; en ſorte qu'on puiſſe pour l'un & l'autre cas exprimer l'intégrale $\int \frac{dp}{n+P}$. Or il eſt évident que $\int dp\sqrt{(1+pp)}$, ou P, eſt toujours plus petit que $p\sqrt{(1+pp)}$; & certainement plus grand que p ou $p\sqrt{(1+0pp)}$. Poſons donc pour avoir des limites plus proches ;

$$P = \int dp\sqrt{(1+pp)} = p\sqrt{(1+\delta pp)}$$

& prenant les différentiels nous aurons :

$$\sqrt{(1+pp)}\,(1+\delta pp) = 1+2\delta pp \text{ ou bien}$$

$$(1-3\delta)\,pp+\delta(1-4\delta)\,p^4 = 0$$

d'où l'on voit, que ſi $\delta = \frac{1}{3}$, cette formule eſt < 0, & ſi $\delta = \frac{1}{4}$, elle eſt > 0. Donc nous aurons ces deux limites aſſés approchantes :

$$P < p\sqrt{(1+\tfrac{1}{3}pp)} \quad \& \quad P > p\sqrt{(1+\tfrac{1}{4}pp)}$$

38. Par là nous ſommes aſſeurés, que dans la branche deſcendante il y aura toujours :

$$x > c\int \frac{dp}{n+p\sqrt{(1+\frac{1}{3}pp)}} \quad \& \quad x < c\int \frac{dp}{n+p\sqrt{(1+\frac{1}{4}pp)}}$$

Dévelopons donc ces deux limites, & pour qu'une ſeule opération y ſuffiſe, poſons $x = c\int \frac{dp}{n+p\sqrt{(1+\delta pp)}}$, & ſoit pour dégager l'irrationalité $\sqrt{(1+\delta pp)} = p\sqrt{\delta}+q$, & nous aurons $p = \frac{1-qq}{2q\sqrt{\delta}}$; $\sqrt{(1+\delta pp)} = \frac{1+qq}{2q}$, & $p\sqrt{(1+\delta pp)} = \frac{1-q^4}{4qq\sqrt{\delta}}$ de plus $dp = -\frac{dq(1+qq)}{2qq\sqrt{\delta}}$, & partant :

$$x = -2c\int \frac{dq\,(1+qq)}{1+4nqq\sqrt{\delta}-q^4}.$$

39. Ce dénominateur ayant deux facteurs réels, poſons les $ff+qq$ & $gg-qq$; & on aura $ffgg = 1$ & $gg-ff = 4n\sqrt{\delta}$

 ou

ou bien $ff = \frac{1}{gg}$ & $4 n \sqrt{\delta} = \frac{g^4 - 1}{gg}$. De là notre expression deviendra :

$$x = -2c\left(\frac{1 - ff}{ff + gg}\int\frac{dq}{ff + qq} + \frac{1 + gg}{ff + gg}\int\frac{dq}{gg - qq}\right).$$

& prenant les intégrales :

$$x = \frac{-2c(1 - ff)}{f(ff + gg)}\,\text{A tang}\,\frac{q}{f} - \frac{c(1 + gg)}{g(ff + gg)}\,l\frac{g + q}{g - q} + \text{Conft.}$$

Or puisque $x = 0$; lorsque $p = 0$ & partant $q = 1$, nous aurons :

$$x = \frac{2c(1 - ff)}{f(ff + gg)}\left(\text{A tang}\,\frac{1}{f}\ \text{A} - \text{tang}\,\frac{q}{g}\right) + \frac{c(1 + gg)}{g(ff + gg)}\,l\frac{(g + 1)(g - q)}{(g - 1)(g + q)}$$

ou bien à cause de $f = \frac{1}{g}$;

$$x = \frac{2cg(gg - 1)}{1 + g^4}(\text{A tang}\,g - \text{A tang}\,gq) + \frac{cg(1 + gg)}{1 + g^4}\,l\frac{(g + 1)(g - q)}{(g - 1)(g + q)}$$

40. Maintenant on n'a qu'à poser $q = 0$, pour avoir le cas de $p = \infty$; & l'abfciffe qui répond à l'arc infini AMH fera

$$\text{AE} = \frac{2cg(gg - 1)}{1 + g^4}\,\text{A tang}\,g + \frac{cg(1 + gg)}{1 + g^4}\,l\frac{g + 1}{g - 1}$$

où il faut remarquer que $gg = 2n\sqrt{\delta} + \sqrt{(1 + 4\delta nn)}$. Donc prenant $\delta = \frac{1}{3}$, nous aurons $gg = 2n\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{(1 + \frac{4}{3}nn)}$ & partant l'intervalle AE fera ou plus grand ou plus petit que cette expreffion

$$\frac{2cg(gg - 1)}{1 + g^4}\,\text{A tang}\,g + \frac{cg(1 + gg)}{1 + g^4}\,l\frac{g + 1}{g - 1}$$

felon qu'on prenne

ou $gg = 2n\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{(1 + \frac{4}{3}nn)}$

ou $gg = n + \sqrt{(1 + nn)}$

41.

41. Lorsque n eſt un nombre très grand, g en ſera un auſſi, & A tang g deviendra $= \frac{\pi}{2}$, prenant π pour la meſure de deux angles droits: donc à cauſe de $l\frac{g+1}{g-1} = \frac{2}{g}$, notre formule ſera $\frac{\pi c}{g} + \frac{2c}{gg}$. Donc ayant ou $gg = 4nV\frac{1}{3}$ ou $gg = 2n$; les limites entre lesquels l'intervalle AE eſt compris, ſeront

$$\frac{\pi c\, VV3}{2\,Vn} + \frac{cV3}{2n} \quad \& \quad \frac{\pi c\, V2}{2\,Vn} + \frac{c}{n}$$

Mais, lorsque n eſt une fraction très petite, nous aurons, ou $gg = 1 + 2nV\frac{1}{3}$, ou $gg = 1 + n$; donc à cauſe de A tang $1 = \frac{\pi}{4}$ les limites de l'intervalle AE ſeront:

$$\frac{\pi nc}{2V3} + c\, l\, \frac{2V3}{n} \quad \& \quad \frac{\pi nc}{4} + c\, l\, \frac{4}{n}$$

43. La courbe trajectoire donc dans un fluide aura deux aſymtotes, l'une verticale qui eſt convergente avec la branche deſcendante, & l'autre inclinée à l'horizon, pour la branche aſcendante, & qui ſera tellement inclinée à l'horizon, que poſant la tangente de l'inclinaiſon $= p$, on aura $P = n$, ou

$$n = \tfrac{1}{2}p\,V(1+pp) + \tfrac{1}{2}l(p + V(1+pp))$$

Pour le cas du vuide cette derniere aſymtote devient auſſi verticale, de même que la premiere, & l'une & l'autre ſera infiniment éloignée du ſommet A. Or pour trouver le point L, où l'aſymtote de la branche aſcendante coupe la ligne horizontale BAE, poſant $P = n$, on aura

$$AL = x - \frac{y\,dx}{dy} = c\left(\int\frac{dp}{n-P} - \frac{1}{p}\int\frac{p\,dp}{n-P}\right)$$

43. Après ces remarques générales, venons au fait pour voir, comment on pourroit tirer quelque fruit des formules trouvées pour la

la pratique. Et d'abord il eſt évident qu'on ne ſauroit ſe paſſer d'une Table, qui répréſente pour chaque valeur de p celle de P. Donc, puiſque p exprime la tangente de l'angle d'inclinaiſon de la courbe à l'horizon, poſons cet angle $= \phi$, de ſorte quo $p =$ tang ϕ; & à cauſe de $\sqrt{(1 + pp)} =$ ſec. ϕ, nous aurons:

$$P = \tfrac{1}{2} \text{ tang } \phi . \text{ sec. } \phi + \tfrac{1}{2}\, l\,(\text{tang } \phi + \text{sec. } \phi) \text{ ou bien}$$
$$P = \tfrac{1}{2} \text{ tang } \phi . \text{ sec. } \phi + \tfrac{1}{2}\, l \text{ tang } (45^\circ + \tfrac{1}{2}\phi)$$

où il faut prendre les logarithmes hyperboliques de la tangente des angles $45^\circ + \frac{1}{2}\phi$, qu'on trouve dans l'Ouvrage de Neper ſur les logarithmes.

44. C'eſt donc le contenu de la Table premiere, où la premiere colomne renferme tous les angles d'inclinaiſon à l'horizon de degré en degré depuis 0° juſqu'à 90°: la ſeconde colomne en contient les tangentes, qui ſont les valeurs de la lettre p. La troiſième colomne fournit les valeurs de la formule tang ϕ. ſec. ϕ ou de $p\sqrt{(1 + pp)}$, & la quatrième celles de la formule l tang $(45^\circ + \frac{1}{2}\phi)$, ou de $l(p + \sqrt{(1 + pp)})$; qui eſt la même que la Table des degrés des latitudes croiſſantes dans l'Hydrographie. Enfin la cinquième colomne contient les valeurs correſpondantes de la formule intégrale $P = \int dp\sqrt{(1 + pp)}$, dont nous avons beſoin dans nos expreſſions.

45. Or, pour connoitre les courbes, qu'un corps peut décrire dans un fluide, il faut remarquer, qu'il y en a une infinité d'eſpeces differentes, qui ſont déterminées par les diverſes valeurs du nombre n. Car, tandis que le nombre n demeure le même, les courbes ſeront toujours ſemblables entr'elles, ou bien de la même eſpece, quelle que ſoit la difference entre les quantités a & c; puiſque celles-cy n'entrent dans le calcul, que pour déterminer la grandeur de la courbe, ſans en changer l'eſpece, & outre cela le mouvement même du corps.

46. Le caractère de ces diverſes eſpeces ſera l'angle OLB, dont l'aſymtote de la branche aſcendante eſt inclinée à l'horizon. Pour connoitre cet angle, on n'a qu'à chercher la valeur du nombre n dans la

la cinquième colomne de notre table, & la premiere colomne indiquera cet angle. Ainsi, si $n = 0$, l'angle OLB évanouïra, ou bien l'asymtote OL sera horizontale; & le sommet A se trouvera à l'infini. Dans ce cas donc la branche ascendante de la courbe évanouït, & le corps descendra toujours, en approchant de plus en plus de l'autre asymtote verticale EF : ce sera donc la premiere espece des trajectoires décrites dans un fluide. Fig. 2.

47. Pour les autres especes, on les aura en donnant à n des valeurs affirmatives. Or, quoique le nombre soit infini, il sera bon pour la pratique d'en fixer un certain nombre en donnant à l'angle OLB des valeurs, qui croissent de 5 à 5 degrés. Ainsi la seconde espece sera, si $n = 0, 0876001$, où l'angle OLB devient de 5 degrés. Voilà donc les diverses especes, qu'on pourroit établir. Fig. 1.

Espece.	L'angle OLB	valeur du nombre n	Espece.	L'angle OLB	valeur du nombre n
1	0°	0, 0000000	10	45°	1, 1477934
2	5	0, 0876001	11	50	1, 432362
3	10	0, 1772365	12	55	1, 822067
4	15	0, 2711218	13	60	2, 390330
5	20	0, 3718537	14	65	3, 290396
6	25	0, 4826944	15	70	4, 884250
7	30	0, 6079863	16	75	8, 223570
8	35	0, 7538161	17	80	17, 54793
9	40	0, 9291380	18	85	67, 12291

L'espece suivante ou la dix-neuvième renfermeroit les cas, où le globe est lancé verticalement en haut : or, puisque ces cas sont suffisamment expliqués ailleurs, je n'en tiendrai pas compte ici.

48. On pourroit encore établir autant d'especes, en donnant à n les mêmes valeurs, mais prises négativement ; mais, puisque dans ces

ces cas les courbes sont destituées de la branche ascendante, elles ne sauroient avoir lieu, que lorsque le globe seroit d'abord lancé en bas. Or, comme dans l'Artillerie il n'arrive guères souvent, qu'on baisse les canons ou les mortiers au dessous de l'horizon, il seroit superflu de calculer ces especes; & puisque la direction des canons & mortiers est toujours, ou horizontale, ou élevée au dessus de l'horizon, on peut même se passer de la premiere espece, vu qu'elle n'a jamais lieu dans la pratique.

49. Le plus sur moyen de calculer chacune des ces especes sera de partager toute la courbe en plusieurs morceaux, & d'en calculer chacun à part: car alors on n'aura qu'à rassembler les calculs de tous ces morceaux. Soit donc Mm un tel morceau de la courbe, & soit la tangente de l'inclinaison en $M = p$ & en $m = q$: & posant $\int dq\sqrt{(1+qq)} = Q$, de même que $\int dp\sqrt{(1+pp)} = P$; on aura $AM = cl\frac{n+P}{n}$ & $Am = cl\frac{n+Q}{n}$; donc la portion de l'arc Mm sera $= cl\frac{n+Q}{n+P}$. Ensuite prenant un milieu entre les inclinaisons en M & m, qui soit $= \eta$, on aura pour la portion de l'abcisse qui répond à cet arc $Pp = c \cos\eta.\ l\frac{n+Q}{n+P}$; & pour la portion de l'appliquée $pm - PM = c \sin\eta.\ l\frac{n+Q}{n+P}$; pourvu que que la difference entre p & q soit assés petite.

50. Ensuite pour le mouvement même du corps, la hauteur duë à la vitesse en M sera $= \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n+P}$, & en $m = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+qq)}{n+Q}$. Prenant donc un milieu entre les vitesses, qu'on tire de ces formules, qui soit $= \sqrt{u}$, le tems, que le corps employe à par-

parcourir l'espace Mm sera $= \frac{Mm}{\sqrt{u}}$. Ou bien on prendra un milieu entre les valeurs $\frac{\sqrt{(1+pp)}}{\sqrt{(n+P)}}$ & $\frac{\sqrt{(1+qq)}}{\sqrt{(n+Q)}}$ qui soit $= \mu$, & à cause de $\sqrt{u} = \mu \sqrt{\frac{1}{2} \alpha c}$, le tems par l'arc Mm sera $= \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\alpha}} \cdot \frac{1}{\mu} \; l \frac{n+Q}{n+P}$. Et pour avoir ce tems exprimé en minutes secondes, soit g la hauteur par laquelle un corps tombe dans une seconde, & le nombre des secondes sera $= \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{2\alpha g}} \cdot \frac{1}{\mu} \; l \frac{n+Q}{n+P}$. On pourra de la même maniere exprimer les vitesses par l'espace, qu'elles sont capables de parcourir dans une seconde, & sur ce pied la vitesse en M est $= \sqrt{2\alpha c g} \cdot \frac{\sqrt{(1+pp)}}{\sqrt{(n+P)}}$.

51. Quoiqu'on dût ici prendre les logarithmes hyperboliques, on peut pourtant se servir des logarithmes communs, pourvu qu'on multiplie ensuite les coëfficiens de ces termes par le nombre 2, 302585092994, dont le logarithme commun est $= 0,3622156$. Ainsi, en se servant des logarithmes communs, un arc quelconque de la courbe sera $2,302585 \, c. \; l \frac{n+Q}{n+P}$, & ce coëfficient conviendra aussi aux abscisses & appliquées. Ensuite la vitesse en M sera exprimée par l'espace $\sqrt{2\alpha c g} \cdot \frac{\sqrt{(1+pp)}}{\sqrt{(n+P)}}$, qui se parcourt dans une seconde avec cette vitesse; & le tems par l'arc Mm sera de

$$\frac{2,302585 \sqrt{c}}{\sqrt{2\alpha g}} \cdot \frac{1}{\mu} \; l \frac{n+Q}{n+P} \text{ secondes,}$$

où μ est la valeur moyenne entre $\frac{\sqrt{(1+pp)}}{\sqrt{(n+P)}}$ & $\frac{\sqrt{(1+qq)}}{\sqrt{(n+Q)}}$

&

& g marque la hauteur, d'où un corps tombe dans une seconde dans le vuide, & on fait que $g = 15, 625$ pieds de Rhin.

52. Sur ce pied je calculerai une Table pour l'espece douzième où $n = 1, 822067$, qui contiendra deux parties l'une pour la branche ascendante ANC, l'autre pour la branche descendante AMH; elle pourra servir de modele pour calculer pareillement des Tables semblables pour les autres especes; & à l'aide de 18 Tables de cette forme on sera en état de résoudre toutes les questions, qui peuvent se rencontrer dans l'Artillerie.

53. Par le moyen de cette Table, qui est calculée de 5 à 5 degrés, on construira aisément la forme de la trajectoire de la douzième espece; comme elle est exprimée dans la troisième figure. Et lorsqu'on sait la valeur de la quantité c & de α, on connoitra par cette Tabelle la vitesse du corps dans chaque point de la courbe, & encore le tems, par chaque partie de la courbe. Ainsi, si la direction, ou l'élévation du canon ou du mortier est donnée, d'où l'on tire le globe, on cherchera l'élévation dans la premiere colomne de la table pour la branche ascendante, & la colomne Vme montrera la vitesse, qui doit être imprimée au globe, pour qu'il décrive une trajectoire de la douzième espece.

Fig. 3.

54. Prenons pour exemple une bombe, dont le diamètre soit ½ pied, & le poids de 64 livres, ou bien égal au poids de $\frac{9}{10}$ pied cubique d'eau. Ayant donc $d = \frac{1}{2}$ & $e^3 = \frac{9}{10}$, nous aurons (15) $c = 707 \cdot \frac{18}{5} = 2544$ pieds; & pour α nous prendrons l'unité. Que cette bombe soit jettée sous une élévation de 45° en C, & pour qu'elle décrive une trajectoire de la XIIme espece, il faut que sa vitesse en C soit de $1, 7222525 . \sqrt{2\alpha gc}$ pieds par seconde, ou qu'elle soit capable de parcourir avec cette vitesse un espace de $434\frac{9}{10}$ pieds par seconde. Quand sa vitesse seroit plus grande, la trajectoire appartiendroit à une espece anterieure; mais, si elle étoit plus petite, à une espece

eſpece ſuivante; & dans ces cas il faudroit avoir calculées les Tables de ces autres eſpeces.

55. Suppoſons donc que la viteſſe initiale de la bombe en C ſoit de $434\frac{9}{10}$ pieds par ſeconde, & qu'elle ſoit jettée ſur une plaine horizontale, où elle retombe en E. Soit le ſommet en A, d'où l'on baiſſe la perpendiculaire AD, & la Table pour la branche aſcendante nous donnera

l'intervalle	CD = AB	=	2139, 2 pieds
la hauteur	AD	=	1234, 8 pieds
la courbe même	CA	=	2529, 0 pieds
la viteſſe au ſommet	A	=	$208\frac{8}{9}$ pieds par ſeconde
le tems de la montée par	CA	=	8, 18 ſecondes.

56. Pour la branche deſcendante il faut chercher par interpolation le point où l'appliquée eſt = 0, 2108126 dans la Table pour cette branche, & on voit que cela arrive entre 60° & 65°, & préciſément à 60°, 13'. Ainſi la bombe tombera en E ſur l'horizon ſous un angle de 60°, 13': Or de là on trouvera

l'intervalle	DE	=	1640, 1 pieds
la courbe	AE	=	2153, 6 pieds
la viteſſe en	E	=	$275\frac{2}{3}$ pied par ſeconde
le tems de la deſcente par	AE	=	9, 50 ſecondes

Ainſi la bombe reſtera dans l'air pendant 17, 68 ou $17\frac{2}{3}$ ſecondes, & l'amplitude du jet ſera CE = $3779\frac{1}{3}$ pieds. Cet Exemple ſera ſuffiſant à montrer l'uſage de ces Tables dans la reſolution de toute ſorte de problêmes, qu'on propoſe ordinairement dans l'Artillerie.

ESPECE XII.

Pour le branche ascendante

Inclin. en N	L' arc AN $=2,302585c$ mult. par	L'abscisse AQ $=2,302585c$ mult. par	L'appliquée QN $=2,302585c$ mult. par	La vitesse en N $=\sqrt{2agc}$ mult. par	Le tems par AN $=\frac{2,302585\sqrt{c}}{\sqrt{2ag}}$ mult. par
0°	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,7408247	0,0000000″
	213983	213779	9334	213820	284763
5	0,0213983	0,0213779	0,0009334	0,7622067	0,0284763
	230448	228477	30080	295427	296594
10	0,0444431	0,0442256	0,0039414	0,7917494	0,0581357
	255349	249296	55268	395510	314747
15	0,0699780	0,0691552	0,0094682	0,8313004	0,0896104
	291646	278148	87699	523866	340273
20	0,0991426	0,0969700	0,0182381	0,8836870	0,1236377
	345303	319018	132142	697094	376196
25	0,1336729	0,1288718	0,0314523	0,9533964	0,1612573
	426536	377472	196952	945651	426723
30	0,1763265	0,1666190	0,0511475	1,0479615	0,2039296
	555745	468711	298602	1331725	499521
35	0,2319010	0,2134901	0,0810077	1,1811330	0,2538817
	778564	617676	473960	2003240	609504
40	0,3097574	0,2752577	0,1284037	1,3814570	0,3148321
	1219806	899335	824089	3407955	790812
45	0,4317380	0,3651912	0,2108126	1,7222525	0,3939133
	2381005	1608581	1755460	7698425	1149287
50	0,6698385	0,5260493	0,3863586	2,4920950	0,5088420

ESPECE XII. Pour la branche descendante.

Inclin. en M	L'arc AM $=2,302585c$ mult. par	L'abscisse AP $=2,302585c$ mult. par	L'appliquée PM $=2,302585c$ mult. par	La vitesse en M $=\sqrt{2agc}$ mult. par	Le tems par M $=\frac{2,302585\sqrt{c}}{\sqrt{2ag}}$ mult. par
0°	0,000000	0,0000000	0,0000000	0,7408247	0,0000000
	203933	203739	8895	— 144229	277997
5	0,0203933	0,0203739	0,0008895	0,7264018	0,0277997
	199209	197505	26002	— 82616	275814
10	0,0403142	0,0401244	0,0034897	0,7181402	0,0553811
	199299	194575	43136	— 25 702	278019
15	0,0602441	0,0595819	0,0078033	0,7155700	0,0831830
	204125	194677	61381	+ 28920	284687
20	0,0806566	0,0790496	0,0139414	0,7184620	0,1116517
	214049	197755	81913	83320	296214
25	0,1020615	0,0988251	0,0221327	0,7267940	0,1412731
	229898	203922	106155	139390	313328
30	0,1250513	0,1192173	0,0327482	0,7407330	0,1726059
	253104	213465	135993	198950	337196
35	0,1503617	0,1405638	0,0463475	0,7606280	0,2063255
	285969	226875	174086	263895	369608
40	0,1789586	0,1632513	0,0637561	0,7870175	0,2432863
	332130	244872	224384	336125	413278
45	0,2121716	0,1877385	0,0861945	0,8206300	0,2846141
	397389	268470	292985	417430	472492
50	0,2519105	0,2145855	0,1154930	0,8623730	0,3318633
	491194	299018	389688	509230	553474
55	0,3010299	0,2444873	0,1544618	0,9132960	0,3872107
	629347	338148	530786	611670	667116
60	0,3639646	0,2783021	0,2075404	0,9744630	0,4539223
	841010	388335	745985	720310	832818
65	0,4480656	0,3171356	0,2821389	1,0464940	0,5372041
	1178537	451007	1088830	825390	1084230
70	0,5659193	0,3622363	0,3910219	1,1290330	0,6456271
	1754921	527715	1673697	900010	1495880
75	0,7414114	0,4150078	0,55[illegible]16	1,2190340	0,7952151
	2851538	617186	2783950	894400	2257818
80	1,0265652	0,4767264	0,8367866	1,3084740	1,0209969
	5513732	719686	5466560	733500	4[illegible]500
85	1,5779384	0,5486950	1,3834426	1,3818240	1,4310469

TABLE Subſidiaire.

ang. φ	p = tang φ	tag φ ſec. φ	$l$tg(45° + ½ φ)	P
°				
0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
1	0,0174551	0,0174577	0,0174541	0,0174559
2	0,0349208	0,0349420	0,0349136	0,0349278
3	0,0524078	0,0524797	0,0523838	0,0524318
4	0,0699268	0,0700976	0,0698698	0,0699837
5	0,0874887	0,0878229	0,0873773	0,0876001
6	0,1051042	0,1056832	0,1049116	0,1052974
7	0,1227846	0,1237068	0,1224783	0,1230926
8	0,1405408	0,1419220	0,1400823	0,1410022
9	0,1583844	0,1603587	0,1577296	0,1590442
10	0,1763270	0,1790471	0,1754259	0,1772365
11	0,1943803	0,1980185	0,1931766	0,1955976
12	0,2125566	0,2173052	0,2109876	0,2141464
13	0,2308682	0,2369410	0,2288650	0,2329030
14	0,2493280	0,2569609	0,2468144	0,2518877
15	0,2679492	0,2774014	0,2648421	0,2711218
16	0,2867454	0,2983010	0,2829544	0,2906277
17	0,3057307	0,3197000	0,3011576	0,3104288
18	0,3249197	0,3416408	0,3194582	0,3305495
19	0,3443276	0,3641680	0,3378626	0,3510153
20	0,3639702	0,3873290	0,3563784	0,3718537
21	0,3838640	0,4111741	0,3750122	0,3930932
22	0,4040262	0,4357564	0,3937709	0,4147637
23	0,4244748	0,4611325	0,4126623	0,4368974
24	0,4452287	0,4873633	0,4316947	0,4595290
25	0,4663077	0,5145136	0,4508752	0,4826944
26	0,4877326	0,5426522	0,4702126	0,5064324
27	0,5095254	0,5718538	0,4897151	0,5307845
28	0,5417094	0,6021983	0,5093921	0,5557952
29	0,5543091	0,6337714	0,5292525	0,5815120
30	0,5773503	0,6666666	0,5493059	0,6079863

TA-

TABLE Subsidiaire.

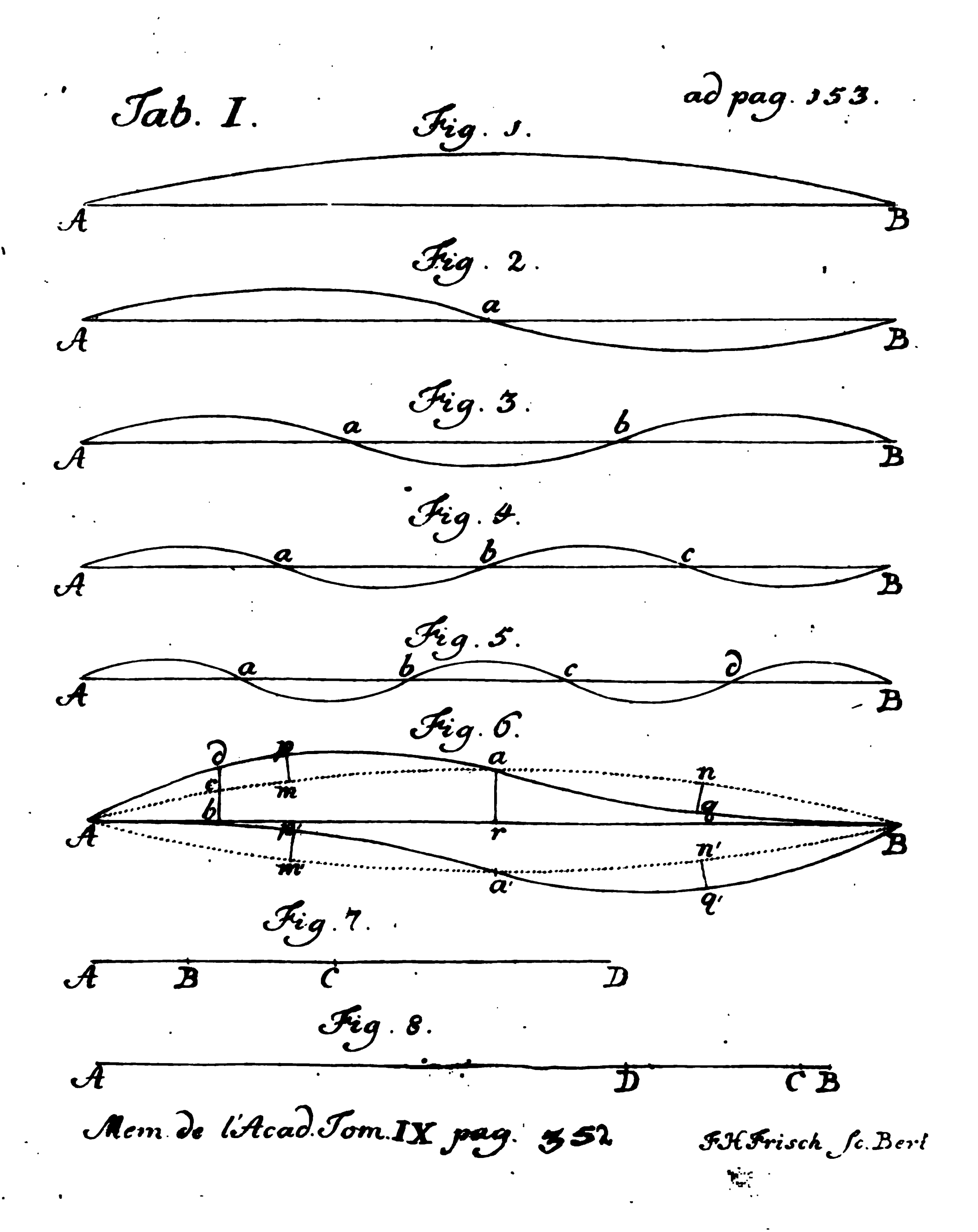
ang. Φ	$p = \tan \Phi$	tag Φ sec. Φ	$lg(45^\circ + \frac{1}{2}\Phi)$	P
30°	0,5773503	0,6666666	0,5493059	0,6079863
31	0,6008606	0,7009840	0,5695625	0,6352732
32	0,6248694	0,7368323	0,5900326	0,6634325
33	0,6494076	0,7743300	0,6107273	0,6925287
34	0,6745085	0,8136044	0,6316578	0,7226311
35	0,7002075	0,8547958	0,6528363	0,7538161
36	0,7265425	0,8980560	0,6742752	0,7861656
37	0,7535541	0,9435520	0,6959879	0,8197699
38	0,7812856	0,9914657	0,7179875	0,8547266
39	0,8097840	1,0419980	0,7402898	0,8911439
40	,08390996	1,0953666	0,7629093	0,9291380
41	0,8692867	1,1518160	0,7858627	0,9688398
42	0,9004040	1,2116130	0,8091670	1,0103900
43	0,9325151	1,2750535	0,8328403	1,0539469
44	0,9656888	1,3424655	0,8569026	1,0996840
45	1,0000000	1,4142136	0,8813732	1,1477934
46	1,0355303	1,4907040	0,9062752	1,1984896
47	1,0723687	1,5723920	0,9316313	1,2520116
48	1,1106125	1,6597842	0,9574664	1,3086253
49	1,1503684	1,7534530	0,9838076	1,3686303
50	1,1917536	1,8540400	1,0106827	1,4323614
51	1,2348972	1,9622710	1,0381231	1,5001970
52	1,2799416	2,0789700	1,0661613	1,5725657
53	1,3270448	2,2050705	1,0948332	1,6499519
54	1,3763819	2,3416410	1,1241768	1,7329189
55	1,4281480	2,4899000	1,1542341	1,8220670
56	1,4825610	2,6512520	1,1850503	1,9181512
57	1,5398650	2,8273130	1,2166746	2,0219938
58	1,6003345	3,0199590	1,2491603	2,1345596
59	1,6642795	3,2313720	1,2825662	2,2569691
60	1,7320508	3,4641020	1,3165572	2,3903296

TA-

TABLE Subſidiaire.

Ang. Φ	p = tang Φ	tang Φ ſec. Φ	$lg(45^\circ + \frac{1}{2}\Phi)$	P
60°	1,7320508	3,464102	1,3165572	2,390330
61	1,8040478	3,721147	1,3524042	2,536776
62	1,8807265	4,006050	1,3889854	2,697518
63	1,9626105	4,323721	1,4267876	2,874904
64	2,0503038	4,677095	1,4659075	3,071501
65	2,1445069	5,074337	1,5064535	3,290396
66	2,2460368	5,522093	1,5485467	3,535320
67	2,3558524	6,029344	1,5923233	3,810834
68	2,4750869	6,607161	1,6379381	4,122549
69	2,6050891	7,269313	1,6855678	4,477441
70	2,7474774	8,033085	1,7354146	4,884250
71	2,9042109	8,920438	1,7877114	5,354075
72	3,0776835	9,959592	1,8427293	5,901161
73	3,2708526	11,187310	1,9007861	6,544048
74	3,4874144	12,652184	1,9622566	7,307220
75	3,7320508	14,419540	2,0275887	8,223570
76	4,0107809	16,578823	2,0973231	9,338073
77	4,3314759	19,255193	2,1721209	10,713657
78	4,7046301	22,628020	2,2528019	12,440411
79	5,1445540	26,961800	2,3403999	14,651100
80	5,6712818	32,65962	2,4362452	17,54793
81	6,3137515	40,36036	2,5420894	21,4512[illegible]
82	7,1153697	51,12605	2,6603052	26,89318
83	8,1443464	66,82850	2,7942178	34,81136
84	9,5143645	91,02174	2,9486992	46,93522
85	11,4300520	131,11452	3,1313001	67,12291
86	14,300666	205,0084	3,3546723	104,1815
87	19,081137	364,5898	3,6425320	184,1162
88	28,636253	820,5348	4,0481241	412,2915
89	57,289962	3282,639	4,7413471	1643,690
89° 30′	114,58865	13131,06	5,4345129	6568,250
89° 44′	214,85762	45164,31	6,0631256	23085,19
89° 52′	429,71757	184[illegible],7	6,7562739	92332,30
89° 56′	859,43630	738631,4	7,4494211	369319,4
89° 58′	1718,8732	2954526,	8,1425680	1477267,

MEMOI-


Tab. I.
ad pag. 353.
Fig. 1.
A
B
Fig. 2.
a
A
B.
Fig. 3.
a
b
A
B
Fig. 4.
a
b
c
A
B
Fig. 5.
a
b
c
d
A
B
Fig. 6.
d
p
a
n
c
m
b
q
A
p'
r
B
n'
m'
a'
q'
Fig. 7.
A
B
C
D
Fig. 8.
A
D
C B
Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 352
F.H. Frisch sc. Berl

Tab. II. ad pag. 174.

e f
A c Fig. 1. d B

e d
A c Fig. 2. f B

e h g f
A c Fig. 3. d B

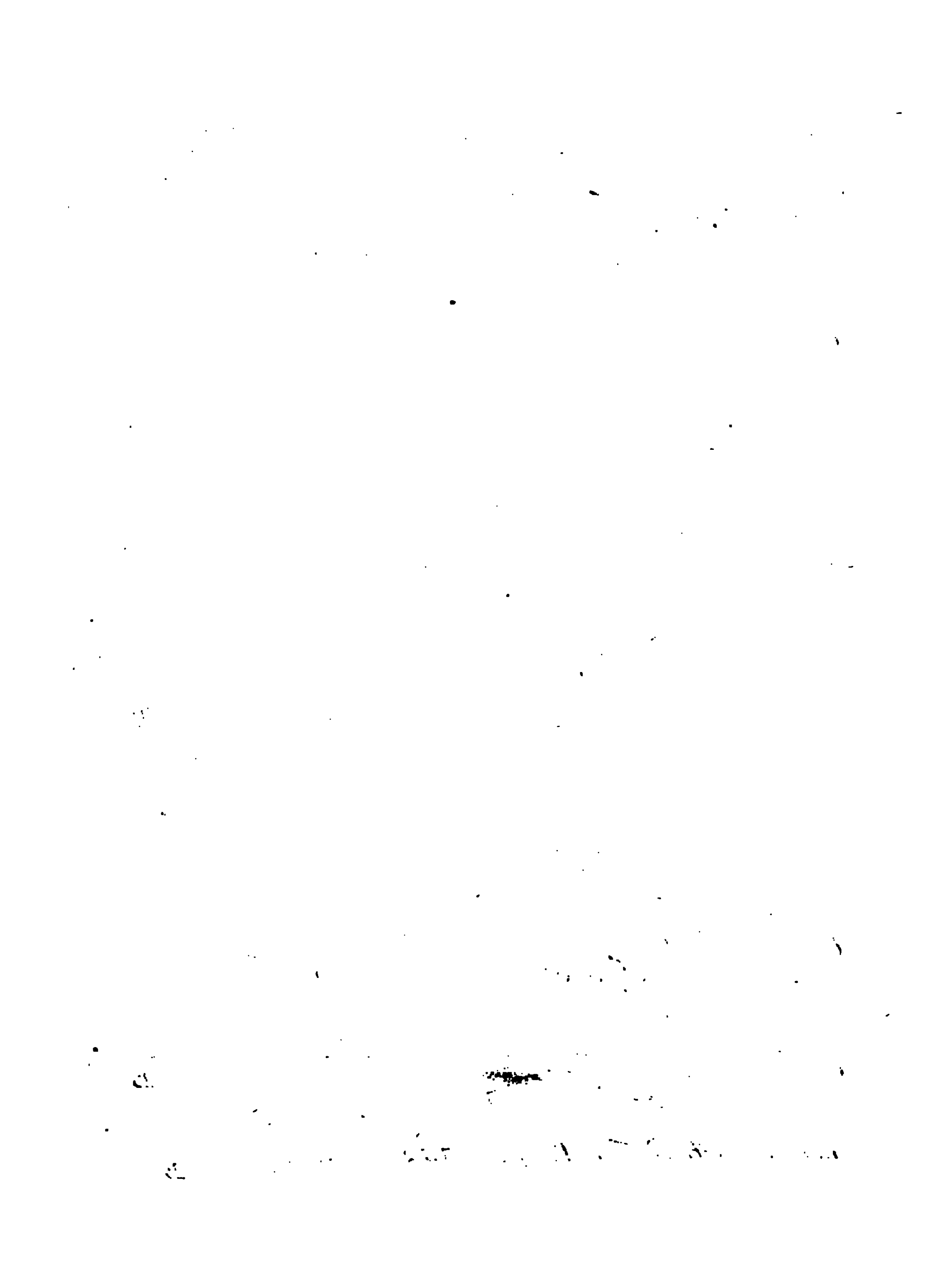
e l g h f
A c m Fig. 4. n B

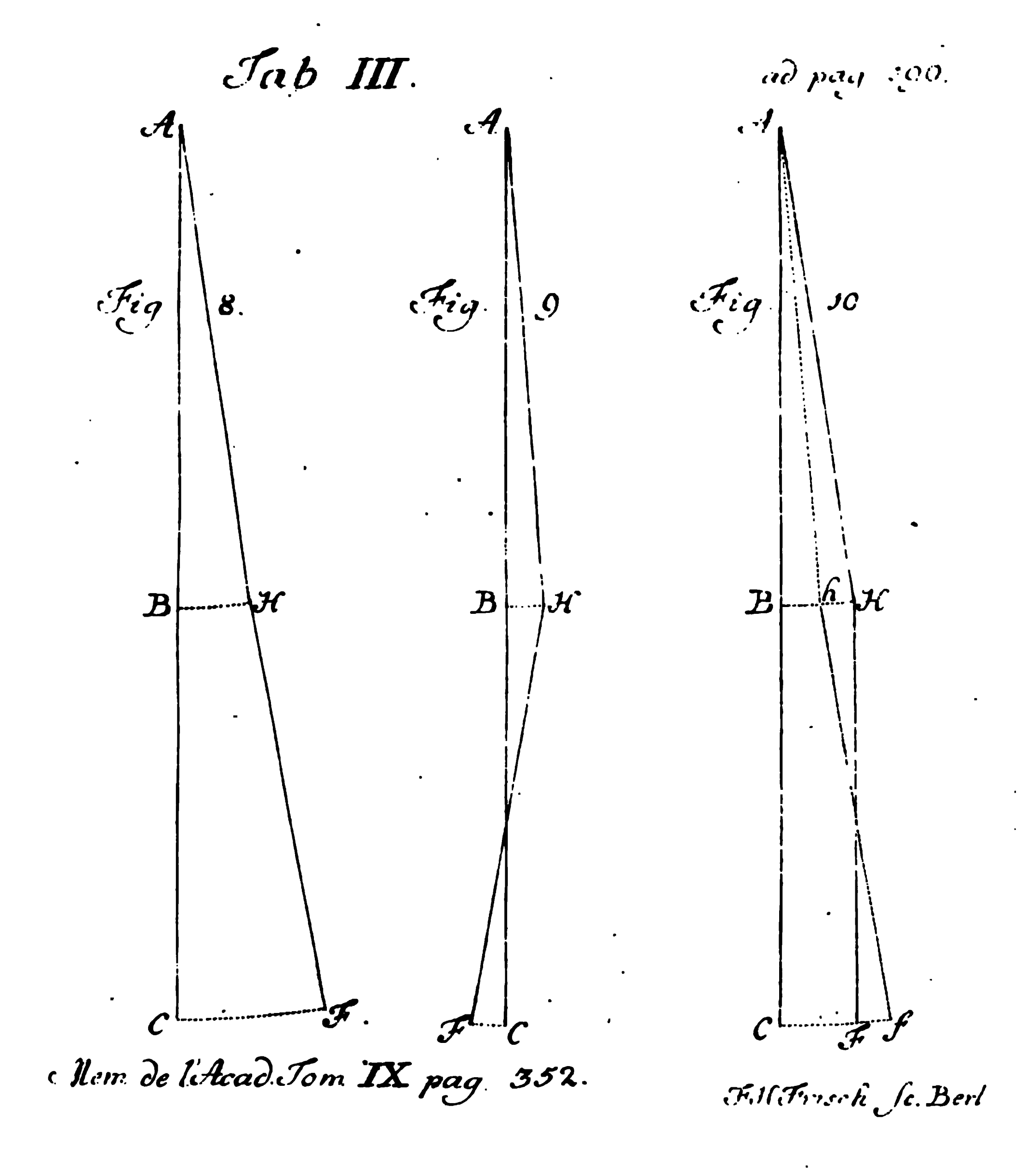
m n p
A c d e B
Fig. 5.

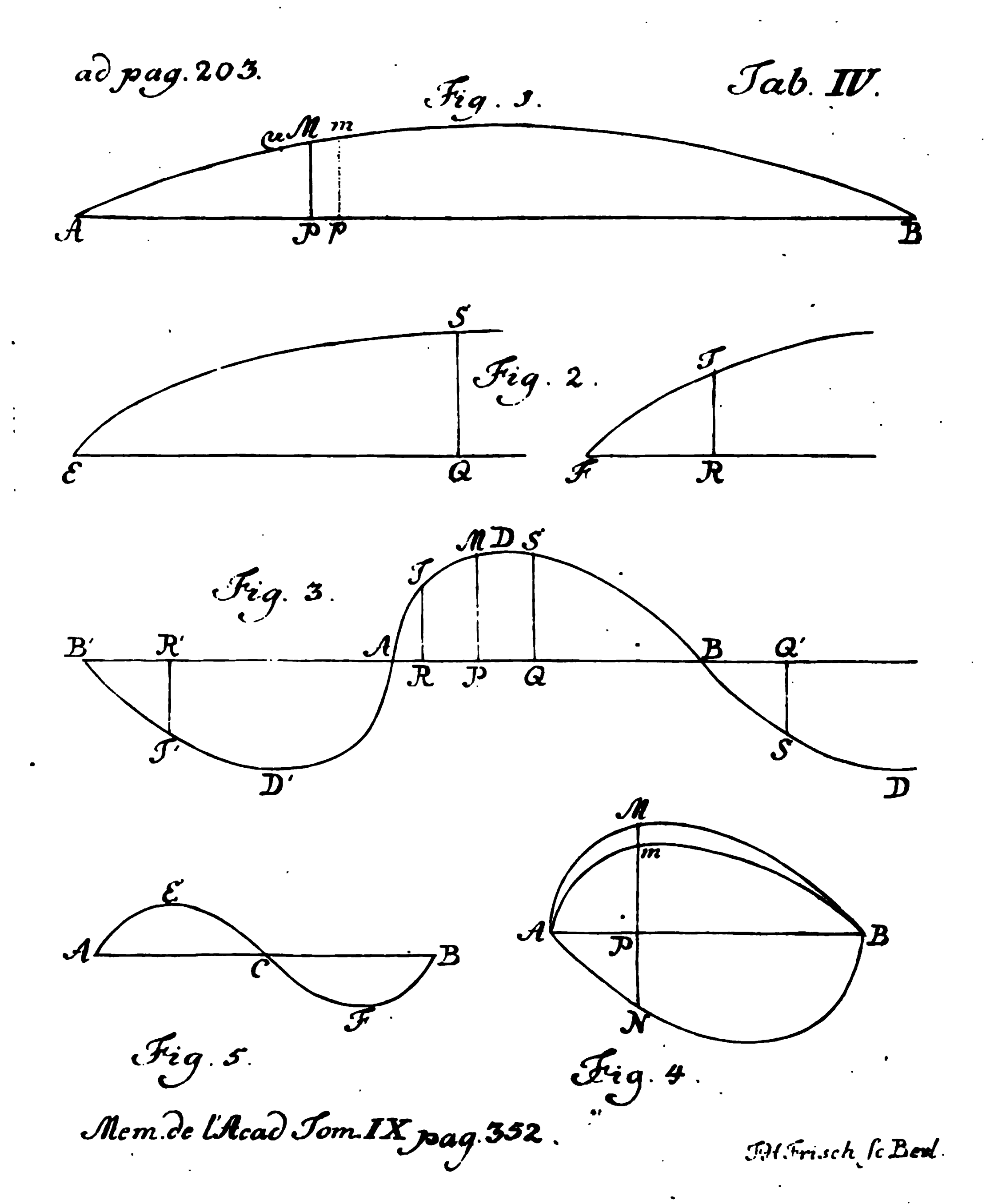
m n e
A c d B
Fig. 6. p

m d p
A c e B
Fig. 7. n

Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 352. F. H. Frisch sc. Berl.




Tab III.
ad pag 300.
A
Fig 8.
B
H
C
F.
A
Fig. 9
B
H
F
C
A
Fig 10
B
h
H
C
F
f
Mem. de l'Acad. Tom IX pag 352.
F.H. Frisch Sc. Berl



ad pag. 203.
Tab. IV.
Fig. 1.
μ M m
A P p B
Fig. 2.
S
E Q
T
F R
Fig. 3.
M D S
T
B' R' A B Q'
R P Q
T' D' S D
Fig. 4.
M
m
A P B
N
Fig. 5.
E
A C B
F
Mem. de l'Acad Tom. IX pag. 352.
J.H. Frisch sc Berl.

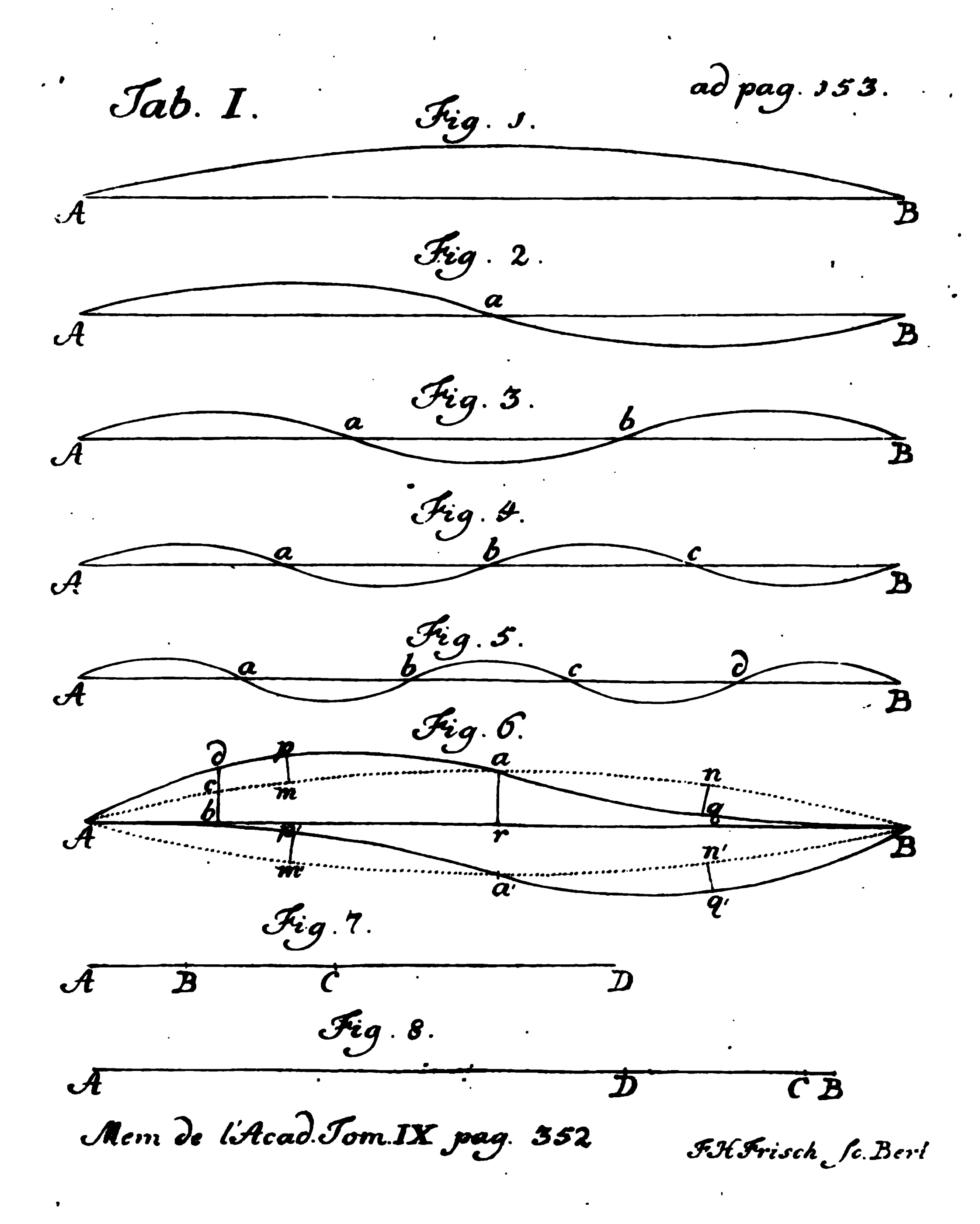
ESPECE XII. Pour la branche descendante.

Inclin. en M	L'arc AM $=2,302585c$ mult. par	L'absciffe AP $=2,302585c$ mult. par	L'appliquée PM $=2,302585c$ mult. par	La viteffe en M $=\sqrt{2agc}$ mult. par	Le tems par M $=\frac{2,302585\sqrt{c}}{\sqrt{2ag}}$ mult. par
0°	0,000000	0,0000000	0,0000000	0,7408247	0,0000000
	203933	203739	8895	— 144229	277997
5	0,0203933	0,0203739	0,0008895	0,7264018	0,0277997
	199209	197505	26002	— 82616	275814
10	0,0403142	0,0401244	0,0034897	0,7181402	0,0553811
	199299	194575	43136	— 25 702	278019
15	0,0602441	0,0595819	0,0078033	0,7155700	0,0831830
	204125	194677	61381	+ 28920	284687
20	0,0806566	0,0790496	0,0139414	0,7184620	0,1116517
	214049	197755	81913	83320	296214
25	0,1020615	0,0988251	0,0221327	0,7267940	0,1412731
	229898	203922	106155	139390	313328
30	0,1250513	0,1192173	0,0327482	0,7407330	0,1726059
	253104	213465	135993	198950	337196
35	0,1503617	0,1405638	0,0463475	0,7606280	0,2063255
	285969	226875	174086	263895	369608
40	0,1789586	0,1632513	0,0637561	0,7870175	0,2432863
	332130	244872	224384	336125	413278
45	0,2121716	0,1877385	0,0861945	0,8206300	0,2846141
	397389	268470	292985	417430	472492
50	0,2519105	0,2145855	0,1154930	0,8623730	0,3318633
	491194	299018	389688	509230	553474
55	0,3010299	0,2444873	0,1544618	0,9132960	0,3872107
	629347	338148	530786	611670	667116
60	0,3639646	0,2783021	0,2075404	0,9744630	0,4539223
	841010	388335	745985	720310	832818
65	0,4480656	0,3171356	0,2821389	1,0464940	0,5372041
	1178537	451007	1088830	825390	1084230
70	0,5659193	0,3622363	0,3910219	1,1290330	0,6456271
	1754921	527715	1673697	900010	1495880
75	0,7414114	0,4150078	0,558[illegible]16	1,2190340	0,7952151
	2851538	617186	2783950	894400	2257818
80	1,0265652	0,4767264	0,8367866	1,3084740	1,0209969
	5513732	719686	5466560	733500	41[illegible]500
85	1,5779384	0,5486950	1,3834426	1,3818240	1,4310469

TABLE Subsidiaire.

ang. Φ	p = tang Φ	tag Φ sec. Φ	lg(45° + ½ Φ)	P
30°	0,5773503	0,6666666	0,5493059	0,6079863
31	0,6008606	0,7009840	0,5695625	0,6352732
32	0,6248694	0,7368323	0,5900326	0,6634325
33	0,6494076	0,7743300	0,6107273	0,6925287
34	0,6745085	0,8136044	0,6316578	0,7226311
35	0,7002075	0,8547958	0,6528363	0,7538161
36	0,7265425	0,8980560	0,6742752	0,7861656
37	0,7535541	0,9435520	0,6959879	0,8197699
38	0,7812856	0,9914657	0,7179875	0,8547266
39	0,8097840	1,0419980	0,7402898	0,8911439
40	,08390996	1,0953666	0,7629093	0,9291380
41	0,8692867	1,1518160	0,7858627	0,9688398
42	0,9004040	1,2116130	0,8091670	1,0103900
43	0,9325151	1,2750535	0,8328403	1,0539469
44	0,9656888	1,3424655	0,8569026	1,0996840
45	1,0000000	1,4142136	0,8813732	1,1477934
46	1,0355303	1,4907040	0,9062752	1,1984896
47	1,0723687	1,5723920	0,9316313	1,2520116
48	1,1106125	1,6597842	0,9574664	1,3086253
49	1,1503684	1,7534530	0,9838076	1,3686303
50	1,1917536	1,8540400	1,0106827	1,4323614
51	1,2348972	1,9622710	1,0381231	1,5001970
52	1,2799416	2,0789700	1,0661613	1,5725657
53	1,3270448	2,2050705	1,0948332	1,6499519
54	1,3763819	2,3416410	1,1241768	1,7329189
55	1,4281480	2,4899000	1,1542341	1,8220670
56	1,4825610	2,6512520	1,1850503	1,9181512
57	1,5398650	2,8273130	1,2166746	2,0219938
58	1,6003345	3,0199590	1,2491603	2,1345596
59	1,6642795	3,2313720	1,2825662	2,2569691
60	1,7320508	3,4641020	1,3165572	2,3903296

TA-


Tab. I.
ad pag. 353.
Fig. 1.
A
B
Fig. 2.
a
A
B
Fig. 3.
a
b
A
B
Fig. 4.
a
b
c
A
B
Fig. 5.
a
b
c
d
A
B
Fig. 6.
d
p
a
n
c
m
b
q
A
p'
r
B
n'
m'
a'
q'
Fig. 7.
A
B
C
D
Fig. 8.
A
D
C
B
Mem de l'Acad. Tom. IX pag. 352
F.H. Frisch sc. Berl

Tab. II. ad pag. 174.

e f
A c d B
Fig. 1.

e d
A c f B
Fig. 2.

e h
g f
A c d B
Fig. 3.

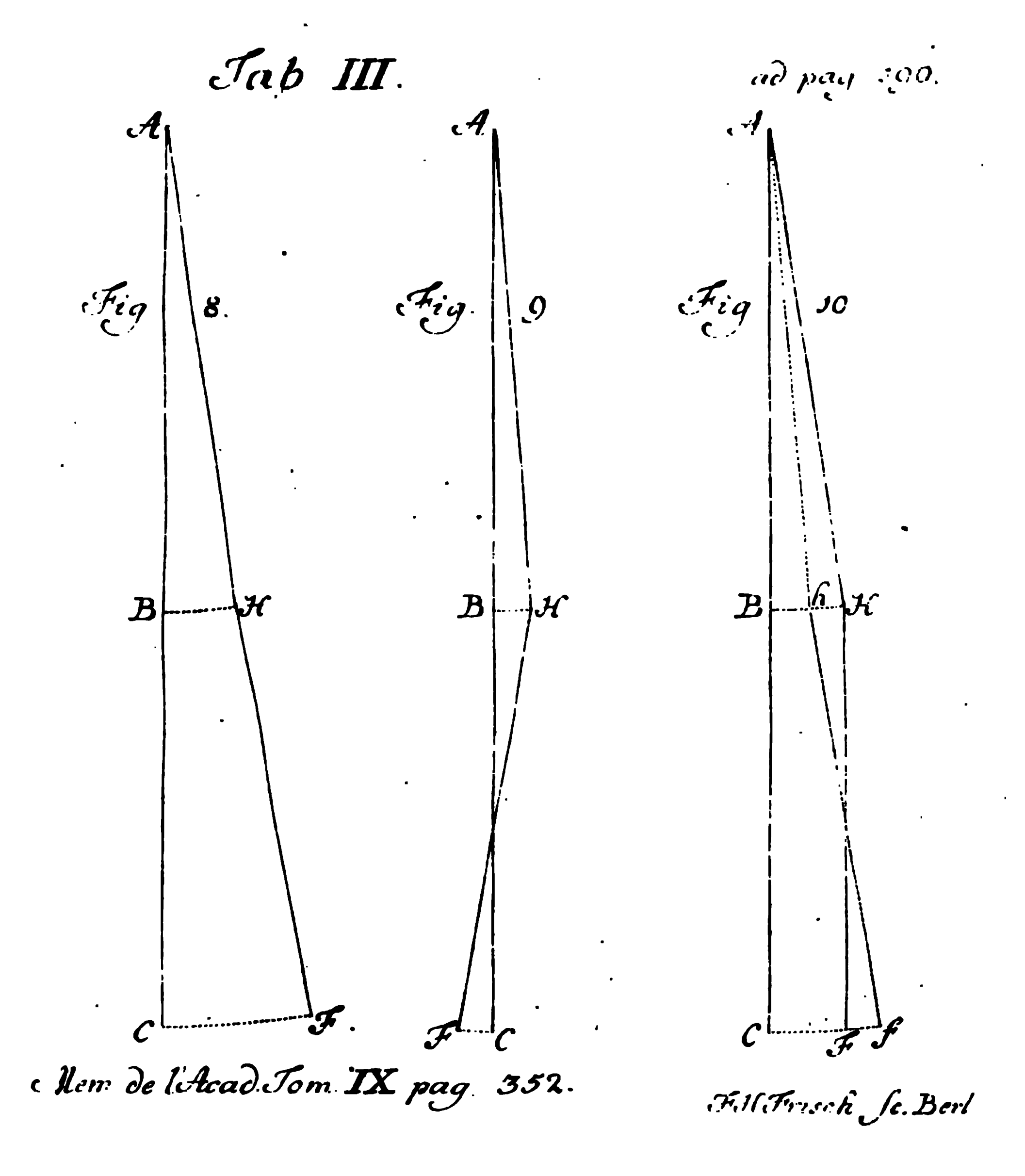
e l
g k
A c f B
m Fig. 4. n

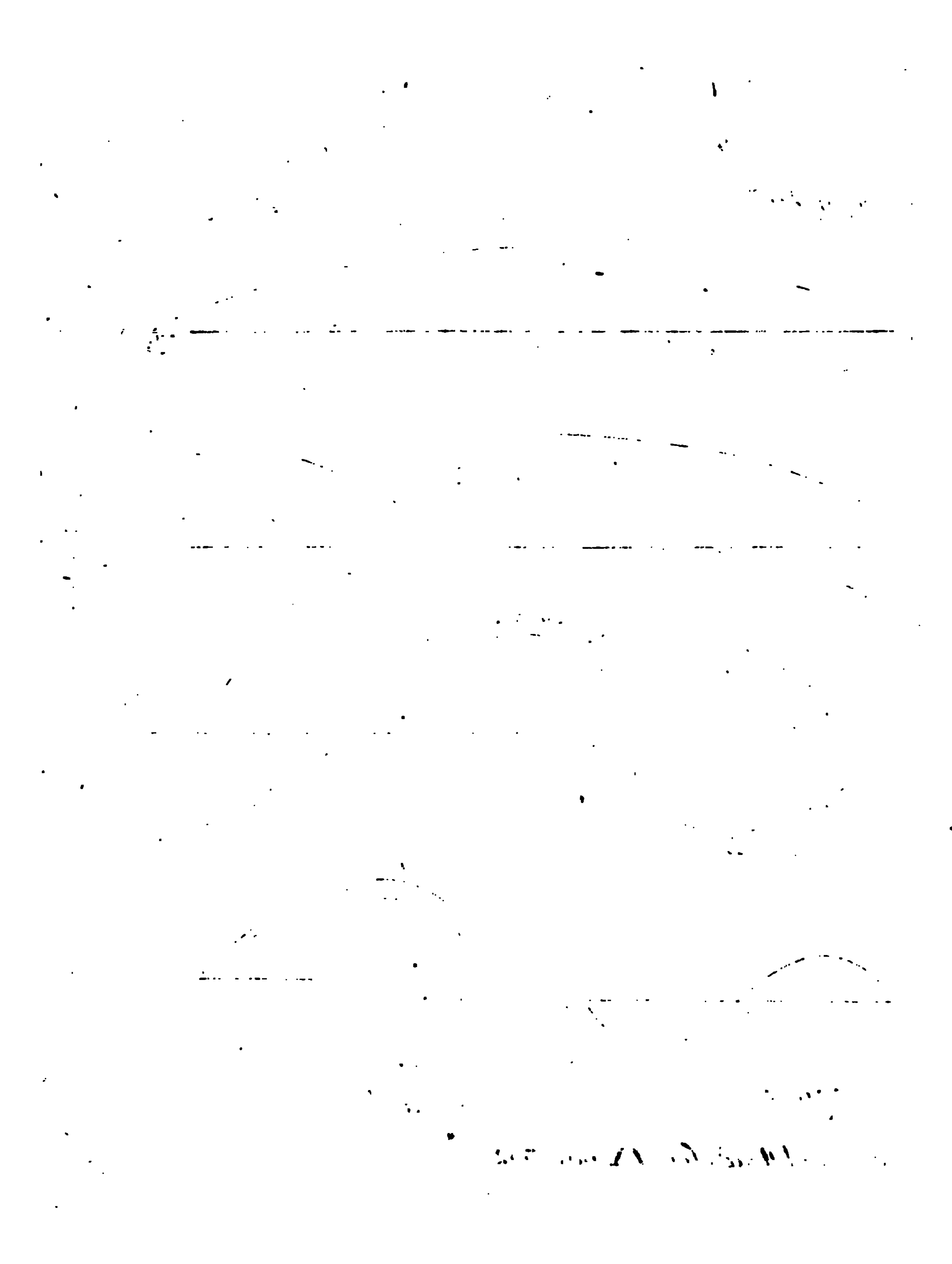
m n p
A c d e B
Fig. 5.

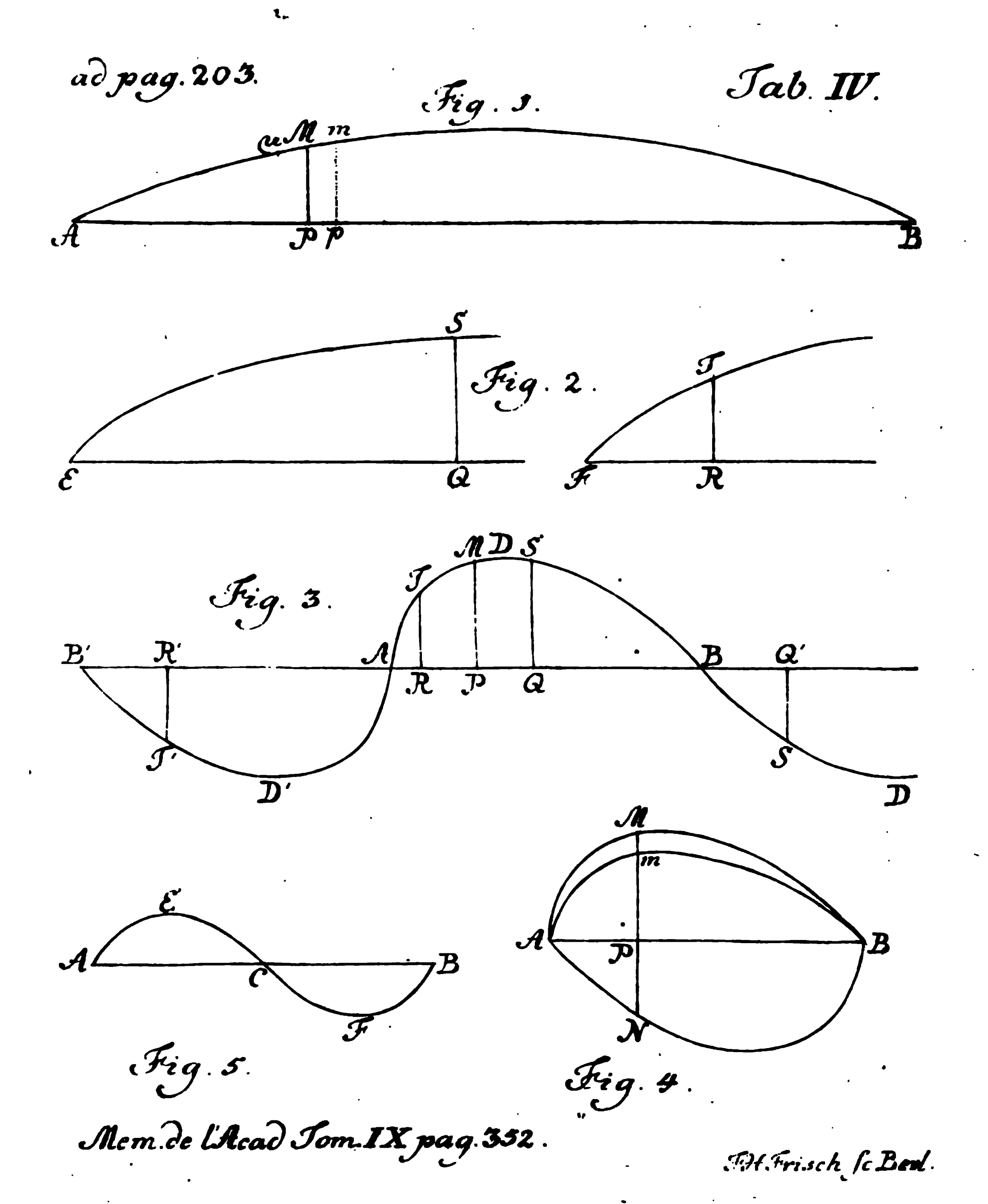
m
n e
A c d p B
Fig. 6.

m d p
A c e B
Fig. 7. n

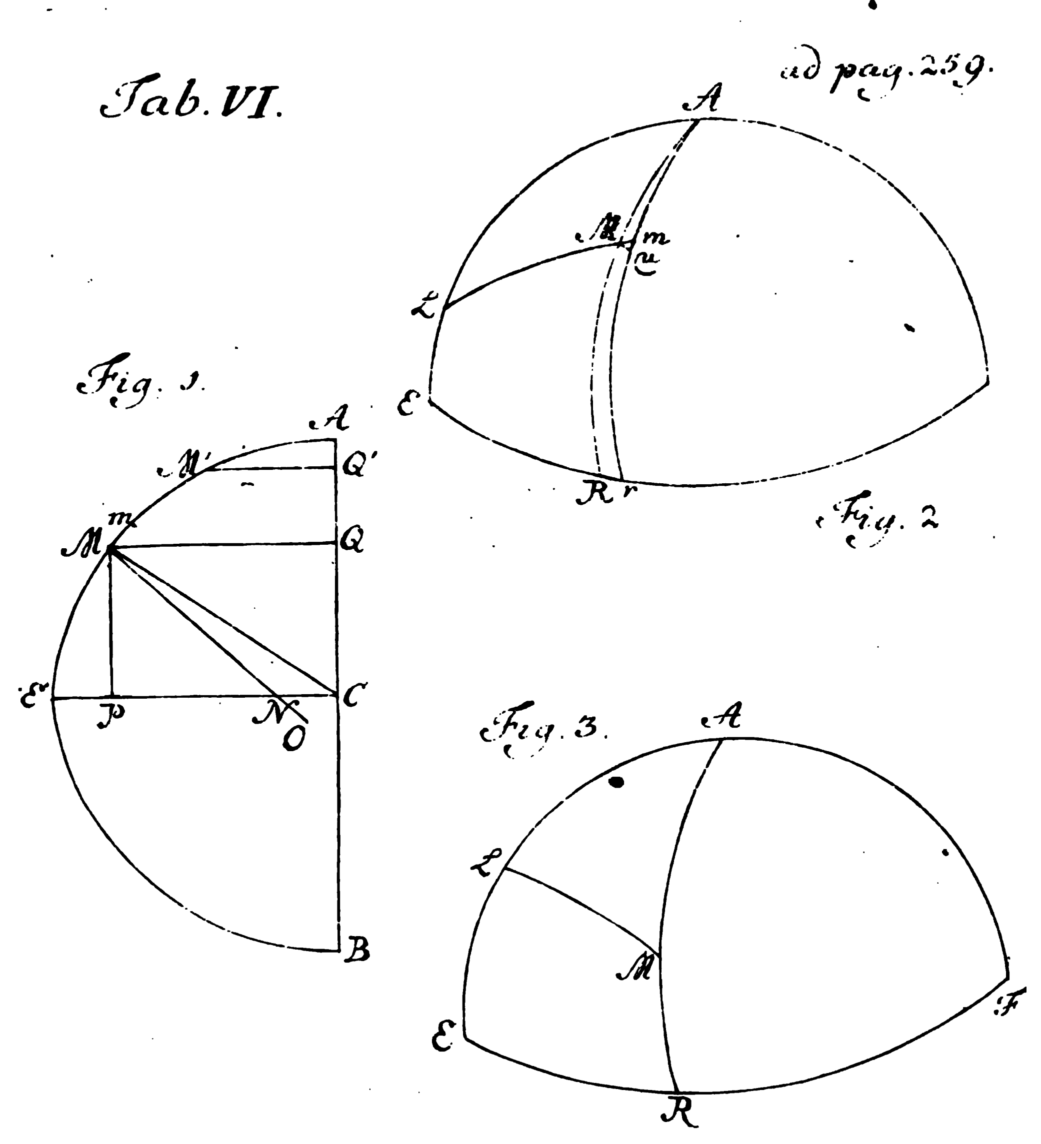
Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 352. F. H. Frisch sc. Berl.


Tab III.
ad pag 300.
A
Fig 8.
B
H
C
F.
A
Fig. 9
B
H
F
C
A
Fig 10
B
h
H
C
F
f
Mem de l'Acad. Tom. IX pag. 352.
J.M. Frisch Sc. Berl

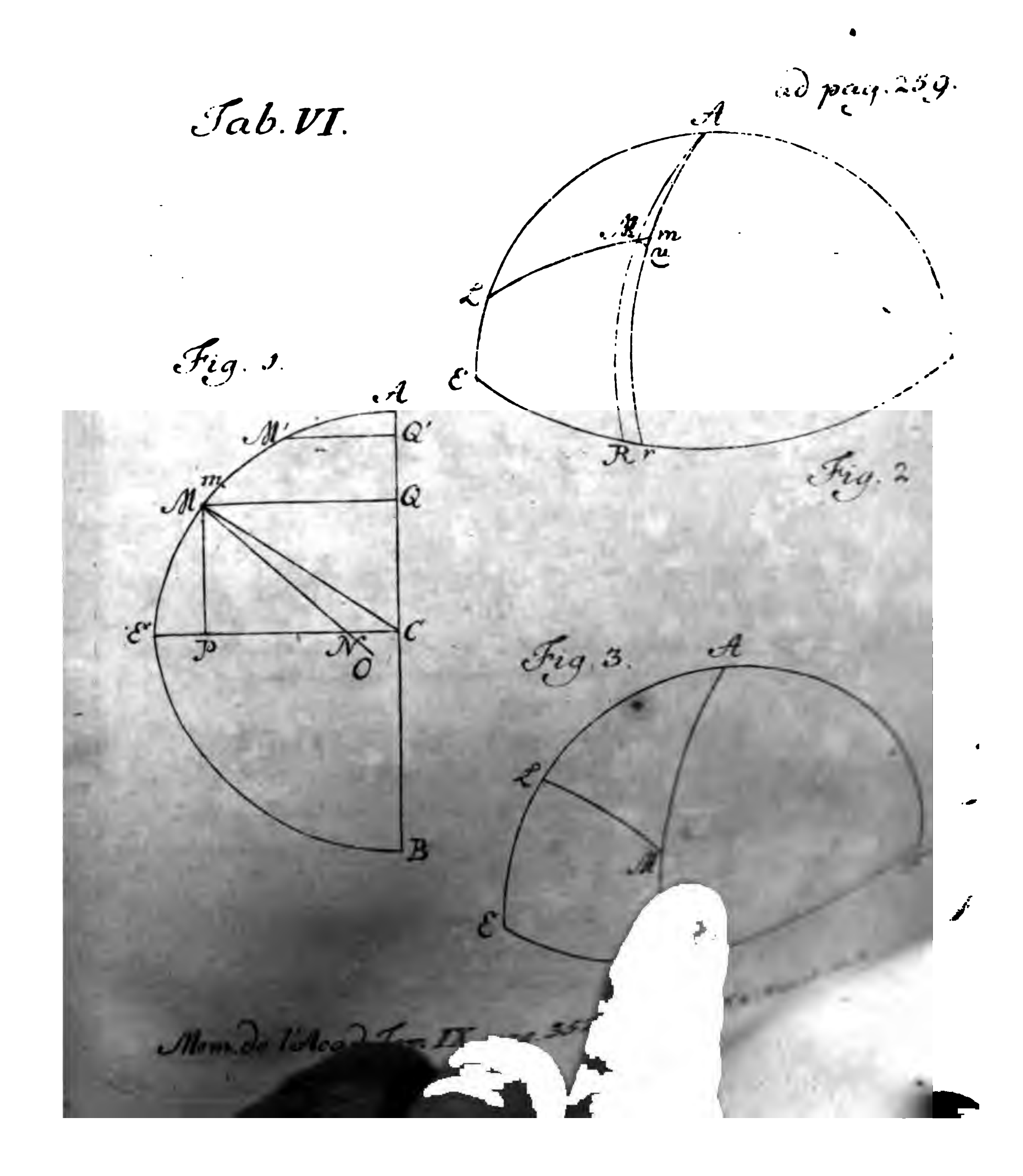




ad pag. 203.
Tab. IV.
Fig. 1.
μ M m
A
P p
B
S
Fig. 2.
E
Q
T
F
R
Fig. 3.
M D S
T
B′
R′
A
R
P
Q
B
Q′
T′
D′
S
D
M
m
A
P
B
N
Fig. 4.
E
A
C
B
F
Fig. 5.
Mem. de l'Acad Tom. IX pag. 352.
J. H. Frisch sc Berol.



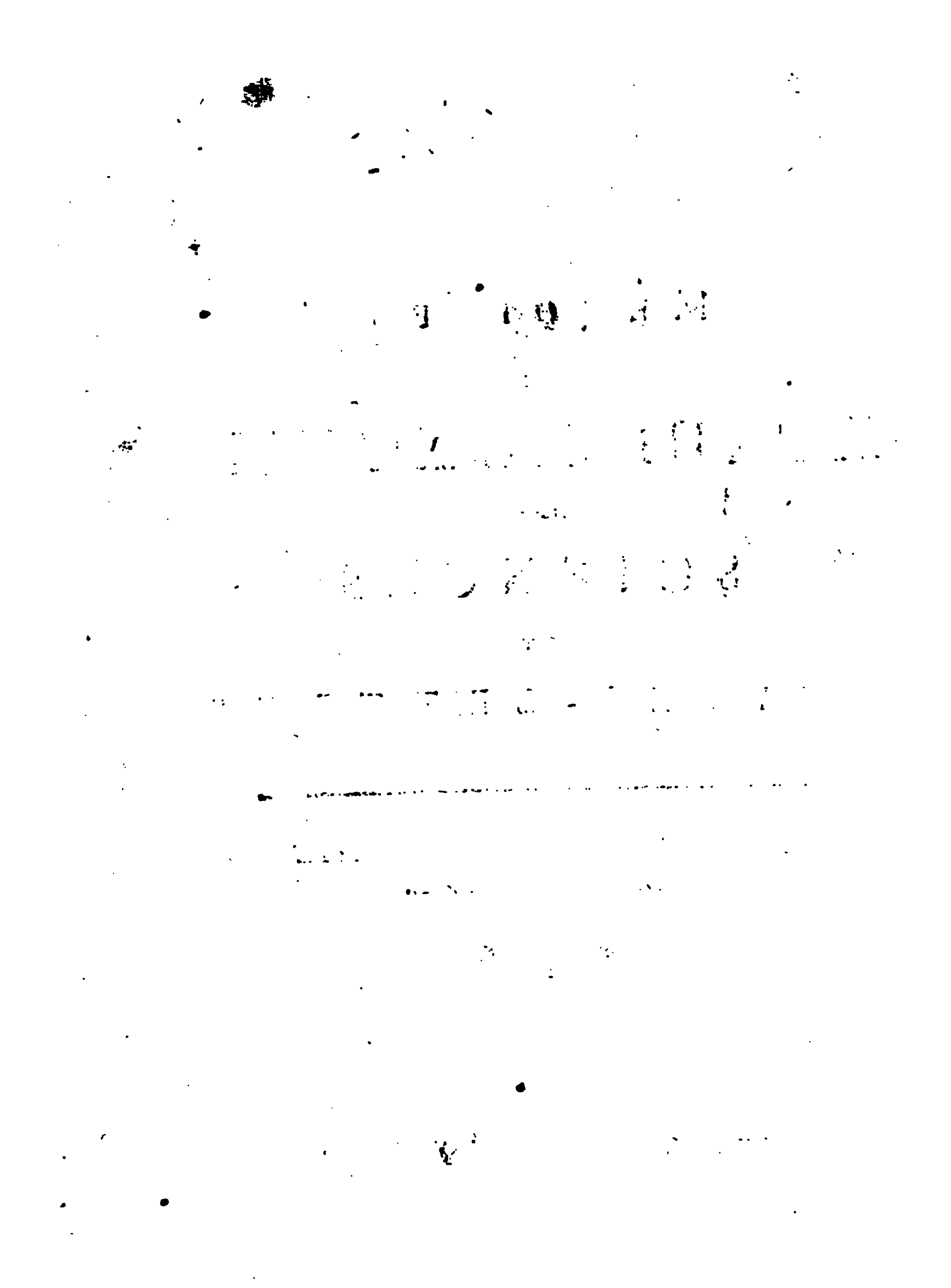
Mem. de l'Acad. Tom IX pag. 352. F. H. Frisch sc. B.

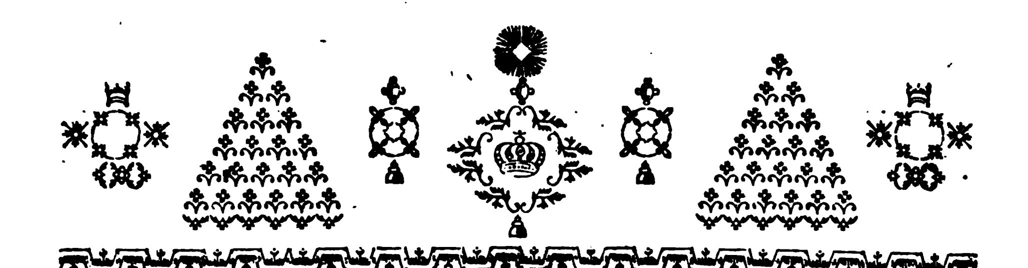

Tab. VI.
ad pag. 259.
Fig. 1.
A
M'
Q'
m
M
Q
E
P
N
O
C
B
Fig. 2
A
m
L
E
R
r
Fig. 3.
A
L
M
E

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPECULATIVE.

* * *





DES ECRITS ET DE LA DOCTRINE D'ANAXAGORE,

PAR M. HEINIUS.

Traduit du Latin.

I.

Après avoir examiné en détail les circonſtances de la Vie du célébre Philoſophe *Anaxagore* (a), nous allons apporter le même ſoin à rendre compte de ſes Ouvrages & de ſes opinions. L'importance & la variété des matieres que nous ſerons appellés à diſcuter, nous paroiſſent propres à rendre ce Mémoire digne de l'attention de ceux, qui ſe plaiſent à l'étude de l'Hiſtoire ancienne de la Philoſophie.

II. Nous commencerons par un paſſage de *Diogene Laërce*, ſur le véritable ſens duquel les Savans ne ſont pas d'accord. Cet Auteur

(a) Voyez le Mémoire inſéré dans le Tome précédent, p. 313 & ſuiv.

dit, qu'Anaxagore *fut le premier qui mit au jour un Ouvrage de sa façon* (b). Que veut-il dire par là ? Avant *Anaxagore*, on avoit déja les Ecrits de divers Poëtes ; on avoit ceux de *Pherecyde*, d'*Anaximandre*, & de quelques autres, pour ne rien dire des Pythagoriciens. *Casaubon* avoit conjecturé d'après *Plutarque*, qu'il y avoit un mot omis dans le passage de *Diogene*, sçavoir *de la Lune*, & que cet Ecrivain avance simplement qu'*Anaxagore* est le premier qui ait écrit sur cet Astre. En effet *Plutarque* dit, que ce Philosophe est le premier qui ait exposé par écrit les raisons des Phases & des Eclipses de la Lune. Mais ce Critique, après avoir pésé un passage de *Clement* d'Alexandrie, aima mieux retenir l'ancienne leçon. Comme on voit dans ce passage quelle sorte de Livre avoit écrit *Anaxagore*, nous l'allons mettre ici tout entier. „Un certain *Alcmeon*, fils de *Perithe*, Crotoniate, écri-
„ vit le premier un Ouvrage sur la Physique, ou sur la Nature (d).
„ Mais d'autres prétendent qu'*Anaxagore*, fils d'*Hegesibule*, Clazo-
„ menien, est le premier qui ait mis un Ouvrage au jour (e). „ Mais sur quoi ? Sur la Physique sans doute, comme l'exigent expressément les paroles qui précédent. On ne doit pas former une Objection de ce qui est dit dans la Vie d'*Anaximandre* par *Diogene*, que ce Philosophe fit une exposition abrégée (f) de ses dogmes, ou si l'on aime mieux traduire ainsi, qu'il digéra ses opinions philosophiques en courts Chapitres, en Aphorismes. Un semblable Abrégé ne doit point être comparé à un Ouvrage, où l'on traite les matieres de Physique avec étenduë, & en rapportant les raisons des phénomenes. Soit donc : disons qu'*Anaxagore* est le premier qui ait composé une Physique ; &

Diogene

(b) Πρῶτος Αναξαγόρας βιβλίον ἐξέδωκε συγγραφῆς.

(c) Πρῶτος περὶ Σελήνης καταυγασμῶν καὶ σκιᾶς λόγον εἰς γραφὴν κατέθετο.

(d) Πρῶτος Φυσικὸν λόγον συνέταξεν.

(e) διὰ γραφῆς ἐκδοῦναι ἱστοροῦσι.

(f) κεφαλαιώδη ἔκθεσιν.

Diogene donne d'extrêmes louänges à cet Ouvrage, disant que les graces & le sublime s'y trouvoient réünis (g). *Athenée* le cite *, en l'appellant *Physica* au pluriel, ou *Physice* au singulier. Eusebe lui donne le titre de *Dissertation sur les principes.* „On prétend (h), dit-il, „ qu'*Anaxagore*, le plus distingué des Philosophes Grecs, dans sa „ *Dissertation sur les Principes*, a établi l'Esprit pour cause univer- „ selle.„ Nous tirerons de ce Livre dans la suite quelques fragmens de la Philosophie d'*Anaxagore*. *Platon*, ou *Socrate*, l'avoit lû, comme nous l'apprenons par le *Phedon* †. La Physique d'*Aristote* * fait voir de même qu'il étoit parvenu à sa connoissance.

* L. II. p. 5
† §. 61.
* L. I. c.

III. *Anaxagore* doit aussi être rangé parmi les Mathématiciens distingués, comme nous l'enseigne *Proclus* sur *Euclides*. „ Après „ *Pythagore*, dit-il, *Anaxagore* de Clazomene traita plusieurs sujets „ de Geométrie (i), & *Oenopidas* de Chio - - & *Theodore* de Cy- „ rene, peu après *Anaxagore*. *Platon*, dans ses *Rivaux*, parle de „ tous ces Philosophes, comme de gens qui se sont acquis beaucoup „ de réputation dans les Mathematiques. „ J'ai fait ailleurs l'Histoire d'*Oenopidas* de Chio. (k) *Theodore* de Cyrene enrichit considérablement la Geométrie. De là vient que *Socrate*, dans *Xenophon*, † demande à *Euthydeme*; s'il veut devenir aussi bon Geométre que *Theodore*. *Platon* l'avoit aussi entendu; car *Apulée* dit, qu'il s'étoit rendu à Cyrene auprès de *Theodore*, pour apprendre la Geométrie. Consultez aussi *Diogene Laërce*. * *Plutarque* fait mention des travaux Philo-

† *Memorab* L. IV. c. 10.
* L. III. §. 6

(g) σύγγραμμα ἡδέως καὶ μεγαλοφρόνως ἡρμηνευμένον.

(h) Μόνος ὁ ἐν πρώτοις Αναξαγόρας Ελλήνων μνημονύεται, ἐν τοῖς περὶ ἀρχῶν λόγοις, Νȣ̃ν πάντων ἄιτιον ἀποφήνασθαι. *Præpar. Evang.* p. 750.

(i) Μετὰ δὲ τȣ̃τον (Πυθαγόραν) Αναξαγόρας ὁ Κλαζομένιος πολλῶν ἐφήψατο κατὰ Γεωμετρίαν, &c. L. II. p. 19.

(k) Voyez Tome III. de ces *Mémoires*, p. 401 & suiv.

Geométriques d'*Anaxagore*, dans son livre de l'Exil, où il dit, que ce Philosophe, étant en prison, écrivit sur la Quadrature du Cercle, (*l*) question si agitée parmi les Mathématiciens. *Gassendi*, dans sa Morale, en parlant du courage que le Sage conserve dans les adversités, parle avec admiration d'*Anaxagore*, qui écrivit dans sa prison sur un sujet tel que la Quadrature du Cercle, qui demande les méditations les plus profondes & l'esprit le plus libre. (*m*) On ne sçait au reste ce que contenoit cet Ecrit. Mr. *Fabricius* † en tire seulement à bon droit la conséquence, que *Diogene Laërce* se trompe, lorsqu'il met *Anaxagore* au nombre des Auteurs qui n'ont fait qu'un seul Ouvrage. *

† *Biblioth. Græc.* Tom. I. p. 814.

* *Proœm.* §. 16.

IV. Mais cet homme si versé dans la Littérature a-t-il été lui-même exemt d'erreur, lorsqu'il ajoute au même endroit, que c'est à cet Ouvrage de la Quadrature du Cercle, que *Vitruve* fait allusion en loüant *Anaxagore* dans la Préface de son VII. Livre. En lisant attentivement le passage de *Vitruve*, tel que nous le rapportons au bas de la page, (*n*) on n'y trouve rien qui se rapporte à la Quadrature; mais il ne faut pas beaucoup de pénétration, pour voir que *Vitruve* y parle de cette partie de l'Optique, à laquelle on donne communément le nom de *Perspective*. Quelques Auteurs à la vérité, & surtout Mr. *Perrault*

(*l*) Αναξαγόρας μὲν ἐν τῷ δεσμωτηρίῳ τὸν τῦ κύκλυ τετραγωνισμὸν ἔγραφε. p. 607.

(*m*) *Annon celebre est, Anaxagoram carcere detentum egregium conscripsisse Librum de Quadratura Circuli; quæ quidem speculatio, ut subtilissima est, ita profectò animum expeditissimum poscit?*

(*n*) *Namque primum Agatharchus, Æschylo docente, Tragœdiam scenam facit, & de ea Commentarium reliquit. Ex eo moniti Democritus & Anaxagoras de eadem rescripserunt, quemadmodum oporteat ad aciem oculorum*, radiorumque extensionem, certo loco centro constituto, ad lineas ratione naturali respondere; *uti de incerta re certæ imagines ædificiorum in scenarum picturis redderent speciem;* & quæ in directis planisque frontibus sunt figuratæ, alia abscedentia, alia prominentia esse videantur.

Perrault, ont prétendu que les Anciens n'avoient aucune connoissance de la Perspective; mais le contraire a été solidement prouvé par Mr. l'Abbé *Sallier;* (o) & la seule inspection du passage de *Vitruve* suffit pour lever tous les doutes à cet égard.

V. Passons à un autre endroit de *Diogene Laërce*, où ce qu'il dit d'*Anaxagore* mérite un moment d'examen: voici ses propres termes. „ Il paroit qu'*Anaxagore*, (suivant le témoignage de *Phavorin* „ dans son Histoire universelle,) est le premier qui ait dit, que le Poë- „ me d'*Homere* a pour objet la Vérité & la Justice; & *Metrodore* de „ Lampsaque, son Ami, a beaucoup contribué à établir cette opi- „ nion. „ Il est aussi constant que celui-ci s'appliquoit à l'étude des Poësies d'*Homere*, rélativement aux traits d'Histoire Naturelle qu'elles contiennent. (p) *Phavorin*, qui se rendit célébre sous *Adrien*, avoit fait plusieurs Ouvrages Philosophiques & Historiques, & entr'autres un Recueil d'Histoire Universelle, sur lequel on peut recourir à *Vossius*, dans son Traité des Historiens Grecs, & à Mr. de *Tillemont*, dans la Vie de l'Empereur *Adrien*. *Metrodore*, ami d'*Anaxagore*, ne doit pas être confondu avec *Metrodore* l'Epicurien, quoique celui-ci fut pareillement surnommé de *Lampsaque*, comme *Strabon* nous l'apprend. † Ainsi, *Anaxagore*, si l'on en croit *Phavorin*, rapportoit la Mythologie d'Homère à la *Vérité* & à la *Justice*, c'est à dire, à la Morale; & il suivoit en cela principalement les directions de son Ami *Metrodore*. *Tatien*, dont le nom est illustre parmi les Pères de l'Eglise, répandra du jour là-dessus. „ Assurément, dit-il, * ce *Me-* „ *trodore* de Lampsaque, est tout à fait ridicule dans son Livre sur „ *Homere*, où il convertit tout en allégories. Il ne veut point que „ Junon, Minerve, ou Jupiter, soient ce que s'imaginent ordinaire- „ ment ceux qui leur ont assigné des lieux, & bâti des Temples; mais „ il prétend que ce sont certaines choses dans la Nature, certaines com- „ binai-

† Geog. p. 589.

* Orat. ad Graecos, cap. 37.

(o) Dans les *Mémoires de l'Acad. Royale des Inscriptions*, Tom. XI. p. 152.

(p) περὶ τὴν Φυσικὴν πραγματείαν.

„ binaiſons des élémens. Il va plus loin encore, & porte le même „ jugement d'Hector, d'Achille, d'Agamemnon, d'Helene, de Paris, „ & de tous les perſonnages, tant Grecs que Barbares, qui ſe trou- „ vent dans ce Poëme. „ Mais Anaxagore & ſon Ami n'étoient pas les ſeuls de ce ſentiment; car *Empedocle*, & *Heraclide* de Pont, que Mr. *Gesner* a traduit en Latin, rapportoient tout le Poëme d'*Homere* à des notions de phyſique; & le Commentaire de *Proclus*, dont le même Savant nous a donné une Traduction, explique les Fables de ce Poëte par des Allégories Phyſiques, Theologiques, ou Morales. *Gesner* a auſſi donné un petit Livre d'un Auteur incertain, traduit du Grec, où les Voyages d'Ulyſſe ſont conſidérés comme une ſource de préceptes de Morale deſtinés à former l'homme. On peut trouver de plus grands détails là-deſſus dans la ſavante *Apotheoſe* d'*Homere*, par Mr. *Cuper*.

VI. L'Antiquité a donné à *Anaxagore* un ſurnom qui rend ſa Mémoire illuſtre: c'eſt celui de Νοῦς, ou d'*Eſprit*. *Diogene* (q) & *Strabon* (r) en ſont garans. Il avoit écrit l'Ouvrage dont nous avons parlé §. II. & il le commençoit par ces mots: *Tout étoit confondu; enſuite vint l'ESPRIT, qui mit les choſes en ordre.* (s) Comme ce mot ſe trouvoit répété fort ſouvent dans ſa Philoſophie, le ſurnom lui en demeura. *Plutarque* rapporte la choſe encore plus au long dans ſa vie de *Pericles*. „ *Anaxagore* de Clazomene, dit-il, le Maître de „ *Pericles*, fut ſurnommé par ſes contemporains *l'Eſprit*, (t) ſoit à „ cauſe de la haute idée qu'ils ſe faiſoient de ſa pénétration admirable „ dans l'étude de la Nature, ſoit parce qu'il fut le premier qui ne fit „ pas dépendre l'Univers de la Fortune, ou du Hazard, comme d'un „ Prin-

(q) Νοῦς ἐπεκλήθη. *Schmidii* Anaxag. §. XIII.

(r) Νοῦς ἐπεκαλεῖτο.

(s) Πάντα χρήματα ἦν ὁμοῦ, εἶτα ΝΟΥΣ ἐλθὼν αὐτὰ διεκόσμησε.

(t) οἱ τότ' ἄνθρωποι ΝΟΥΝ προσηγόρευον.

„ Principe qui eut réglé tout ce qui s'y passe, (*) mais qu'il établit un „ *ESPRIT* pur, répandu partout, & mêlé à tous les êtres, qui sépa- „ roit & digéroit les ressemblances des parties, ou *homoeomeries.* „ C'est ici qu'il faut rapporter les *Silles* de *Timon*, que *Diogene* nous a conservés. Ce *Timon*, célébre entre les Philosophes Pyrrhoniens, & cher à *Ptolemée Philadelphe*, est cité par *Aulu-Gelle*, comme un Ecrivain plein de fiel, qui avoit écrit un Livre des plus mordans, sous le titre de *Silles*, où il traitoit fort mal les Philosophes. Les *Silles* sont un genre de vers piquans, dans le goût de ce que les Romais ont nommé *Satire.* On peut consulter l'Ouvrage, que *Casaubon* a écrit sur la Satire Romaine. Voici les *Silles* que *Timon* avoit faits contre *Anaxagore*:

Καί που Αναξαγόρην φασ' ἔμμεναι ἄλκιμον ἥρω,
Νȣν, ὅτι δὴ νόος αὐτῷ, ὅς ἐξαπίνης ἐπαγείρας
Πάντα συνεσφήκωσεν ὁμȣ τεταραγμένα πρόσθεν.

Les vers Latins qu'on donne ordinairement pour la traduction de ceux-ci, en rendent mal le sens, que *Perizonius* a mieux saisi, de la maniere suivante: „ Et où disent-ils qu'est *Anaxagore*, cet illustre Héros, „ surnommé l'*ESPRIT*, parce qu'un Esprit existoit dans celui qui „ rassemblant toutes les choses qui étoient auparavant dans un état de „ desordre & de confusion, les a réünies & réduites en systême. „ (*x*)

VII. Nous avons dit tout ce qui est connu des Ouvrages d'*Anaxagore;* il faut passer présentement à ses dogmes. Et, avant que d'entrer dans leur discussion, il y a quelques remarques préliminaires à faire. D'abord, on ne doit pas s'attendre que nous puissons donner un

(*) ἀρχὴν διακοσμήσεος.

(*x*) *Et ubi Anaxagoram esse ajunt, strenuum Heroem, MENTEM dictum, quia Mens ipsi fuit, ille qui repente conjungens omnia compegit in certa rerum Systemata, cum antea fuissent confusa, Chaos quoddam indigestaque moles.* Perizonius ad Ælianum V. H. Lib. VIII. c. 19.

un Sŷſtème de la Philoſophie *Anaxagoréenne*. Ses Ouvrages étant perdus, il ne nous reſte que des fragmens découſus, & de ſimples débris, qui ne ſuffiſent pas pour conſtruire un édifice complet & régulier. Il s'y trouve néceſſairement des vuides & des choſes incohérentes, que le tems nous met hors d'état de remplir & de lier. Mais c'eſt un ſort commun à preſque tous les autres Philoſophes de l'Antiquité; leurs opinions ſont comme envelopées dans la plus grande obſcurité. Enſuite, ſachant bien que de très habiles gens ont déjà travaillé ſur la doctrine d'*Anaxagore*, nous ne voulons entrer avec eux dans des Controverſes, qui nous meneroient fort au delà des bornes d'un Mémoire Académique. Nous aurions à diſputer avec *Platon* & *Ariſtote*, avec *Aquilien*, *Gaſſendi*, & *Bayle;* & nous rencontrerions encore une foule d'Anciens & de Modernes, qui ont critiqué, ou entierement condamné les opinions d'*Anaxagore*. Nous ne voulons pas de notre côté les adopter & les défendre toutes, par prévention & avec partialité. La tâche que nous nous propoſons, c'eſt de tirer des anciens Monumens tout ce qui reſte des Dogmes de ce Philoſophe, & d'en mettre le véritable ſens dans un auſſi grand jour, qu'il nous ſera poſſible. Au reſte, comme après les Mathématiques c'étoit ſurtout la ſcience de la Nature qu'on enſeignoit dans l'Ecole Jonique, *Anaxagore* a auſſi été très verſé dans cette étude, & en a reçu par excellence le ſurnom de *Phyſicien*, exprimé même, ſuivant *Sextus Empiricus*, au ſuperlatif. (y) C'eſt donc à cette Science qu'il faut rapporter les opinions qui vont faire le ſujet du reſte de ce Mémoire, auſſi bien que les connoiſſances Aſtronomiques du même Philoſophe, que nous pourrons conſidérer ſéparément dans une autre occaſion.

VIII. Nous avons déjà rapporté les termes par leſquels *Anaxagore* commençoit ſon Traité de Phyſique, cité par *Diogene*. *Tout étoit confondu*, diſoit-il, *enſuite vint l'ESPRIT, qui mit les choſes en ordre*. C'eſt ici plutôt une Théologie Phyſique, qu'une ſimple Phyſique;

(y) Φυσικώτατος. *Adv. Mathem.* L. VII. §. 90. Not. L.

sique; & *Anaxagore* a la prérogative d'être le premier Philosophe Payen, qui ait fait intervenir en termes exprés un *Esprit*, ou une *Divinité*, pour la production du Monde. *Il est le premier*, dit *Diogene*, *qui ait ajouté l'Esprit à la Matiere.* (z) *Ciceron* exprime la même chose en ces termes. „ *Anaxagore*, éleve d'*Anaximene*, fut „ l'auteur de cette opinion, que le systême & l'arrangement de l'Univers se doivent à la puissance & à la sagesse d'un Esprit infini. „ (a) *Plutarque* y joint son témoignage. „ *Anaxagore*, dit-il, † donna à „ la matiere du monde le nom d'*Homoeomerie*; & il crut qu'un Esprit „ est la cause efficiente qui a tout disposé. Car il commence ainsi; „ *Tout étoit confondu ; mais l'Esprit débrouilla* (b) *& arrangea tout.* „ Et plus bas ; „ *Anaxagore* mérite d'être approuvé (c) pour avoir „ joint à la Matiere un Ouvrier. (d) „ Dans le même endroit *Plutarque* en prend occasion de rejetter la doctrine d'*Anaximene*, Maître d'*Anaxagore*, qui n'admettoit qu'un Principe. „ *Anaximene* est dans „ l'erreur, dit-il; . . . car il est impossible de regarder la Matiere „ comme l'unique principe des choses, d'où tout procede, mais il faut „ supposer aussi une cause efficiente. Tout comme pour faire une „ Coupe, l'argent ne suffit pas, s'il n'existe aussi une cause efficiente, „ c'est à dire, l'*Orfévre*; il en est de même de l'airain, du bois, & de „ toute autre matiere. „ L'Auteur des *Philosophumena* tient le même langage : „ *Anaxagore*, dit-il, posa pour Principes de l'Univers „ l'*Esprit* & la *Matiere*; l'Esprit comme agent, & la Matiere comme „ sujet passif. (e) „ Au reste l'*Esprit* qu'enseignoit *Anaxagore*, ne diffe-

† *De plac. Philos.* L. I. c. 3

(z) Πρῶτος τῇ ὕλῃ Νοῦν ἐπέστησεν.

(a) *De Nat. Deor.* I. II. de la Traduction de M. l'Abbé d'*Olivet*. Voici le Texte. *Anaxagoras qui accepit ab Anaximene disciplinam primus omnium rerum descriptionem & modum Mentis infinitæ vi ac ratione designari & confici voluit.* Voyez aussi *Schmid. Anax. Physiol.* § IV.

(b) διῆρε. (c) ἀποδεκτέον. (d) τεχνίτην.

(e) τὸν μὲν Νοῦν ποιοῦντα, τὴν δὲ ὕλην γινομένην. *Ibid.* c. VIII.

differoit point de la Divinité. Aussi lisons-nous dans *Plutarque*: „ *Anaxagore* dit qu'au commencement les corps étoient sans mouve- „ ment, mais que l'*Esprit de Dieu* les mit en ordre. „ *Themistius* a rendu la même idée en ces termes: „ Il employa le premier l'Esprit „ & la Divinité dans la fabrique du monde; (*f*) & il ne dériva pas „ tout de la Nature des Corps. „ Cela s'accorde avec ce que dit *Sextus Empiricus*: * „ *Anaxagore* fait un principe actif de l'Esprit, „ qui suivant sa pensée est *DIEU*. „ *Hermias*, Auteur assez connu par l'Ouvrage où il tourne en ridicule les Gentils, expose avec netteté le sentiment d'*Anaxagore* dans le passage qu'on va lire. „ *Anaxagore* „ m'enseigne, que l'Esprit est le principe de toutes choses, la cause & „ le maître de tout, qui fait régner l'ordre où se trouvoit la confusion, „ qui donne le mouvement aux choses inanimées, & qui embellit cel- „ les qui étoient sans ornement. (*g*) J'aime *Anaxagore* lorsqu'il „ parle ainsi, & j'entre tout à fait dans ses idées. „ (*h*) Si nous voulons savoir ce qu'il faut entendre par l'*Esprit*, *Aristote* nous l'apprendra dans les paroles suivantes. † „ *Anaxagore* dit que tout est d'une „ nature mixte, excepté l'Esprit, (*i*) qui seul est exempt de mélange „ & pur. (*k*) C'est ce qui fait, ajoute *Aristote*, qu'il appelle Princi- „ pes, & cette Unité, simple & sans mélange, & cet autre Etre, (la „ Matiere,) que nous considérons comme indéterminé, avant qu'il „ ait reçu les déterminations qui le rapportent à quelque espece. „ *Aristote* entre ensuite dans une Controverse avec *Anaxagore*, à laquelle nous ne nous arrêterons pas, parce qu'elle est étrangere à notre but. Il vaut mieux écouter l'excellente description que *Simplicius* fait de cet *Esprit*. „ Il n'y a, dit-il, absolument aucun mélange dans

cet

* L. IX. §. 6.

† *Metaph.* l. I. c. 7.

(*f*) τῇ κοσμοποιΐᾳ. *Them. Orat.* XV.

(*g*) κόσμον τοῖς ἀκόσμοις.

(*h*) *Hermias*, dans son Livre *de irrisione Gentilium*, §. VI. Joignez-y *Eusèbe Præp. Evang.* p. 504.

(*i*) πλὴν τοῦ Νοῦ. (*k*) ἀμιγῆ καὶ καθαρόν.

„ cet *Esprit*: il exiſte ſeul, par ſoi-même, & ſéparément. Car ſi „ l'Eſprit n'étoit pas diſtinct par lui-même de la Matiere, mais qu'il „ fut aſſujetti à quelque compoſition, il participeroit à toutes choſes, „ parce que dans chaque individu il entre quelque choſe de tous les „ êtres: Or, ſi ces choſes étoient ajoutées à l'Eſprit, elles lui ſeroient „ en obſtacle, & l'empêcheroient de rien obtenir, ou acquérir par lui-„ même. *L'Eſprit eſt de toutes les choſes la plus ſubtile & la plus „ pure; il a la Science univerſelle, jointe au pouvoir ſuprème.* (l)

IX. Après avoir poſé un Dieu, Auteur & Directeur de toutes choſes, il faut ſe ſervir de cette notion pour expliquer, comment les choſes ſont, & pourquoi elles ſont ainſi, plutôt qu'autrement. Il ne ſuffit pas de recourir ici à une volonté arbitraire de Dieu. Cet Etre ſuprème poſſédant la Raiſon au plus haut degré, on doit reconnoître qu'il ne veut jamais rien ſans y être déterminé par la raiſon du *meilleur*. C'eſt ce meilleur qui eſt la Raiſon univerſelle de toutes les choſes qui ſont, ou qui arrivent; ce qui eſt, eſt toujours meilleur que ce qui n'eſt pas, & ce qui arrive vaut mieux que ce qui n'arrive pas. La ſeule raiſon du meilleur peut être préponderante dans l'Entendement de Dieu; & par conſéquent c'eſt elle qui a déterminé ſa Volonté à produire le Monde, & à le produire tel qu'il eſt, & non autrement. La pénétration de *Socrate* ne lui avoit pas permis de méconnoître cette Vérité. C'eſt pourquoi lorſque l'Ouvrage d'Anaxagore parut, & que *Socrate*, après y avoir jetté les yeux, ſe fut apperçu qu'il n'avoit point eu égard à la raiſon du meilleur, il commença à faire moins de cas de ſa Philoſophie. Le paſſage mérite d'être rapporté; il ſe trouve dans le *Phedon* de *Platon*. (m) *Socrate* y parle en ces termes. „ A-

 „ yant

(l) Ἐςὶ γὰρ λεπ]όταtόντε πάντων χρημάτων καὶ καθαρώτατον, καὶ γνωμην γε περὶ παντὸς πᾶσαν ἴσχει, καί 'ισχύει μέγιςον. *Simplic.* in *Ariſt. Phyſ.* Lib. I. apud *Cudworth.* p. 459.

(m) Ch. 63. Ajoutez-y *Euſebe*, *Præpar. Evang.* p. 750. & ſuiv.

» yant un jour entendu quelcun qui lisoit dans le Livre d'*Anaxagore*, le
» passage où il affirme, que *c'est l'Esprit qui a tout arrangé, & qui*
» *est la cause de toutes choses,* (n) cette idée me plût infiniment, & il
» me paroissoit que tout alloit bien, en admettant l'Esprit, ou la Rai-
» son pour cause des choses; cela menoit selon moi à conclurre, que
» si l'Esprit arrangeoit le tout, il dirigeoit de même chaque chose en
» particulier, de façon qu'il n'y en eut aucune qui ne fut *le mieux*
» qu'il étoit possible. Ainsi, pour découvrir la cause qui fait que les
» choses naissent, périssent, ou en général existent, je ne voyois pas
» qu'il falut trouver autre chose, sinon quelle est la meilleure raison
» de leur existence, ou des actions & passions quelconques dont elles
» sont susceptibles. D'où résultoit encore que l'homme n'a d'autre
» objet à considérer, tant par rapport à soi-même qu'à l'égard des
» autres, sinon ce qui est *le plus excellent*, ou *le meilleur;* & que ce-
» lui qui est parvenu à cette connoissance, ne sçauroit non
» plus ignorer ce qui est le pire; puisque ces deux Sciences revien-
» nent à la même. En faisant toutes ces réfléxions, je me réjouïssois,
» croyant avoir trouvé un Maître qui m'expliqueroit les raisons des
» choses d'une maniere conforme à mes desirs. Je m'attendois, par
» exemple, qu'*Anaxagore* examineroit d'abord, si la terre est plat-
» te ou ronde; qu'ensuite il donneroit la raison de sa figure, &
» en prouveroit la nécessite, par la raison du meilleur, & en
» faisant voir qu'il convenoit mieux qu'elle fut telle qu'elle est; &,
» si elle est placée au centre de l'Univers qu'il feroit voir pourquoi
» il convenoit mieux qu'elle occupât cette place. Après avoir été in-
» struit de ces choses, je me préparois à n'admettre plus que des cau-
» ses de la même espece. Je l'aurois interrogé sur le Soleil, la Lune,
» & les autres Astres, sur leur cours, leurs révolutions, & leurs au-
» tres affections, & je comptois d'en recevoir des réponses toujours
» propres à couvaincre, que chacune de ces choses, tant dans ses
» actions que dans ses passions, est le mieux qu'elle peut être. Car

je

(n) ὡς ἄρα Νοῦς ἐςιν ὁ διακοσμῶντε καὶ πάντων αἴτιος.

„ je ne me ferois jamais imaginé, qu'après avoir posé pour principe, „ que l'ordre & l'arrangement des choses vient de l'Esprit, il auroit „ assigné d'autre cause de tout ce qui est, sinon qu'il est meilleur que „ chaque chose soit, & soit ainsi, que si elle n'étoit pas, ou étoit „ autrement . . . . Je n'aurois pas donné mes espérances pour „ beaucoup, & n'ayant point eu de repos que je ne me fusse procuré „ cet Ouvrage, je me mis à le lire avec tout l'empressement imaginable, „ brûlant d'impatience de sçavoir en quoi consistoit le meilleur, & „ ce qui faisoit le pire. Mais je fus bientôt frustré de cette merveil- „ leuse attente. Car en continuant ma lecture, je trouvai un homme „ qui ne faisoit pas le moindre usage de son Principe de l'Esprit, & „ qui n'alléguoit aucune cause propre à expliquer l'état des choses, „ mais qui recouroit à des natures aëriennes, éthériennes, à des „ eaux, & à d'autres causes semblables, & tout aussi extraordinaires. „ On peut lire le reste dans *Platon* même; la suite fournit encore quelques idées qui répandent du jour sur la matiere, mais qui ne regardent pas de si près notre sujet. Nous découvrons par là pourquoi *Aristote* a aussi repris *Anaxagore*, en disant *qu'il s'étoit servi de l'Esprit, comme d'une Machine, pour la production du Monde;* (o) car, ajoute-t-il, tout l'usage qu'il en fait, c'est de l'appeller à son secours, de le *tirer à soi*, (p) lorsqu'il est en suspens sur la cause pour laquelle quelque chose arrive nécessairement. Dans tout le reste, il met l'*Esprit* entierement à l'écart, & employe plutôt toute autre cause que celle-là. *Cudworth*, qui étoit d'ailleurs un Savant profond, ne porte pas un jugement assez équitable d'*Anaxagore*, & de quelques Philosophes modernes, dans l'endroit de son excellent *Systême intellectuel*, * où il rapporte le passage du *Phedon* qu'on vient de lire. Car, après avoir dit qu'*Anaxagore* étoit continuellement occupé à courir après les causes physiques, & qu'il lui arrivoit très rarement d'employer la sagesse & la volonté de Dieu dans l'explication des phénomenes de la Nature, le

* Edit. Mosh. p. 461

(o) μηχανῇ χρῆται τῷ Νῷ πρὸς κοσμοποιΐαν.

(p) τότε ἕλκει αὐτόν.

le savant Anglois ajoute; „ Je me suis plus étendu dans l'exposition de „ la doctrine & des principes de ce Philosophe, que dans celle des „ autres opinions, principalement parce que de tous les Anciens, c'est „ celui dont le génie ressemble le plus à celui de quelques Philosophes „ de notre Siecle. Car nous en avons aussi aujourd'hui, qui font semblant de conserver la Divinité, mais qui n'ont rien plus à coeur que „ de bannir toute idée de raison, de dessein, & de plan, de la fabrique de l'Univers, en rapportant l'origine de toutes choses aux Loix „ éternelles de la nécessité & du mouvement, & en substituant à la „ sagesse divine, des tourbillons, des globules, des particules striées, „ & d'autres choses semblables. Quoique ces Philosophes se disent „ disciples de Jesus Christ, je ne fais pas difficulté de les mettre au „ dessous d'*Anaxagore*, qu'*Aristote* & *Platon* ont transmis à la postérité noté d'infamie. „ C'est aux Cartésiens que *Cudworth* en veut, comme Mr. *Mosheim* l'a déjà remarqué, ou plutôt comme on le voit dans ses propres paroles. Nous ne prendrons point ici la défense du Cartésianisme. Mais il faut rendre à la mémoire de *Cudworth* cette justice, qu'il joignoit à ses hautes lumieres une véritable piété. L'enthousiasme de son systême l'à jetté dans quelques écarts. Mais d'ailleurs, bien loin que l'examen de la Nature, de ses Loix, & de ses forces, soit préjudiciable à la sagesse Divine, rien n'est au contraire plus propre à en déveloper l'immensité & la profondeur. Un Etre ne peut paroitre sage qu'aux yeux d'un autre Etre doüé de quelque sagesse; de même l'Art merveilleux que Dieu déploye dans les Ouvrages de la Nature, ne peut être apperçu que par ceux qui ont quelques notions de l'art & du méchanisme en général. Mais, sans pousser plus loin ces réfléxions, ce que nous avons rapporté jusqu'ici, fait assez connoître qu'*Anaxagore* reconnoissoit Dieu pour l'Auteur du Monde, (q) & le Monde à son tour pour un véritable Ouvrage de Dieu; (r) ce qui suffit

(q) Voyez les *Mémoires de l'Académie Royale des Inscriptions*, Tom. XIV. p. 21.

(r) ποίημα τȣ̃ Θεȣ̃.

ſuffit pour le tirer de la Claſſe des Athées. * D'autres Savans diſtingués ont déjà pris ſoin de le laver de cette imputation; & nous n'avons rien à ajouter à ce qu'ils ont dit. Nous renvoyons ceux qui en ſouhaitent davantage à l'*Hiſtoire de l'Atheïsme* par Mr. *Reimman.* † † Cap. XIX pag. 146

X. Attachons-nous préſentement à conſidérer cette fameuſe *Homeomerie* d'*Anaxagore*, dont on a tant parlé, & que la plûpart des Savans ont mis au rang des abſurdités. En mettant à l'écart tout ce qui eſt étranger à nos vuës, nous expliquerons d'abord, ce qu'*Anaxagore* a entendu par l'*Homëomerie*; & nous rechercherons enſuite ſur quels fondemens ſa doctrine pouvoit être appuyée. Le mot d'*Homëomerie* eſt Grec, Ὁμοιομέρεια, & ſignifie la diviſion de la *matiere en parties ſimilaires. Lucrece*, cet ardent & ingénieux défenſeur d'*Epicure*, dont le Poëme eſt antérieur aux Ecrits de *Ciceron*, eſt le premier qui nous donnera une idée de l'*Homëomerie*, qu'il chante dans les Vers ſuivans: * * Lib. I v. 830.

Nunc & Anaxagoræ ſcrutemur Homoeomerian,
Quam Græci memorant, nec noſtra dicere lingua
Concedit nobis patrii ſermonis egeſtas.
Sed tamen ipſam rem facile eſt exponere verbis,
Principium rerum, quam dixit Homoeomerian.
Oſſa videlicet e pauxillis atque minutis
Oſſibus; ſic & de pauxillis atque minutis
Viſceribus viſcus gigni, ſanguenque creari,
Sanguinis inter ſe multis coeuntibus guttis,
Ex aurique putat micis conſiſtere poſſe
Aurum, & de terris terram concreſcere parvis,
Ignibus ex ignem, humorem ex humoribus eſſe.
Cætera conſimili fingit ratione, putatque.
Nec tamen eſſe ulla parte idem in rebus inane,
Concedit, neque corporibus finem eſſe ſecandis.

 Ecou-

Ecoutons à présent l'Ami de *Lucrece*, *Ciceron*, qui s'exprime en ces termes. „*Anaxagore* disoit, que la matiere d'où toutes les choses tirent „ leur origine est infinie, ajoutant que ses plus petites parties sont „ semblables entr'elles, qu'elles étoient d'abord dans un état de con- „ fusion, mais qu'en suite elles furent mises en ordre par l'*Esprit* „ *Divin*. (s) „ N'oublions pas ce passage de *Plutarque*. * „ *Ana-* „ *xagore* posa pour principes des choses les *Homéomeries*, ou parties „ semblables. En effet il ne lui paroissoit pas qu'on pût expliquer, „ comment quelque chose peut se faire de ce qui n'est pas, ou se dé- „ truire en ce qui n'est pas. Nous prenons, par exemple, conti- „ nuoit-il, une nourriture simple & uniforme, nous mangeons du „ pain de froment, nous bûvons de l'eau; & ces alimens servent à „ nourrir également les cheveux, les veines, les artères, les nerfs, „ les os, & les autres parties du corps; ce qui ne sçauroit arriver, si „ l'on n'avouë que toutes ces choses se trouvent dans celles dont nous „ nous nourrissons, & que c'est de là que procéde l'accroissement des „ parties de notre corps. Les alimens que nous avons indiqué, ren- „ ferment par conséquent les parties procréatrices du sang, (t) des „ nerfs, des os, & des autres choses dont notre corps est composé, „ lesquelles sont connuës de l'Esprit seul, (u) ou ne peuvent être „ découvertes que par le Raisonnement. En effet on ne doit pas tout „ rapporter au jugement des sens, & s'imaginer que ce soient le pain „ & l'eau qui forment ces choses; mais il faut plutôt convenir qu'il „ y dans ces alimens des parties que l'Esprit seul peut appercevoir & „ prendre. De cette idée donc, qu'il y a dans les alimens des parties „ semblables à celles qui s'engendrent dans le corps, il tira le nom „ d'*Homo-*

* Placit. I. c. 3.

(s) *Anaxagoras materiam infinitam dixit esse, ex qua omnia gignerentur: sed ex ea particulas similes inter se minutas; eas primum confusas, postea in ordinem adductas* Mente divina. L. IV. Acad. c. 37.

(t) μόρια αἵματος γεννητικά.

(u) ἃ ἦν λόγῳ θεώρητα μόρια.

„ d'*Homoeomeries*, qu'il donna aux principes des choſes. Il fit de ces
„ *Homoeomeries*, la Matiere, & de l'Eſprit qui a tout arrangé, la
„ *Cauſe efficiente*. (x) „ Recourons auſſi au témoignage de *Diogene*.
„ Il (*Anaxagore*) dit, que les principes des choſes étoient des *choſes*
„ *ſemblables* Et que, comme l'or étoit compoſé de très petites par-
„ celles d'or, de même ce Tout réſultoit de l'aſſemblage de petits
„ corps dont les parties étoient ſemblables; & que l'Eſprit étoit le
„ principe du mouvement. „ (y) Les paſſages que nous venons d'alléguer font aſſez voir en quoi conſiſtoit l'*Homoeomerie* d'*Anaxagore*, & nous diſpenſent d'en rapporter d'avantage. Cette doctrine a non ſeulement été autrefois vivement attaquée par *Ariſtote* & par *Lucrece*; mais dans ces derniers tems elle l'a été, après pluſieurs autres, par *Bayle*, qui a employé la force peu commune de ſon eſprit, & tout l'art de faire des objections dans lequel il excelloit, pour détruire le fondement de l'*Homoeomerie*. Nous ſommes ſurpris que *Lucrece* ne ſe ſoit pas accommodé de cette doctrine, puiſque ſon Maître *Epicure* admettoit une vraye *Homoeomerie* dans ſes Atomes, & n'avoit point d'autre caractère pour les diſtinguer, comme *Plutarque* le déclare expreſſément. * *Epicure*, dit-il, poſe quatre Natures in-
„ corruptibles, les Atomes, le vuide, l'infini, & *les reſſemblances*,
„ qu'il apelle auſſi *Homoeomeries*, & élémens. „ (z) Si nous en croyons le même Auteur, † *Empedocle* n'a pas eu le même éloignement pour ce dogme. A' l'égard d'*Ariſtote*, & de *Bayle*, nous nous écarterions trop de notre but, ſi nous voulions diſcuter leurs Objections contre l'*Homoeomerie*, & les ſoumettre à un examen détaillé. Nous aimons mieux tourner cet examen ſur l'*Homeomerie* même, & tâcher de nous en former une juſte idée, pour voir en quoi elle conſiſtoit

* *Placit.* I. 3

† *Ibid.* I. 1

(x) ὕλην . . . . Νοῦν, τὸ ποιοῦν αἴτιον.

(y) καὶ Νοῦν ἀρχὴν κινήσεως. Voyez auſſi *Sextus Empiricus*, *Hypot. Pyrrh.* L. III. c. 3. Not. U. & *adv. Math.* L. X. c. 5.

(z) αὗται δὲ λέγονται ὁμοιομέρεια καὶ στοιχεῖα.

toit proprement, & si l'on peut y trouver quelque réalité, qui engage à l'admettre dans l'Univers. C'est ce que nous allons faire fort succintement.

XI. Que l'existence de l'*Homéomerie* soit possible, c'est ce qu'il est facile de prouver. Soit donnée une ligne infinie, ou d'une grandeur quelconque, qu'on la coupe dans des points innombrables, ou en parties inégales, ou de façon que plusieurs parties soient égales les unes aux autres. Si elles different toutes en longueur, il n'y aura point d'*Homoeomerie*; & de lignes inégales on ne pourra jamais construire des figures égales. Mais, si plusieurs de ces lignes se trouvent être de la même grandeur, il est manifeste qu'il peut en résulter des figures égales & inégales, ou semblables & dissemblables, des triangles équilatéraux, isosceles, scalenes, des quarrés, des rhomboïdes, des trapezes, &c. qui forment autant de classes différentes rélativement à leur ressemblance. La même chose arrivera si vous supposez un plan infini, ou une matiere d'une étenduë immense; car, en la divisant en parties égales & semblables, il en naîtra des corps aussi semblables. Or qui est-ce à présent qui pourroit nier, que le Monde soit composé par voye d'*Homoeomerie*, puisque toutes les choses que nous y observons, les plus grandes, les moindres, & les plus petites, se divisent en differentes classes d'individus, qui forment les especes & les genres. C'est ainsi que les Astres, les Planetes, les grands Corps du Ciel, sont rangés sous des notions communes. Et ce Globe de terre & d'eau que nous habitons, fournit des exemples d'*Homoeomeries* innombrables. On ne sçauroit en effet appeller autrement toutes ces especes d'animaux, de chevaux, de chiens, de lions, d'oiseaux, de poissons, d'insectes; il en est de même des arbres & des plantes: cela s'étend aux métaux & aux minéraux; & l'on ne sçauroit s'empêcher d'y joindre les particules d'air, d'eau, de feu, des rayons de lumiere, d'éther, de matiere magnetique, dans lesquelles, si vous refusez d'admettre l'*Homoeomerie*, vous ne viendrez jamais à bout d'expliquer, pourquoi une

une goutte d'eau est si semblable à une autre, un cheveu à un cheveu, un oeuf à un oeuf. On conviendra peut-être de tout ce que nous venons d'avancer. Mais, ce qu'on reproche surtout à *Anaxagore*, c'est d'avoir soutenu, par exemple, que les os se forment de petits os, la chair de parcelles de chair, les cheveux de petits cheveux, un oeuf de petits oeufs, un oeil de petits yeux, & ainsi à l'infini. Nous ne sçaurions nous persuader qu'*Anaxagore* ait philosophé aussi pitoyablement. L'Expérience s'oppose trop fortement à ces assertions. Est-ce donc qu'un édifice est composé d'autres petits édifices, ou un lion de petits lions, un homme de petits hommes? Où est l'homme de bon sens qui donneroit dans une pareille chimère? Assurément les choses qui entrent dans un composé ne sont pas de même nature que le composé; autrement un troupeau seroit composé de troupeaux, & une essain d'abeilles d'essains. Ainsi nous n'attribuons pas à *Anaxagore* d'avoir admis de pareilles suppositions, ni d'avoir crû que d'une chose quelconque peut se faire toute autre chose; ce qui entraîne la ruïne du Principe de la raison suffisante.

Tùm variæ eludent species, atque ora ferarum.
Fiet enim subito sus horridus, atraque tigris,
Squamosusque draco, & fulva cervice leæna,
Aut acrem flamma sonitum dabit. . . . .

De semblables transformations hetérogenes sont assez réfutées par l'Expérience. Y a-t-il quelcun qui soit en état de changer la matiere magnetique, ou les rayons de la lumiere, dans une autre espece de corps? *Ciceron* se trompe certainement, lorsqu'il dit: „Et comme „ il y a quatre sortes de corps, leurs changemens réciproques font la „ continuité de la Nature. Car l'eau se forme de la terre, l'air de „ l'eau, le feu de l'air: & après en rétrogradant du feu se forme l'air, „ de l'air l'eau, & de l'eau la terre, qui est le plus bas de ces quatre „ élémens, dont tous les êtres sont composés. Ainsi, comme sans

„ cesse ils se meuvent, & se rejoignent, en haut, en bas, à droite, à „ gauche ; par là toutes les parties de l'Univers demeurent liées. „ (a) Nous laisserons passer ces idées à *Ciceron* pour son siècle ; mais on ne conviendra pas dans le notre, que l'ether puisse à la fin se réduire en terre, puisqu'il n'y a rien de plus éloigné que l'activité de l'ether, & la pesanteur de la matiere terrestre.

XII. Cependant une chose qu'on met en question, & qui paroit favoriser le sentiment d'*Anaxagore*, c'est comment il seroit possible, si tout ne se trouvoit pas dans tout, que de l'herbe, du foin, & de l'eau, produisissent du lait, du sang, des nerfs, des artères, des glandes, des membres, des ongles, de la peau, du poil, &c. Il faut avouër sans doute que les particules de tous ces corps existent invisiblement dans l'herbe & dans l'eau. En effet les plus habiles Physiciens de nos jours ayant fait voir, que les animaux parviennent enfin à un degré de petitesse qui les soustrait entierement à notre vuë, & qui les rélegue dans ce qu'*Hippocrate* appelle la région invisible, (b) d'où, quand ils ont pris un certain accroissement ils se montrent à la lumiere ; à beaucoup plus forte raison la même chose peut-elle arriver dans des corpuscules non-organisés, qui sont réduits à une tenuité, qui les fait à la fin disparoitre entierement. Quand le bois, par exemple, est dissous en pourriture, ou consumé par le feu, la structure du bois périt à la vérité ; mais les particules qui le constituent, ne souffrent aucune atteinte. Une Maison qu'on rase jusqu'aux fondemens, perd la forme d'un édifice, mais les differens matériaux dont elle avoit été composée, subsistent,

(a) De la Nat. des Dieux, L. II. c. 33. p. 73. du Tome II. de la Traduction de M. l'Abbé d'*Olivet*. Voici le Texte. *Et cùm quatuor sint genera corporum, vicissitudine eorum Mundi continuata natura est. Nam ex terra aqua, ex aqua oritur aer, ex aere æther : deinde retrorsum vicissim ex æthere aer, ex aere aqua, ex aqua terra infima. Sic Natura his, ex quibus omnia constant, sursum, deorsum, ultro citroque commeantibus, Mundi partium conjunctio continetur.*

(b) ἐν ᾅδῃ.

tent, & peuvent entrer dans la composition d'une autre Maison. Si l'on veut quelque preuve particuliere de la conservation des premiers principes élémentaires dans les corps dissous, le papier seul peut la fournir, qui, après avoir subi toutes sortes de préparations, après avoir été cent fois pilé, bouïlli, lavé, donne encore, quand on le brûle, la même huile que fournit la semence de lin. A' l'égard de l'accroissement des Plantes, ce n'est pas seulement l'eau qui y contribuë, mais l'air, le nitre, le souffre, & une infinité de particules, qui voltigent de toutes parts, concourent à leur nutrition. *Dickinson*, célébre Médecin Anglois, pense comme nous, lorsqu'il réfléchit sur l'opinion d'*Anaxagore*, en ces termes. * „ Ce Philosophe, pour ne pas se rendre moins intelligible à ses Disciples, & se distinguer, en leur fournissant des idées plus dévelopées sur la Nature des choses, que celles de ses Prédécesseurs, introduisit dans son Ecole l'*Homoeomerie*, c'est à dire, la ressemblance des parties; par laquelle il enseignoit non seulement que les corpuscules sont la matiere de toutes choses, mais encore qu'ils existent d'une maniere *homoeomerique*, qu'ils sont semblables entr'eux; non qu'il crût que tous les corpuscules ayent eu une entiere ressemblance dans leur état de chaos, ou qu'ils ayent déjà renfermé toutes les formes & les qualités des choses, en sorte que les choses chaudes doivent leur origine à des atomes chauds, les choses vertes à des atomes verts, les os à des atomes osseux, la chair à des atomes de chair, l'or à des atomes d'or, (comme *Aristote* l'expose avec beaucoup d'injustice, & pour en prendre occasion de décrier la doctrine de cet excellent Philosophe;) mais il étoit dans l'idée, que la premiere combinaison par laquelle les atomes même avoient été formés, & qu'il supposoit antérieure à la formation des élémens, avoit eu pour principes des choses semblables. Car concevant, (comme raisonnent ordinairement les partisans des atomes,) qu'il se trouvoit dans le Chaos des particules de diverses grandeurs & de diverses figures; il lui paroissoit tout naturel d'en conclurre, qu'aussi-tôt que cette énorme masse des corpuscules avoit été mise

* *Physic. Vet. & Nov.* p. 33

„ en

„ en mouvement par l'Esprit Divin, & agitée par diverses secousses,
„ les particules semblables s'étoient réünies les unes aux autres, de
„ maniere qu'elles avoient formé les unes des parties terrestres, les
„ autres des parties aqueuses ; celles-ci des parties ignées, celles-là
„ des parties aëriennes, desquelles ensuite par la séparation générale
„ avoient été faits tous les élémens, & toutes les especes des choses. „
Dickinson lui-même a presque tiré tout ce qu'on vient de lire de l'Auteur des *Philosophumenes*, * dont nous ne rapporterons que ces paroles. „ Toutes choses ont été mises en mouvement par l'Esprit
„ Divin, & de ce mouvement commun est résultée l'union des cho-
„ ses semblables. L'ordre des choses celestes procéde du mouvement
„ circulaire. Tout ce qui étoit grossier, humide, ténébreux & froid,
„ & en général toutes les choses pesantes se sont rassemblées au milieu,
„ & la Terre s'est formée de leur concrétion. Les élémens contrai-
„ res, le chaud, le lumineux, le sec & le leger, ont gagné la région su-
„ périeure de l'air. „ (c) Voilà d'où *Anaxagore* tiroit son explication de l'origine & de la naissance du Monde ; (d) & s'il vivoit aujourd'hui, & qu'il entendit les Objections de nos Physiciens, ou bien si nous avions ses Ecrits que le tems a détruits, nous ne doutons pas que cela ne fut suffisant pour lever tous les doutes. Assurément la formation Cartésienne du Monde ne différe que peu ou point de l'Anaxagoréenne. Qu'on jette seulement les yeux sur la troisième Partie des *Principes* de *Descartes*. Ajoutons un seul mot. *L'Esprit* d'*Anaxagore*, Νῦς, ou si l'on veut, son *Dieu*, possédant dans le degré le plus éminent toute sorte de perfection, ou, pour ainsi dire, de réalité ; cette idée revient à celle du *DIEU* que nous reconnoissons, dont l'essence infinie embrasse toutes ces perfections, & qui, en limitant cette force infinie, a produit, par le moyen de son Entendement souverainement parfait, les idées des choses finies ; après quoi le même Entendement, ou la Raison suprème, a distribué ces idées innombrables en différentes

* p. 68.

(c) εἰς τὸ πρόσω τῦ αἰθέρος ὁρμῆσαι.

(d) Consultez aussi *Hist. Univers.* Tom. I. p. 47.

tes Classes, ensuite il les a réünies & combinées, d'une maniere qui a donné l'existence à ce Monde magnifique, & le meilleur de tous, que nous voyons. C'est dans ce Monde que les individus sont ramenés à leurs especes, & les especes à leurs genres : & qu'est-ce là autre chose, sinon l'*Homoeomerie*. Mais passons aux autres opinions de notre Philosophe.

XIII. *Anaxagore*, en expliquant ses idées sur la *Nature*, disoit ; *Que la génération & la corruption des corps n'étoit autre chose que leur aggrégation & leur dissolution*, *& que c'est à cela qu'on donnoit le nom de NATURE.* (e) Ce dogme étoit opposé à celui des Philosophes, qui prétendoient que les choses tiroient leur origine du Néant, & y rétournoient en périssant, & qui donnoient en conséquence le nom de *Nature* à cette génération par laquelle les choses qui sont, viennent de celles qui ne sont point. (f) C'est ce que nioit *Anaxagore*, s'appuyant sur le principe commun & véritable, que *rien ne se fait de rien.* Il ne pouvoit raisonner autrement dans son Systême, qui établissoit une Matière increéée & éternelle ; & la Création de rien étoit une Vérité qu'il ignoroit comme tout le reste des Gentils. Il avoit d'ailleurs pour lui *Empedocle*, avec la plûpart des Philosophes. En effet, au rapport de *Plutarque*, * *Empedocle* disoit que la Nature n'est autre chose que *le mélange & la séparation des élémens ;* (g) en sorte que les productions naturelles existoient, lorsque les élémens se réünissoient de quelque maniere que ce fut, & qu'elles périssoient, lorsqu'ils venoient à se séparer.

* *Placit.* I. 30.

XIV. *Diogene* nous fait entrevoir ce qu'*Anaxagore* pensoit du Globe de la Terre. Il enseignoit que, „l'Esprit ayant imprimé le mouve-

(e) Τὴν φύσιν εἶναι σύγκρισιν, καὶ διάκρισιν, τουτέςι γένεσιν καὶ φθοράν. *Placit.* I. 30.

(f) γένεσιν ἐξ ὀυκ ὄντων, φύσιν τινὲς καλοῦσι.

(g) μίξιν τῶν ςοιχείων καὶ διάςασιν.

„ comme un fédiment falé & amer. „ *Origine* ajoute dans les *Philofophumenes*, „ que l'origine de tout ce qu'il y a d'humeur dans la terre „ doit être tirée de la mer; „ (n) ce qui s'accorde exactement avec le récit de Moïfe. Il continuë en difant, „que les eaux de la mer fe changent à la vérité en vapeurs, mais que le concours des fleuves qui y „ aboutiffent, répare cette perte. Qu'à l'égard des fleuves, ils tirent „ leur fource, en partie des pluyes, en partie des eaux renfermées „ dans le fein de la Terre. „ On ne comprend pas bien comment cette derniere idée pouvoit fe concilier avec la figure applanie qu'on attribuoit à la Terre.

XVI. L'origine des Vents trouvoit fon explication dans le fyftème d'*Anaxagore*. Il difoit, au rapport de *Diogene Laërce*; „ que „ les Vents étoient produits, lorfque le Soleil raréfioit l'air. „ (o) Sur quoi *Aldobrandin* fait la remarque fuivante: „ Le fentiment d'*Anaxagore* fur les vents paroit avoir beaucoup d'affinité avec celui d'*Hippocrate*, qui prétendoit que le vent n'étoit autre chofe que l'agitation de l'air. En effet l'air atténué par le Soleil devient plus propre „ au mouvement, parce qu'il eft rendu plus fubtil. „ Nous y ajoutons, que la chaleur du Soleil augmente la force élaftique de l'air. On peut encore emprunter de l'Auteur des *Philofophumenes*, quelque chofe qui répand du jour là deffus. Il dit, „ que les vents naiffent de l'air „ atténué par le moyen du Soleil, & de ces particules qui, étant comme embrafées, fe retirent & font portées vers les Poles. „ (p) Le froid & la glace dominent aux environs des Poles. L'air étant donc mis en feu, & enflammé dans la Zone Torride autour de l'Equateur, les parties aëriennes font pouffées vers les régions polaires, qui fe trouvent

(n) τῶν δὲ ἐπὶ γῆς ὑγρῶν τὴν μὲν θάλασσαν ὑπάρξαι.

(o) Ἀνέμους γίνεσθαι λεπτομένου τοῦ ἀέρος ὑπὸ τοῦ ἡλίου.

(p) τῶν ἐκκαιομένων πρὸς τὸν πόλον ὑποχωρουμένων καὶ ἀποφερομένων.

vent plus froides. Mais, lorsque cette grande chaleur vient à cesser, & que le froid prend le dessus, l'air s'en retourne, & il en résulte un vent contraire, de sorte que ces mouvemens alternatifs régnent continuellement dans l'air.

XVII. Venons aux causes du Tonnerre & de la Foudre: *Anaxagore* s'en explique ainsi dans *Diogene*. * „ Le Tonnerre est une „ collision des nuées, & la Foudre en est une friction. „ (q) L'Auteur des *Philosophumenes* dit la chose un peu plus obscurément. „ Le „ Tonnerre & la Foudre existent, lorsque la chaleur tombe dans les nuës. „ (r) Mais *Plutarque* au contraire y répand du jour, en ces termes. † „ *Anaxagore* dit, que quand le chaud tombe dans le froid, „ c'est à dire la partie éthérienne qu'il croit être un feu, dans la „ partie aërienne, il s'excite un bruit qui n'est autre que le tonnerre. „ *Stobée* appelle au secours l'exemple du bruit que fait une pierre ardente, quand on la jette dans l'eau froide. *Plutarque* continuë ainsi; „ La couleur plus brillante, qui se manifeste à cause de „ la noirceur du corps nébuleux qui l'environne, ou des nuées, forme „ l'éclair; & la foudre vient de la multitude & de la grandeur de la „ lumiere, ou du feu. „ *Anaxagore* disoit encore que le *typhon*, ou tourbillon de vent, venoit d'un feu plus solide, & le *prester*, ou tourbillon de feu, d'un feu nébuleux. Les Grecs nommoient *prester* un vent accompagné de flamme; & *typhon*, que les Latins rendoient par *turbo*, un vent qui fait tournoyer l'air. *Seneque* parle de l'un & de l'autre en ces termes. „ Le vent, tant qu'il ne rencontre point d'obstacle, répand librement ses forces. Mais quand il est repoussé par quelque „ promontoire, ou qu'il est rassemblé par la force de quelques lieux „ qui se réünissent, il tourne souvent sur lui-même, & forme un „ tourbillon pareil aux gouffres des eaux. Ce vent ainsi tournoyant, „ verti-

* Lib. II. 9.

† Placit. III. 5.

(q) Βροντὰς ἔιναι σύγκρυσιν νεφῶν; ἀςραπὰς ἔκτριψιν νεφῶν.

(r) Βροντὰς καὶ ἀςραπὰς ἀπὸ τῦ θερμῦ γίνεσθαι ἐμπίπτοντος ἐις τὰ νέφη.

„ vertigineux, & qui environne le même lieu, eſt le *Tourbillon*. Que „ s'il eſt extrèmement fort, & qu'il dure longtems, il s'enflamme, & „ produit ce que les Grecs appellent *Preſter*. C'eſt le Tourbillon de „ feu. „ (s) *Ariſtote* décrit ce qu'*Anaxagore* appelloit *le chaud*, (t), en diſant: * „ Il eſt dans l'idée que le feu conſiſte en ce qui tombe des „ régions les plus élévées en bas, du plus haut de cet éther, auquel „ il donne auſſi le nom de feu. „ Il ſemble donc que la foudre d'*Anaxagore* s'accordoit avec cette matiere ignée, ou ètherienne, qu'on ſçait tirer aujourdhui des corps, en y excitant la vertu qu'on nomme électrique. Au reſte *Anaxagore*, en expliquant la cauſe naturelle de la foudre, avoit délivré ſon diſciple *Pericles* de la crainte ſuperſtitieuſe que ce phénomene cauſoit. C'eſt ce que nous liſons dans *Suidas*: „ *Pericles*, dit-il, ſe trouvant à la tête de l'armée des Atheniens, & „ devant les mener au combat, la foudre tomba du Ciel, ce qui cauſa „ une grande conſternation; mais ayant pris deux pierres, & les „ ayant frappées l'une contra l'autre, pour en faire ſortir du feu, il „ dit: Voilà la foudre. „ On ſçait que *Descartes* a expliqué le tonnerre par le ſeul choc des nuées, qui arrive lorsque l'une vient à tomber ſur l'autre.

* *Meteor.* L. II. c. 9.

† *Placit* III. 5.

XVIII. *Anaxagore* s'étoit fait de fort juſtes idées de la formation de l'Arc-en-Ciel. Citons le témoignage de *Plutarque*. † „ *Anaxagore* diſoit que l'Arc-en Ciel conſiſtoit dans la réfraction (u) de la „ lumiere du Soleil, faite dans une nuée épaiſſe, & qui arrive tou„ jours vis à vis de l'Aſtre, dont la nuée réflêchit l'image, comme un

(s) *Ventus, quamdiu nihil obſtat, vires ſuas libere effundit. Ubi aliquo promontorio repercutitur, aut vi locorum coeuntium colligitur, ſæpius in ſe volutatur, ſimilemque aquis facit verticem. Hic ventus circumactus, & eundem ambiens locum, & ſe vertigine concitans,* turbo *eſt. Qui ſi pugnacior eſt, ac diutius volutatur, inflammatur, & efficit, quem* preſtera *Græci vocant. Hic eſt igneus turbo,* Nat. Quæſt. L. V. c. 13.

(t) θερμόν.

(u) ἀνάκλασιν.

„ un miroir. „ Il expliquoit de la même maniere les phénomenes auxquels on donne le nom de *Parhelies*. Ceux qui voudront connoître plus en détail les idées des Anciens sur l'Arc-en-Ciel, n'ont qu'à recourir à *Seneque*, dans le premier Livre de ses *Questions naturelles*.

XIX. *Diogene Laërce* rapporte l'explication des tremblemens de terre d'une maniere tout à fait succinte & obscure, en disant que c'est *un retour de l'air dans la terre*. (*x*) Voyons si *Plutarque* nous dira quelque chose de plus positif sur ce sujet. Voici ses paroles : * „ *Anaxagore* est dans la pensée, que la terre tremble, lorsque l'air „ veut en sortir, parce qu'arrivant à l'épaisseur de la surface terrestre, „ il ne trouve point d'issuë, & fait alors un effort, qui produit la se„ cousse dont la terre est ébranlée. „ *Seneque* n'est guères plus clair. † Les *Philosophumenes* rapportent, * „ que les tremblemens de terre ar„ rivent par la chûte de l'air supérieur sur l'air qui est plus bas que la „ terre ; parce qu'alors la terre qui nage dans cet air inférieur, par„ ticipe à son ébranlement. „ Accordons un moment d'attention à *Aristote*. „ *Anaxagore*, dit-il, affirme que l'éther, qui est très pro„ pre à se porter en haut, meut la terre, lorsqu'il se renferme dans „ ses veines & dans ses cavernes. Car il prétend que les parties qui „ forment la surface de la terre sont unies entr'elles par le secours des „ pluyes, que toute la terre est spongieuse, que nous habitons sa par„ tie supérieure, & qu'il y a vis à vis une partie opposée. „ Peut-être qu'on pourroit entendre la chose ainsi. *Anaxagore* croyoit que la surface de la terre étoit plane, & que les hommes habitoient sur cette espece de plaine. L'air, selon lui, ne se trouvoit pas moins au dessus qu'au dessous de la Terre. Lors donc que l'air inférieur, qui de lui-même tendoit toujours vers le haut, faisoit effort pour rompre la terre, mais qu'il étoit forcé de demeurer renfermé dans ses cavernes, ou cavités, c'est alors que le tremblement de terre se faisoit sentir. Cela nous apprend ce que veut dire *Diogene* avec son *retour de l'air dans*

* *Placi.* III. 15.

† *Natur. quæst.* VII. 9.

* p. 76.

(*x*) ὑπονόστησιν ἀέρος εἰς γῆν.

dans la terre. Et l'on peut aussi entendre par là ce passage de *Seneque*: „ *Anaxagore* estime que les secousses de l'air & de la terre procedent „ à peu près de la même cause ; lorsque le vent dans la terre inférieu- „ re . . . . . se porte vers ce qu'il rencontre, cherchant une issuë, & „ sépare ce qui lui fait obstacle, jusqu'à ce qu'en s'insinuant par des „ routes étroites il trouve un chemin qui le mene au Ciel, ou s'en „ fait un par force. „ *Anaxagore* se trompoit, en faisant la terre applanie. Au reste presque tous les Physiciens reconnoissent aujourdhui, que les tremblemens de terre sont produits par l'air renfermé dans les cavernes, & embrasé par le feu souterrain.

XX. Nous voici parvenus à une des idées d'*Anaxagore*, dont on a le plus parlé. Communément on lui attribuë d'avoir enseigné, *que la Neige étoit noire*. La plûpart ont sifflé & tourné en ridicule un sentiment aussi paradoxe. Nous ne copierons point tout ce que les Savans en ont dit. Mr. *Brucker* fournit là-dessus dequoi satisfaire la curiosité: & l'on peut y joindre l'Auteur des *Observationes Halenses*, qui a pris la défense d'*Anaxagore* *. Essayons de découvrir nous-même ce qu'il y a de mieux à dire sur cette opinion de notre Philosophe. *Ciceron* en avoit parlé en ces termes: „Le Sage aura plus de complai- „ sance pour accorder que la neige est blanche, que n'en avoit *Anaxa-* „ *gore;* qui, non seulement nioit qu'elle le fut, mais qui assuroit „ qu'elle ne lui paroissoit pas même telle, parce qu'il sçavoit que l'eau „ d'où elle se forme, est noire. (*y*) „ Ainsi *Anaxagore* avoit déclaré, *que la Neige ne lui paroissoit pas même blanche*. *Lactance* va plus loin, & tire cette conclusion, *que la neige lui paroissoit comme de l'encre*, † ce que nous ne lisons nulle part qu'il ait dit. Sur quoi il se récrie ailleurs à la folie: „Que peut-on penser, dit-il, de celui qui a dit que „ la

* *Tom.* II. *Observ.* 15.

† Liv. V. 3.

(*y*) *Sapiens facilior erit, ut albam nivem esse probet, quam erat Anaxagoras : qui id non modo ita esse negabat, sed sibi, quia sciret aquam nigram esse, unde illa concreta esset, albam ipsam esse, ne videri quidem.* Acad. Quæst. IV. 31. Voyez aussi, *Sextus Empiricus*, Pyrrhon. L. I. c. 13. n. c.

„ la neige étoit noire ? Ne devoit-il pas en tirer la conſéquence, que „ la poix eſt blanche ? „ C'eſt là le génie ordinaire de cet Auteur Eccléſiaſtique, qui ſe livre trop aiſément aux conjectures. De ce que quelcun refuſe la blancheur à la neige, il ne s'enſuit point qu'il affirme qu'elle eſt noire. *Anaxagore* avoit dit que la neige ne lui paroiſſoit pas blanche, c'eſt à dire, que cette couleur qu'on y obſerve, n'eſt pas une couleur ſtable & conſtante, comme celle de la chaux, de la craye, & des autres corps blancs ou colorés, tels que ſont ceux dont les Peintres ſe ſervent, mais que ce n'eſt qu'une vaine apparence, qui n'a rien de ſolide, & qu'un moment fait évanouïr, ſans qu'il en reſte aucune trace : & qu'ainſi la neige paroit blanche, ſans l'être effectivement ; qu'il ne faut point ſe fier à cette couleur ; qu'elle n'eſt utile à quoi que ce ſoit : & que celui-là ſe tromperoit beaucoup, qui employeroit de la neige à blanchir des habits. Il n'y a rien dans tout cela qui ſoit indigne de notre Philo[illegible]e.

XXI. *Plutarque* rapporte *, comment *Anaxagore* expliquoit les accroiſſemens du Nil. „ Il dérive, dit-il, les débordemens de ce „ fleuve de la neige qui ſe trouve en Ethiopie, laquelle ſe fond à la vé- „ rité en Eté, mais ſe conſerve pendant l'Hyver. Les *Philoſophume-* „ *nes* diſent pareillement †, que le Nil s'accroit par les neiges qui ſe „ fondent en Eté, & dont les eaux s'y jettent. „ Traiter ici la matiere du Nil, ce ſeroit répéter des choſes cent fois dites. Ce fleuve a été un objet d'admiration pour toute l'Antiquité ; ſes ſources, ſes cataractes, ſon cours, ſes eaux, ſon accroiſſement, ſes embouchures, ont été autant de merveilles. Auſſi *Wendelin* a-t-il publié un Ouvrage ſous le titre de *Merveilles du Nil*, où il a tiré & raſſemblé de trois cent dix-huit Auteurs, Grecs & Latins, anciens & modernes, tout ce que le Nil a fourni de ſingularités remarquables. Il s'agit ici de ſon accroiſſement annuel, dont les Egyptiens ſe glorifioient beaucoup. Car, ayant appris que la Grece étoit arroſée par les pluyes, & non par des fleuves, comme leur pays, ils dirent, que quelque jour

* Plac. IV. 1.

† p. 71.

jour ils se trouveroient frustrés de leurs espérances, & que si Jupiter leur refusoit la pluye, ils périroient misérablement de soif. *Herodote*
* L. II. c. s'est moqué de cette ridicule vanterie, & l'a fort bien repoussée. *
13. 14. Quoiqu'il en soit, les Egyptiens eux-mêmes ignoroient la cause des inondations du Nil. De là tant de conjectures des Philosophes, que *Wendelin* a rapportées au nombre de onze, dans l'Ouvrage que nous venons d'indiquer. *Anaxagore* regardoit donc les neiges qui fondoient en Ethiopie, comme le principe de cet effet. *Pomponius Mela* adopte la même raison. „ Il s'accroit, dit-il en parlant du Nil, parce „ que les neiges que la grande chaleur de l'Eté fait fondre, coulent du „ sommet des grandes montagnes d'Ethiopie avec une abondance que „ le lit de ce fleuve ne sçauroit contenir. „ (z) *Herodote* est contraire à cette opinion, & demande, comment le Nil, qui vient de l'Afrique, & traverse le milieu de l'Ethiopie, pour arriver en Egypte, s'accroitroit par les neiges, puisqu'il [illegible] d'une contrée extrèmement chaude à un autre extrèmement fro[illegible] *Lucain* s'est servi du même
† L. X. raisonnement, † pour rejetter cette idée.

> *Vana fides veterum, Nilo, quod crescat in arva*
> *Æthiopum prodesse nives. Non Arctos in illis*
> *Montibus aut Boreas. Testis tibi sole perusti*
> *Ipse color populi, calidique vaporibus Austri.*

C'est aussi de là que *Wendelin* tire quelques Objections contre la doctrine d'*Anaxagore ;* mais il avouë lui-même qu'elles ne sont pas d'un grand poids. Au reste, de l'aveu d'*Herodote*, les sources du Nil étoient un secret pour les Anciens ; &, si l'on ne s'arrête pas aux récits fabuleux des Portugais, on trouvera qu'elles ne sont guères mieux connuës aujourdhui, comme l'a fait voir avec beaucoup d'évidence un des Savans les plus distingués de nos jours, & qui est surtout profondément

(z) *Crescit porro, sive quod solutæ magnis æstibus nives, ex immanibus Æthiopiæ jugis, largius quam accipi queant, defluunt.* Geogr. L. 9.

dément versé dans les Antiquités Egyptiennes, Mr. *Jablonski.* * Ainsi c'est avec peu de fondement qu'on oppose les grandes chaleurs de l'Ethiopie à l'existence des neiges dans ce pays ; car les célébres personnages, qui ont visité depuis peu les contrées de l'Amérique, & se sont transportés sur le sommet des plus hautes Montagnes du Perou, y ont trouvé une quantité incroyable de neige, & un froid presque insupportable, tout près de l'Equateur, & à la même latitude où l'on place les Montagnes d'Abyssinie. *Thevenot* a aussi rencontré des neiges sur les Montagnes même d'Ethiopie. (a) Les *Philosophumenes* ajoutent un petit mot, qui ne paroit pas devoir être passé sous silence : c'est que le Nil tire son accroissement *des neiges Septentrionales.* (b) Qu'est ce que cela veut dire ? Comment la neige du Septentrion est-elle transportée en Ethiopie ? *Ammien Marcellin* nous l'expliquera d'après l'opinion de *Democrite* : „ Quelques Physiciens, dit-il, affirment, que dans les régions pla„ cées au Septentrion, lorsque la rigueur des hyvers resserre tout, il „ se géle des amas de neige, que dans une autre saison la véhémence „ des chaleurs résout en eaux, & qu'il s'en éleve des vapeurs dont se „ chargent les nuages que les vents Etesiens chassent vers le Midi, où „ se déchargeant ils fournissent, à ce qu'on prétend, avec abondan„ ce dequoi grossir le Nil. „ Mais à quoi bon tous ces détours ? Le Nil commence à s'enfler lorsque les vents Etesiens soufflent ; ces vents partent du Septentrion, & en Ethiopie ils ne peuvent qu'être accompagnés de la plus grande chaleur, puisqu'ils ont traversé la Zone torride. Ainsi les neiges fondent à leur approche, & se précipitent de maniere que le Nil ne peut plus contenir ses eaux ainsi accruës.

* Pantheon, Tom. II. p. 163.

XXII. La premiere origine des Animaux avoit aussi fait l'objet des recherches d'*Anaxagore* ; mais ce qui nous reste là dessus dans les Anciens ne nous met pas bien au fait de sa doctrine. *Diogene* dit : † *que les animaux nâquirent premierement de l'humide & du chaud, & de*

† L. III. 5.

(a) Dans ses *Voyages*, Liv. II. ch. 69. Ajoutez y *Ludolff*, *Comment.* p. 100.

(b) ἀπὸ τῶν ἐν τοῖς ἄρκτοις χιόνων.

de la terre (c). Mais *Theophraste* exprime la chose beaucoup plus clairement. „ *Anaxagore*, dit-il, décide, que l'air contient les se„ mences de toutes choses, lesquelles étant ensuite emportées par „ par l'eau, & mêlées à la terre, produisent les plantes „ (d). Pour l'origine des semences mêmes, c'est une question sur laquelle régne le plus profond silence parmi les Anciens; ou, s'ils en disent quelque chose, c'est avec toute la confusion & l'obscurité possible. En effet *Anaximandre*, Auditeur de *Thales*, & ensuite l'un des plus illustres Chefs de l'Ecole Jonique, avoit enseigné que les premiers hommes s'étoient formés dans des poissons, qu'ils s'y étoient nourris pendant quelque tems, mais qu'ensuite ayant acquis assez de force pour se soutenir par eux-mêmes, ils en étoient sortis, & s'étoient emparés de la terre. Ainsi il faisoit venir les hommes d'animaux d'une autre espece. Il ne paroit pas qu'*Anaxagore* ait adopté ce sentiment; il tiroit plutôt la formation des animaux du concours des élémens dont les parties étoient semblables, comme nous l'apprenons dans *Plutarque*. † *Pythagore* avoit encore une autre opinion, c'est le changement réciproque des élémens les uns dans les autres. *Ovide* l'a exprimée en très beaux Vers au XV. Livre de ses *Metamorphoses*. Mais, à dire le vrai, l'origine des semences est un des mystères les plus impénétrables de la Nature, & les plus inaccessibles à tous les Philosophes; les efforts redoublés de leur curiosité n'ont pû le pénétrer, & il semble que Dieu seul puisse en révéler la connoissance. *Anaxagore* l'a aussi appellé en quelque sorte à son secours, en disant que, lorsqu'il mit en ordre la matiere du Chaos, il forma en même tems les premiers principes des semences. C'est pourquoi *Aristote* lui donne des éloges à cet égard, & dit qu'il a été plus modeste que les autres Philosophes de l'Antiquité, & qu'il a mon-

† *Placit.* V. 19.

(c) ζῶα γενέσθαι ἐξ ὑγρȣ̃, καὶ θερμȣ̃, καὶ γεώδȣς.

(d) Αναξαγόρας μὲν τὸν ἀέρα πάντων φάσκων ἔχειν σπερμάτα· καὶ ταῦτα συγκαταφερόμενα τῷ ὕδατι γεννᾶν τὰ φυτά. *Histor. Plant.* L. III. c. 2.

a montré une véritable ſageſſe, en poſant le premier l'Eſprit pour la cauſe du Monde & de tout l'ordre qui y régne. Si quelcun deſire d'être mieux inſtruit de la maniere dont *Anaxagore* expliquoit la génération, nous le renvoyons à l'Ouvrage que *Scipion Aquilien* a écrit ſur les opinions des Philoſophes, qui ont vêcu avant *Ariſtote*. Il s'y étend beaucoup ſur l'opinion d'*Anaxagore* par rapport à la cauſe de la génération. (e) Mais, comme cela n'a pas un rapport direct à notre ſujet, nous ne nous y arrêterons pas. Les ſentimens des Anciens ſur cette matiere en général, & ſur la premiere origine des hommes, ont été ſavamment recueillis par *Cenſorin*, * & éclaircis par *Lindenbrog* dans ſes Notes ſur cet Auteur. * *De die natali*, Cap. IV.

XXIII. Nous nous bornerons à indiquer ici ce qui peut encore avoir quelque rapport à cette matiere. *Cenſorin* témoigne, qu' *Hippon* de Samos étoit dans l'idée, que l'origine de l'homme & des animaux vient de la moëlle; mais qu' *Anaxagore* réfutoit cette opinion avec les autres. Le même Auteur ajoute : „ On a auſſi été partagé ſur la queſtion; ſi l'enfant vient ſeulement du père, ou auſſi „ de la mère, comme *Anaxagore* le penſoit. „ (f) Encore, ſuivant le même *Cenſorin*, † notre Philoſophe eſtimoit que le cerveau, d'où procedent tous les ſens, prenoit ſon accroiſſement avant toutes les autres parties; & qu'enſuite la chaleur étherienne arrangeoit les membres. Il ajoutoit que l'enfant recevoit ſa nourriture par le nombril; & que les mâles s'engendroient du côté droit, les femelles du côté gauche. *Diogene Laërce* a dit les mêmes choſes dans les mêmes termes, & *Menage* a fait là-deſſus des obſervations fort étenduës. *Cenſorin* continuë, & rapporte „ qu'*Anaxagore* expliquoit la reſſemblan- „ ce des enfans au père ou à la mère, à ce que l'un des deux avoit † *Ibid.* cap. VI.

 plus

(e) L'Ouvrage de *Scipion Aquilien* a été imprimé à Veniſe en 1620. voyez p. 17. & ſ.

(f) *Illud quoque ambiguam fecit inter Auctores opinionem, utrumne ex patre tantum modo partus naſcatur, an etiam ex matre, quod Anaxagora viſum eſt.* Cenſor. Cap. V.

„ plus contribué à la formation du foetus.. „ (g) Ici s'ajuſte un fragment qu'*Athénée* nous a conſervé. „ *Anaxagore*, dit-il, en„ ſeigne que ce qu'on appelle *le lait de poule*, eſt le blanc de l'oeuf. „ (h) Et il faut y ajouter une Hiſtoire, rapportée par *Plutarque* dans la Vie de *Pericles*, qui fait voir jusqu'où notre Philoſophe avoit pouſſé ſes connoiſſances Anatomiques. „ On raconte, dit l'Hiſtorien Grec, „ qu'un jour on apporta de la campagne à *Pericles* une tête de bélier „ avec une ſeule corne, & que le Devin *Lampon*, ayant conſidéré la „ force de cette corne, & comment elle ſortoit du milieu du front, „ dit que c'étoit un préſage, que la puiſſance des deux factions qui „ partageoient alors la Ville, (celle de *Thucydide* & celle de *Peri*„ *cles*,) ſe réüniroit en une ſeule tête, & que cela regardoit celui „ chez qui ce prodige étoit arrivé. Mais *Anaxagore*, ayant diſſéqué „ l'os de cette tête, montra, que le cerveau n'avoit pas occupé tout „ ſon eſpace ordinaire, mais que ſe terminant en pointe il alloit abou„ tir à cette ſeule place de tout le crane, d'où la corne ſortoit comme „ de ſa racine. Tous les aſſiſtans furent ravis ſur le champ du ſavoir „ d'*Anaxagore*; mais ils ne le furent pas moins bientôt après de la „ ſagacité de *Lampon*, lorsque, le parti de *Thucydide* étant entiere„ ment détruit, toute la République tomba entre les mains de *Peri*„ *cles*. Tous deux pouvoient avoir raiſon, l'un comme Phyſicien, „ l'autre comme Devin, l'un comme obſervant la cauſe, l'autre com„ me prévoyant l'événement. C'étoit en effet au premier à conſidé„ rer d'où provenoit cette corne, & comment elle s'étoit formée, tan„ dis que l'office du ſecond étoit d'annoncer, pourquoi elle avoit été „ formée, & de quoi elle étoit le ſigne. Ceux qui prétendent que, „ dès qu'on a découvert la cauſe d'un ſemblable fait, il ne faut plus „ l'en-

(g) *Anaxagoram ejus parentis faciem referre liberos judicaſſe, qui plurimum ad fœtum contuliſſet.*

(h) Αναξαγόρας ἐν τ.ῖς Φυσικοῖς, τὸ καλȣ́μενον φησὶν ὄρνιθος γάλα τὸ ἐν τοῖς ὠοῖς ἔιναι λευκόν.

„ l'envifager comme un préfage, ne confidérent pas bien, que par là „ ils détruifent également l'efficace des fignes celeftes & des fignes ar- „ tificiels. „ Rien n'empêche que nous ne placions encore ici ce qu'*Anaxagore* penfoit de la Fortune, fuivant le même *Plutarque*. * „ Il „ difoit, que la Fortune eft une caufe cachée à l'Intelligence humai- „ ne. „ Cela eft parfaitement vrai. Les Stoïciens, & tous les Philofophes fenfés, n'ont pas penfé autrement.

* Placit. I. 29.

XXIV. On ne fçait pas bien ce qu'*Anaxagore* croyoit au fujet de l'Ame. Voici ce qu'*Ariftote* en dit : † „ *Anaxagore* dit que l'Ame „ (ψυχὴν) eft celle qui meut . . . . . mais il ne s'explique pas affez „ clairement là-deffus. Car il dit fouvent que l'Efprit (Νȣ̃ς) eft la „ caufe de ce qui eft bon & droit; & ailleurs il dit que l'Efprit & „ l'Ame font la même chofe, (*i*) & qu'ils exiftent dans tous les Ani- „ maux, tant grands que petits, dans les plus confidérables & dans les „ plus vils. „ Ces idées ne font pas du goût d'*Ariftote*, qui ajoute; „ qu'il ne paroit pas que l'Efprit fe trouve ainfi partout, c'eft à dire, „ un Efprit accompagné de prudence; que les Animaux en font defti- „ tués, & qu'il ne convient pas même à tous les hommes. „ Le paffage de *Plutarque* fur le même fujet eft encore plus obfcur: le voici. * „ Les difciples d'*Anaxagore* ont dit, que l'Ame étoit une „ fubftance aërienne, & un corps; „ à moins que nous ne voulions reftreindre cette affertion à l'Ame feule, (ψυχὴν) & n'y pas comprendre l'Efprit. En effet il a diftingué ailleurs l'Ame du Corps. † Comme ce paffage eft tout à fait ténébreux, le favant *Corfini* l'a fort bien corrigé & fuppléé d'apres *Galien*, & il le traduit enfuite ainfi: „ *Anaxagore* „ a été dans l'idée que le fommeil regardoit la faculté corporelle; (*k*) „ que c'étoit une affection du corps, & non de l'ame; mais que la „ mort confiftoit dans la féparation de l'Ame d'avec le Corps. (*l*) „

† De anima. L. I. c. 2.

* Placit. IV. 3.

† Ibid. V. 25.

La

(*i*) τὸν Νȣ̃ν ἔιναι τὸν αὐτὸν τῇ ψυχῇ.

(*k*) σωματικῆς ἐνεργείας.

(*l*) ψυχῆς θάνατοντὸν διαχωρισμόν.

La même chose se trouvant dans *Stanley*, il faut supprimer la Note de l'Editeur, qui révoque en doute, si cet Auteur a bien rendu le sens de *Plutarque*, fondé sur ce qu'on peut aussi entendre les expressions de la séparation, ou désunion, des parties même de l'ame, qui étant aërienne est d'une nature corporelle. On ne trouve pas plus de clarté dans cet autre endroit de *Plutarque* ; * „ *Anaxagore* disoit que tous „ les animaux ont une raison active, mais qu'ils n'ont point cet esprit „ passif, qu'on appelle l'Interpréte de l'Esprit. „ Il régne plus de netteté dans ce que notre Philosophe disoit pour expliquer la formation de la voix. † „ Il la faisoit consister dans un air agité qui frappoit un „ air solide & plus dense ; de sorte que le retour, ou la repercussion „ de ce choc, parvenoit à nos oreilles. „ Et c'est de la même maniere qu'il rendoit raison du son, ou de la voix, qu'on appelle *Echo*.

* *Ibid.* V. 20.

† *Ibid.* IV. 19.

XXV. Faisons à présent une espece de faisceau des débris de la doctrine d'*Anaxagore*, que nous avons n'avons pas pû employer commodément en d'autres endroits. Il avoit placé dans les mains la cause de la sagesse & de l'intelligence humaine. *Plutarque* censure cette idée en ces termes. „ La Nature a placé presque sous nos yeux des exem- „ ples qui prouvent l'utilité des liaisons fraternelles ; elle a fait dou- „ bles toutes les parties de notre corps qui sont nécessaires, & l'on peut „ regarder comme autant de frères & de jumeaux, les *mains*, *les* „ pieds, les yeux, les oreilles, les narines. Son but est de marquer „ par là que toutes ces choses nous ont été données pour notre con- „ servation, & pour se prêter un secours mutuel, & qu'elles ne sont „ point divisées en signe de discordes & de combats. En particulier „ elle a mis tout l'art possible dans la structure de la main, dont les „ doits différens & inégaux sont autant d'instrumens si convenables ; „ en sorte que l'ancien Philosophe *Anaxagore* a crû devoir placer la „ cause de la sagesse humaine dans les mains. Mais il s'est trompé en „ cela ; l'homme n'atteint point à un degré éminent de sagesse, parce „ qu'il a des mains, mais parce que la Nature l'ayant doüé de raison

&

„ & d'art, lui a aussi fourni les instrumens dont il avoit besoin. „ *Anaxagore* avoit mis dans le fiel la cause des maladies : sur quoi il est repris par *Aristote*. * „ C'est, dit-il, une erreur d'*Anaxagore*, d'a„ voir crû que le fiel est la cause des maladies aiguës ; (m) car il assure „ que, quand la bile y abonde, elle se répand dans le poûmon, „ dans les veines, & dans les côtés. Mais les mêmes accidens ar„ rivent à peu près aux Animaux qui n'ont point de fiel. „ *Aristote* ajoute qu'on le remarque, lorsqu'on en fait la dissection. Il nous instruit aussi du sentiment d'*Anaxagore* sur la respiration des poissons. „ *Anaxagore*, dit-il †, & *Diogene*, après avoir dit que „ tout respiroit, ont ajouté de quelle maniere se faisoit la respiration „ des poissons & des huîtres. *Anaxagore* dit, que les poissons, „ quand ils font sortir l'eau par les bronchies, attirent l'air qui se pro„ duit dans leur bouche, & le respirent, parce *qu'il ne sçauroit y* „ *avoir de vuide*. „ (n) *Diogene Laërce* nous a encore conservé le trait suivant. * „ Comme quelcun lui demandoit si les Montagnes de „ Lampsaque se trouveroient un jour sous la Mer, on dit qu'il répon„ dit : *Oui, à moins que le tems ne manque*. „ (o) Lampsaque étoit entourée de montagnes qui étoient autant de vignobles. La Ville en tiroit de grands avantages, & c'étoit le meilleur revenu de ses habitans. Peut-être qu'*Anaxagore* avoit dit dans quelque occasion, qu'il arriveroit un Deluge, une inondation, & que la Mer couvriroit la Terre, comme l'expriment ces deux Vers :

Vidi ego, quod fuerat quondam solidissima tellus
Esse fretum, vidi factas ex æquore terras.

* De part. anim. L. IV. c. 2.

† De Respir. c. 2.

* Lib. II §. 10.

Là

(m) αἰτίαν τῶν ὀξέων νοσημάτων.

(n) οὐ γὰρ εἶναι κενὸν οὐδέν.

(o) ἐάν γε ὁ χρόνος μὴ ἐπιλείπῃ.

Là dessus quelque Citoyen de Lampsaque, inquiet pour sa vigne, aura fait cette question à *Anaxagore*, dont la réponse étoit très juste; *Oui, à moins que le tems ne manque.* Car les fleuves, les tourbillons, détachant tous les jours quelques parties terrestres des montagnes, & des rivages, les précipitent au fonds de la Mer, qui doit par conséquent s'élever sans cesse davantage, tandis que la surface du Continent s'abaisse; d'où s'ensuivra nécessairement un jour quelque inondation, à moins que d'autres causes n'y mettent obstacle. On voit encore aujourdhui près des ruïnes de Lampsaque des collines chargées de vignes. Finissons par ce trait, qui nous a été conservé dans l'Ouvrage de *Stobée*: „ *Anaxagore* disoit, que deux choses sont pour „ nous des doctrines de la mort; l'une, le tems qui a précédé notre „ naissance, l'autre le sommeil. „ (*p*) Celui-ci en est en effet une image bien parlante; & chaque jour il vient inviter les hommes à se souvenir de ce long sommeil qui les attend.

XXVI. Voilà ce que j'ai pû rassembler de plus digne d'attention sur la Vie, les Ouvrages, & les Opinions d'*Anaxagore*. Je ne crois pas devoir m'arrêter à justifier au long l'utilité d'un semblable travail. Il sert d'abord à faire connoître le desir véhément qui pousse tous les hommes à acquérir des connoissances, & à s'élever jusqu'aux Sciences. Tandis que le vulgaire demeure plongé dans les erreurs les plus grossieres, & n'a d'autre guide que la superstition; des Génies d'un ordre plus élevé, s'attachent à découvrir la véritable origine des choses, à indiquer les causes les événemens naturels; ils y travaillent avec application, & nous voyons qu'en plusieurs choses ils atteignent au but. Cela nous mène en second lieu à remarquer, que, quelles que soient les prérogatives de notre Siècle sur ceux de l'Antiquité, les Anciens ne laissent pas d'avoir apperçu & dit bien des choses, qu'on ne fait aujourdhui

(*p*) *Ἀναξαγόρας δύο ἔλεγε διδασκαλίας εἶναι θανάτου, τόν τε πρὸ τοῦ γενέσθαι χρόνον, καὶ τὸν ὕπνον.* Serm. 119. p. 603.

jourdhui que répéter & retourner en mille manieres differentes. C'est ce dont on s'appercevra toujours plus, à mesure qu'on cultivera soigneusement l'étude de la Philosophie ancienne, & qu'en rapprochant, comme plusieurs Savans s'y appliquent à présent, les fragmens qui nous en restent dans les anciens Monumens, on les comparera ensemble pour y répandre un plus grand jour. Les sentimens des Anciens ne peuvent être bien connus & compris, qu'après avoir dégagé le Systême de leur Philosophie de toutes ses obscurités. Après quoi, en comparant les dogmes des Anciens avec ceux des Modernes, on verra briller aussi-tôt des rayons de Vérité ; & toute cette région ténébreuse de l'Antiquité sera comme illuminée d'une splendeur subite. On ne sçauroit nier que les tems où nous vivons ne possédent bien des avantages dont on peut se glorifier ; mais, si l'on y regarde de près, combien n'avons-nous pas emprunté des Anciens, & quel n'est pas le nombre des opinions modernes, dont on trouve des traces bien marquées dans leurs Ecrits ? Donnons en quelques exemples. Les Anciens ont dit, que les Etoiles étoient autant de Soleils ; que le Soleil étoit d'une nature ignée ; que les Soleils avoient autour d'eux des Tourbillons ; que des Planetes, semblables à notre Terre, & aux autres corps de notre Systême Planétaire, étoient emportées par une révolution, dont ces Soleils étoient le centre ; qu'elles avoient outre cela un mouvement de vertige autour de leur axe ; qu'il y avoit dans la Lune des Montagnes & des Vallées ; qu'elle étoit habitée, & qu'il s'y trouvoit plusieurs Villes ; que les mouvemens des Planetes se faisoient suivant une certaine proportion ; qu'il y avoit une force centrifuge, & une force centripete ; qu'on pouvoit prédire avec certitude les Eclipses de Lune & de Soleil ; que la Voye lactée étoit composée d'un nombre innombrable d'Etoiles ; que les Cometes étoient des Etoiles fort éloignées de nous, & que nous les appercevions lorsqu'elles descendoient vers notre Globe ; que les Metéores naissent des exhalaisons enflammées ; que le flux & le reflux de la Mer s'accorde avec les mouvemens de la Lune ; que les qualités sensibles ne sont pas inhérentes

tes aux corps mêmes, mais qu'elles consistent dans la figure, la grandeur, & le mouvement des parties ; enfin que les animaux & les plantes ne tirent point leur origine de la terre, de l'eau, ou de la pourriture, mais que toutes ces productions viennent de semences. Telles sont les opinions, auxquelles on pourroit en joindre quantité d'autres, qui ont déjà été proposées par les Anciens ; & ce sont précisément les mêmes que nos Modernes les plus distingués confirment tous les jours par de nouveaux raisonnemens, & par de nouvelles Expériences. Rien ne sçauroit donc mieux contribuër à donner une idée exacte du véritable accroissement des Sciences, que des recherches bien-faites & soigneusement approfondies sur la vie & la doctrine des anciens Philosophes.



EXAMEN

EXAMEN PHILOSOPHIQUE

DE LA LIAISON RE'ELLE QU'IL Y A ENTRE LES SCIENCES ET LES MOEURS,

PAR M. FORMEY.

On a déjà formé de gros Recueils des différens Ecrits qui ont paru fur le fujet que je viens d'indiquer. Il y a dans quelques uns de ces Ecrits beaucoup d'efprit, & dans d'autres une affez vafte érudition; mais généralement parlant, qu'il me foit permis de le dire, j'y aurois defiré un peu plus de Philofophie. Je n'ai point trouvé qu'on y ait pofé fuffifamment l'état de la Queftion; & le fophisme, *Poft hoc*: *Ergo propter hoc*, a été presque toujours fubftitué à des raifonnemens beaucoup plus folides, qu'on auroit pû tirer du fonds même des chofes. Attentifs à parcourir les Annales du Monde, les Auteurs des Pieces dont je parle, ont crû qu'il fuffifoit de mettre en parallèle les Sciences & les Moeurs, telles qu'elles ont cöexifté dans les différens Siecles, ou chez les différentes Nations, pour en tirer une conclufion démontrée de l'influence que les Sciences ont fur les Moeurs. Rien de plus défectueux que cette induction; on y entaffe une foule d'objets & de circonftances, dont on fait, pour ainfi dire, une maffe homogène, quoiqu'il y ait parmi ces objets & ces circonftances des chofes, dont les unes ne prouvent rien, & les autres font mêmes contraires aux conféquences qu'on prétend en dériver. Pour juftifier pleinement ce que j'avance, il faudroit foumettre à une analyfe exacte celles d'entre les Pieces rélatives à cette Queftion devenuë célébre, qui en méritent la peine. Ce n'eft cependant pas mon deffein; ce travail me paroitroit étranger aux vuës de nos Mémoires Académiques. Mais, fi je ne me

trom-

trompe, je parviendrai, & plus ſeurement, & plus promtement, au but que je me propoſe, en remontant aux principes mêmes ſur lesquels roulent toutes ces diſcuſſions, & en examinant philoſophiquement, ſi les Sciences, & en général toutes les connoiſſances humaines, ont ſur les Moeurs cette influence qu'on leur a accordée, ſelon moi, trop legérement, & qui ſe réduit à bien moins qu'on ne ſe l'eſt imaginé. Il réſultera de là qu'on s'eſt débattu avec chaleur, & qu'on a déployé tous les efforts de l'eſprit, & tous les tréſors de l'erudition, pour maintenir l'aſſociation de deux idées, qui n'ont que peu ou point de rapport entr'elles. On a crû qu'il n'y avoit point de milieu entre ces deux Propoſitions; Les Sciences ont perfectionné les moeurs; ou, Les Sciences ont corrompu les Moeurs. Et moi je dis; Les Sciences n'ont fait, ni bien, ni mal, aux Moeurs; ou du moins leur efficace à cet égard ſe réduit à ſi peu de choſe que cela ne valoit pas la peine d'y tant inſiſter. C'eſt ce que je vais établir par deux Conſidérations générales auxquelles je rapporterai toutes les réfléxions particulieres, qui peuvent y être ſubordonnées.

I. Il n'y a que trois états poſſibles, dans lesquels on puiſſe ſe repréſenter les differentes Nations répanduës ſur le Globe de la Terre, depuis ces tems les plus reculés que nous appellons l'origine du Monde, jusqu'à ceux où nous vivons. Le premier de ces états, c'eſt l'*ignorance* primitive & naturelle, dont les Peuples Sauvages qui ont été découverts dans ces derniers Siecles, renouvellent le tableau. Le ſecond eſt celui des Nations qui ſe ſont tirées de cet état, & qui ont acquis ſucceſſivement les diverſes connoiſſances qui forment aujourdhui l'Encyclopédie des Sciences & des Arts. Le troiſième état enfin eſt celui des contrées où la lumiere s'eſt éteinte, & a fait place à de nouvelles ténébres; c'eſt le ſort préſent de l'Egypte, de la Grece, & de presque tout l'Orient; c'eſt ce qui eſt arrivé en Europe pendant ces ſiecles d'ignorance, de fer & de plomb, qui ont précedé la renaiſſance des Lettres. Il s'agit de juger ſans prévention de ce qui a rendu les hommes

meil-

meilleurs, ou plus mauvais, dans ces differentes Epoques rélatives aux Sciences, & de décider si leurs moeurs ont eu un rapport si immédiat & si constant à ces Epoques, qu'on ne puisse s'empêcher de les en faire dépendre.

1. D'abord dans le premier de ces états, dans celui de l'ignorance naturelle, je ne vois qu'une table rase, une pierre d'attente, je n'y apperçois, à proprement parler, ni vertu, ni vice. Les hommes y ont les penchans que la Nature leur a donnés, & les suivent d'une maniere qui laisse fort peu de difference entre eux & les animaux. Cette remarque est beaucoup plus importante qu'elle ne le paroit d'abord; & je me persuade d'en convaincre ceux qui feront attention à ce que j'ajoute pour la déveloper. On sçait sur la foi de Rélations autentiques, que les Nations sauvages différent considérablement entr'elles à l'egard du caractère. Il y en a de féroces & d'intraitables, qui n'ont point voulu s'apprivoiser avec les Européens, qui se sont réfugiées dans des lieux inaccessibles, ou qui, lorsqu'on les a comme domptées & enchaînées, ont donné des marques de perfidie & de cruauté, qui ont obligé, ou de les détruire entierement, ou de renoncer à tout commerce avec elles. D'autres au contraire ont témoigné une disposition beaucoup moins farouche, elles ont répondu aux avances de commerce qu'on leur a faites, elles ont montré une espece d'équité, de candeur, de modération, dont on a fait de grands éloges, tandisqu'on a qualifié les premieres de monstres, & que les noms d'Antropophages & de Cannibales réveillent une véritable horreur. Il s'agit de réduire tout cela à sa juste valeur; & nous le ferons en disant que ces Peuples ont entr'eux la même difference que vous trouvez entre les animaux, & que ce qui arrive en passant des uns chez les autres est équivalent à ce qui arriveroit en passant d'une campagne remplie de Chiens, ou de Lièvres, à une autre remplie de Loups, ou de Tigres. Ce n'est point dégrader l'humanité que de faire une semblable comparaison; ce Sauvage, Loup ou Chien dans son état actuel, demeure tou-

jours un homme, entant qu'il n'y auroit qu'à lui donner de l'éducation, & lui inspirer des principes, pour le tirer de cet état; mais, si vous y prenez garde, le fonds du caractére demeureroit toujours. Les Anglois, les Italiens, les François, les Nations Septentrionales sont des Tigres, des Renards, des Singes, des Ours, qui ont reçu les leçons humanisantes, si je puis ainsi dire; mais le fonds, le naturel, est-il effacé? C'est le vrai cas de la Maxime: *Naturam expellas furcâ; tamen usque recurret.* Le premier état dont je viens de parler, n'a donc aucun rapport à la Question débattuë. Il est inutile de dire d'une part; Voyez les vices qui régnent parmi ces peuples, parce que les Sciences y manquent; ou de l'autre: Voyez les Vertus qui y subsistent, parce que les Sciences ne les en ont point bannies; car on soutient ces deux Theses opposées. Je les rejette l'une & l'autre, & je dis: Ne voyez rien, où il n'y a rien; ces Peuples n'ont ni vertus, ni vices; les idées leur manquent aussi bien que les noms; & vous tombez ici dans la même incongruïté, que quand vous parlez de la chasteté des Tourterelles, ou de l'hypocrisie des Chats.

2. L'Aurore se leve; le Soleil paroit; le flambeau des Sciences brille & répand son éclat. C'est le second état du genre humain. Mais cela se fait-il avec la même rapidité qu'on le raconte? Ne faut-il pas des siècles entiers pour défricher les esprits, qui résistent bien plus longtems à la culture que les terres? On en peut juger par la maniere dont les Sciences se sont propagées, & se propagent encore tous les jours vers le Nord? Et encore cette voye d'en juger n'est pas suffisante. Car aujourdhui l'amas est tout fait, les Sciences sont formées, les Nations peuvent, pour ainsi dire, se les livrer de la main à la main; il ne s'agit dans les contrées où l'ignorance & la barbarie avoient jusqu'alors régné que de dégrossir les esprits: & c'est l'ouvrage d'une ou deux générations, comme on a en eu un exemple des plus remarquables dans cet Empire qu'un seul homme a créé en l'éclairant. Mais ce n'est point ainsi que les Sciences sont nées, & se sont accruës. Pierre

le Grand en peu d'années de voyages a recueilli tout ce que les autres Siecles & les autres Nations avoient produit de plus précieux : il a enlevé, si je puis m'exprimer ainsi, tout un brasier de ce feu sacré, dont les étincelles étoient autrefois dispersées, & cachées sous la cendre. Qu'on se rappelle les voyages des anciens Philosophes, & les vérités qu'ils en rapportoient. Qu'on suive l'Histoire des découvertes depuis Thales jusqu'à Descartes, & qu'on voye où en étoit l'édifice des Sciences, commencé par le premier, lorsque le second ne vit de jour à bâtir qu'en détruisant tout, & en partant du doute universel, ou tout au plus du sentiment de sa pensée, d'où il inféroit son existence. Je réserve pour ma seconde Considération générale l'examen intrinséque des Sciences, destiné à faire voir jusqu'où elles peuvent influër sur les moeurs ; & pour le présent je m'en tiens à demander si ce petit levain de connoissances vagues, imparfaites, & ce qu'il faut bien remarquer, restreintes surtout dans ces anciens tems à un petit nombre d'adeptes, avoit une liaison sensible avec les actions morales des hommes.

Je sens néanmoins, qu'en combattant des sentimens que je fais envisager comme des extrémités, je dois éviter de tomber moi-même dans une autre. Les Sciences, & surtout les Arts qui marchent à leur suite, changent incontestablement la face d'un Etat, d'une Ville ; & la changent même quelquefois au point de la rendre méconnoissable. Mais ce n'est pas tant en créant de nouvelles moeurs qu'en dévelopant, pour ainsi dire, celles qui étoient en germe, & qui n'attendoient que l'occasion de se manifester. Ulysse donna-t-il de nouvelles moeurs à Achille en étalant à ses yeux une armure complette & brillante ? Point du tout. Ce jeune Guerrier s'enflamme à cette vuë, parce qu'il avoit un principe de valeur militaire, qui comme un feu secret vivoit & résidoit dans son coeur, mais qui n'avoit pû encore paroître, faute d'objet, ni s'accroître, faute d'aliment. Tous les hommes sont dans le même cas. Chacun a son penchant, son tempérament, son caractère inné ; mais, si vous supposez qu'il ne soit jamais à portée de l'objet auquel

quel ce penchant, ce tempérament, ce caractère, se rapportent, on ne s'en appercevra point; & la plus longue vie s'écoulera, sans que ce principe occulte se dévelope. La Maxime commune est fausse, ou du moins mal exprimée : *Les honneurs changent les moeurs.* Ils ne les changent point; ils les manifestent. Un Parvenu, qui a joüé les rôles les plus humilians & les plus rampans dans son état de bassesse, n'est fier & insolent depuis son élevation que parce qu'il a toujours été tel. Voilà précisément, si je ne me trompe, l'effet des Sciences & des Arts. Leur clarté nous découvre des objets, que nous ne connoissions point du tout, ou que nous ne connoissions pas sous certaines faces. Aussi-tôt nous sortons de cet état d'indifférence où l'on est nécessairement à l'égard des objets inconnus, pour nous porter vers ce qui nous plaît, & qui favorise des penchans, que nous croyons excités & produits, lorsqu'ils ne sont que dévelopés & déclarés. Je n'ai garde de contester aux connoissances humaines, ou du moins à quelques unes d'entr'elles, cet acte d'illumination, qui leur est propre. Mais ce n'est que très improprement qu'on peut appeller cet acte la cause des effets qui viennent à se manifester ensuite. Un homme en cherchoit un autre à tâtons dans l'obscurité pour le tuer; on apporte de la lumiere, il le tuë. Est-ce la lumiere qui est la cause efficiente de ce meurtre? De même nôtre coeur cherche à tâtons les objets qui lui conviennent; mais, s'il ne les découvre pas, ses efforts sont à pure perte, ou plutôt il ne sçait positivement à quoi ils tendent; il sent qu'il lui manque quelque chose, sans pouvoir l'indiquer. Les grands Génies & les grandes passions sont également étouffés dans les siecles d'ignorance, & dans les païs de barbarie. Il y a des Cesars & des Alexandres, des Newtons & des Leibnitz, des Catilinas & des Cromvels, chez les Hurons & chez les Iroquois; mais ils y sont en brut, & jamais il n'y aura dans les circonstances externes de raison suffisante de leur dévelopement. Ce ne seroit, comme nous le verrons dans la suite, qu'autant que les Sciences fournissent des régles de conduite, & des motifs à l'observation de ces régles, qu'elles influeroient sur les

moeurs

moeurs par une action immédiate; mais jusqu'ici nous n'appercevons en elles qu'une fonction purement indifférente. Le total des objets qu'elles nous font appercevoir est pareillement indifférent; on peut en faire un bon & un mauvais usage. Dieu n'a point créé d'êtres dont la connoissance nous porte invinciblement, ou même plus fortement, au mal qu'au bien. L'homme éclairé connoit mille objets, ou mille usages des objets, au lieu que l'homme ignorant n'en connoit que dix ou vint. Il y a toujours parité. C'est du coeur, de ce fonds naturel dont j'ai parlé, que dépend le reste. C'est ce coeur qui fera tourner en bien ou en mal ce surcroît de connoissances, qui d'elles-mêmes n'ont rien qui le détermine à l'un plutôt qu'à l'autre, en supposant que ces connoissances ne sont pas subordonnées aux Maximes d'une Morale saine, ou corrompuë. Et c'est ce qu'il faudra vérifier tout à l'heure.

Je passe auparavant au troisième état dont les hommes réunis en Etats & en Peuples sont susceptibles; c'est l'ignorance & la barbarie qui succédent aux Sciences. On pourroit tracer une espece de Carte de la route des Sciences sur nôtre Globe, qui seroit aussi bizarre & aussi variée que celle des voyages du Prince d'Ithaque. Au lieu que la position de la Terre à l'egard du Soleil demeure toujours la même, ou du moins n'a changé depuis 40 siecles que d'une maniere presque imperceptible, on a vû l'Esprit, le Goût, la Philosophie, passer successivement d'un point de la surface terrestre à l'autre; & après avoir commencé dans le voisinage de notre Tropique, s'avancer insensiblement au point de venir presque se confondre avec les Aurores Boréales. De bonne foi l'Histoire des moeurs est-elle liée avec ces révolutions, & n'est-ce pas par machine, par artifice, qu'on y crée des rapports qui sont presque tous d'imagination? Rien n'est plus propre à en convaincre que le succès presque égal de ceux qui ont soutenu l'affirmative & la négative. Ils ont trouvé dans les Fastes dequoi décrier les Sciences, aussi bien que dequoi les accréditer. Et pourquoi!

peut-être à distinguer une foule d'Avanturiers, qui se faux-filent parmi les Naturels du païs, qui se donnent de grands airs dans un séjour où en bonne police ils ne devroient pas être admis, qui prétendent les premières places, & dans certains tems qui favorisent leur audace, les usurpent, & y exercent une tyrannie insupportable. Il n'y a assurément point d'Etat plus mal réglé que celui dont nous donnons ici la description ; tous les siecles ont vû le faux savoir éclipser le véritable, l'orgueil qui est le supplément de l'ignorance, opprimer la modestie inséparable des vrais talens : & si quelquefois un mérite rare, éminent, incontestable, se fait jour, & surmonte ces obstacles, ce phénomene est rare & de courte durée. Je demande donc à ceux qui ont entrepris d'établir que les Sciences étoient utiles aux Moeurs, ou qu'elles leur sont nuisibles, s'ils ont bien fait attention à ce qu'ils appelloient Sciences, & s'ils ont travaillé avant toutes choses à débrouïller le chaos auquel on est accoutumé de donner ce nom. Il ne me paroit pas qu'ils ayent pris des précautions suffisantes à cet égard ; & alors leurs raisonnemens ne sauroient sortir d'une généralité, qui les prive de toute leur force.

Les Sciences, si elles sont quelque chose, & s'il est possible de demêler ici l'ombre d'avec le corps, sont les théories qui contiennent des principes, dévelopés jusqu'à un certain point, desquels on tire une suite non interrompuë de conséquences, qui conduisent à un dernier but, ou terme, qui n'est pas le *non plus ultra* de la théorie, mais qui est le dernier effort auquel est actuellement parvenu l'esprit humain à son égard. De là vient l'accroissement possible, & effectif, des Sciences, ou théories. Un Savant prend la Science qu'il cultive, telle que l'ont laissée ses prédécesseurs; mais il fait valoir cet héritage, il l'améliore, il défriche des terres incultes, il aggrandit des bâtimens commencés, & laisse en finissant sa carrière à ceux qui viendront après lui l'avantage de profiter de ses travaux, & la tâche de les continuer. Si les Sciences avoient été traitées & cultivées de siecle en siecle de la

façon

façon que j'indique, il y a longtems qu'elles auroient atteint le degré de perfection, où nous les voyons de nos jours; & nous aurions probablement déjà anticipé sur plusieurs découvertes réservées à une postérité encore éloignée. Mais en vertu de l'anarchie & des désordres dont je parlois tout à l'heure, on a perdu un tems infini en plans chimériques, en châteaux en l'air: toute l'ancienne Philosophie des Grecs n'a été qu'un vain babil, un étalage de Principes arbitraires, d'où l'on vouloit dériver l'explication des choses qui y avoient le moins de rapport; tout le Régne de la Scolastique a été l'esclavage & l'opprobre de l'esprit humain; & depuis qu'on se pique tant de raison, d'évidence, de démonstration, on a peut-être poussé les choses jusqu'à déraisonner, c'est à dire, à vouloir tirer des forces de l'Entendement humain ce qu'elles ne sont pas capables de produire. Montrez-nous la véritable Science en la dégageant de dessous les Atomes, les Attractions, les qualités occultes tant anciennes que modernes, les hypothèses qui se succédent sans cesse les unes aux autres; épurez, affinez au creuset, donnez-nous l'or pur, & exempt de tout alliage. Cette opération n'a point encore eté faite, & il y a lieu de douter qu'elle se fasse jamais. Les hommes parlent beaucoup de la Vérité; ils disent qu'ils l'aiment, & qu'ils n'aspirent qu'à la voir toute nuë; & cependant ils ne font guères autre chose que la farder, la déguiser, l'accoûtrer, les uns, il est vrai, avec plus d'art que les autres: mais cet Art est toujours un voile qui couvre la Nature. A' présent mettez les moeurs des hommes vis à vis de tout cela, & voyez s'il y a beaucoup de rapport entr'elles, & cette prodigieuse diversité de dogmes de toute espece, qui composent l'histoire des Sciences. Si vous conserviez quelque doute à cet égard, je vais entrer dans des détails propres, si je ne me trompe, à les dissiper.

Et d'abord quelle est la proportion entre le nombre de ceux qui portent le nom de Savans, (ici je mets libéralement dans cette Classe tous ceux qui veulent y entrer,) & le nombre de ceux qui restent

tent dans l'ignorance. Elle varie, cette proportion, je l'avoue, rélativement aux tems & aux lieux. Autrefois, par exemple, à Lacedemone, à Thebes, il n'y avoit peut-être qu'une demi-douzaine de personnes qui eussent quelque teinture de ce qu'on appelloit alors Sciences, tandis qu'à Athenes tout le monde raisonnoit, jugeoit, décidoit, & que les Citoyens de cette Ville prétendoient former un Aréopage aussi respectable en ce genre, que l'étoit celui de leurs Magistrats en fait de justice. Rome n'a-t-elle pas été ensuite pendant bien longtems la seule Ville où les Muses eussent des Temples & des Autels; & quoique je ne dise pas cela dans un sens absolument exclusif, je puis le dire au moins dans un sens de prééminence très considérable. Aujourd'hui comparez l'Espagne, la Pologne, la Russie même, avec la France, l'Angleterre, & quelques Païs de l'Allemagne; combien y a-t-il de têtes scientifiquement pensantes dans ces premiers Royaumes, en comparaison de celles qui se trouvent dans les seconds? Je n'oserois fixer aucun tarif d'évaluation, mais personne ne me niera que la disproportion ne soit des plus considérables. Cela étant, je pose en fait qu'à l'égard des lieux où les Amateurs des Sciences sont si clairsemés, & si bornés eux-mêmes dans leurs connoissances, (car tel Docte du premier ordre dans un endroit, seroit à peine un Ecolier distingué dans un autre,) je pose en fait, dis-je, que ce petit nombre de Gens qui ont quelque supériorité sur le vulgaire, n'influënt en quoi que ce soit sur lui, & que le cercle étroit de lumière qu'ils ont tracé autour d'eux, est contigu aux ténébres les plus épaisses. J'en appelle à la preuve de fait, & je la crois assez connuë pour ne devoir pas y insister.

Mais, dira-t-on, il n'en sera pas au moins de même dans les régions où tout a l'air pensant, où l'on trouve, dans les grandes Villes au moins, un vintième, un quinzième, un dixiéme peut-être de personnes qui ont l'esprit cultivé, de la lecture, quelque genre d'étude, où chaque Science a un certain nombre de partisans, qui s'y appliquent, les uns par goût & par un principe d'émulation, les autres parce qu'ils

sont

ſont appellés à l'enſeigner, à la profeſſer, qu'ils appartiennent à des Corps, qui en ſont comme dépoſitaires, tels que les Univerſités, & les diverſes ſortes d'Académies. Ces gens-là aſſurément doivent donner le ton, on penſe d'après eux, on ſe fait une gloire de leur reſſembler en quelque choſe; & en voilà aſſez pour caractèriſer les moeurs d'une Nation. Ceci eſt ſpécieux; mais il ne laiſſe pas d'y avoir extrèmement à rabattre.

Ne demeurons plus dans la dénomination vague des Sciences; décompoſons la maſſe, prenons chaque Science en particulier, indiquons ſon objet & ſes occupations, & voyons ce qui peut en réſulter pour les moeurs. Il n'importe par laquelle je commence, Le Phyſicien, le Géometre, le Chymiſte, le Botaniſte, l'Aſtronome, l'Erudit, le Poëte même & l'Orateur, marchent ici d'un pas égal; & j'ai la même choſe à en dire. Le Phyſicien s'attache à l'étude de la Nature, il en examine les différentes parties, il s'étudie à en découvrir les reſſorts, les cauſes cachées, les opérations ſecretes; il raſſemble ſes découvertes, & les employe à groſſir le Tréſor de celles qui ont déjà été faites. Renfermé dans l'exercice de cette fonction, (car ſi vous l'en faites ſortir, pour le transformer en un Prédicateur, ou en un Miſſionnaire, cela change le point de vuë & la queſtion,) renfermé, dis-je, dans ſa ſphère, quel principe de réformation ou de détérioration en réſultera-t-il pour ceux qui vivent à portée de le connoitre, d'être témoin de ſes occupations, & même d'en acquérir certaines notions? Je ne vois pas la moindre influence de l'une de ces choſes ſur l'autre. Cela ſera encore plus vrai de Sciences plus abſtraites, & dont les recherches ſont moins à la portée de tout le monde. Que le plus grand Géometre prenne le vol plus élevé, qu'il atteigne à ce que ſon art a de plus ſublime; qu'un Chymiſte infatigable opère dans ſon Laboratoire les prodiges les plus ſurprenans; qu'un Botaniſte groſſiſſe le Catalogue des Plantes par centaines, & découvre dans leur ſtructure ce que perſonne n'y avoit encore vû; que l'Aſtronome voyage dans les Cieux,

Cieux, & y faſſe, pour ainſi dire, des conquêtes; que l'Erudit débrouïlle les plus anciennes origines des Peuples, explique les uſages les moins connus, porte le flambeau de la Critique dans les recoins les plus obſcurs: je ſuis fort trompé ſi le Soldat, l'Artiſan, l'homme nonlettré, de quelque condition qu'il ſoit, en apporteront le changement le plus leger à leur façon de vivre, & aux actions qu'ils ſont appellés à commettre dans la vie ordinaire.

De toutes les preuves la plus forte & la plus abrégée que je puis en donner, je la tire des Savans eux-mêmes. Quel effet produiſent ſur eux les connoiſſances qu'ils ont acquiſes? Naturellement ils doivent en reſſentir des effets immédiats & bien marqués. Ne craignez point que je veuïlle m'ouvrir ici un champ à la Satyre. Elle ſeroit très déplacée; &, quand je ſerois fondé à m'y livrer, je la déteſte comme un fléau très pernicieux, qui ne corrige jamais, mais qui aigrit & envénime tout ce à quoi elle touche. Je demeure fidèle au principe qui doit être regardé comme fondamental dans ce Mémoire, c'eſt *que les Sciences laiſſent les hommes tels qu'elles les trouvent; & il me paroit* exactement vérifié par l'expériance. Qu'un homme naturellement vain, violent, malin, perfide, qu'un de ces Tigres, ou de ces Serpens, dont je parlois plus haut, étudie les Sciences, & qu'aidé de cette *force* d'imagination, de génie, de raiſonnement, qui ſont des *qualités* naturelles & indifférentes, il devienne un vrai Coryphée dans la Science qu'il profeſſe, ſes moeurs, ſon caractère moral & perſonel, ſeront ce qu'ils auroient été, indépendamment de ces connoiſſances; & s'ils paroiſſent avoir empiré, comme cela arrive ordinairement, c'eſt qu'il a plus d'armes, plus d'inſtrumens, plus de moyens, plus de ſecours pour ourdir ſes trahiſons, & faire éclater tous ſes vices, qu'il n'en auroit eu, s'il fut demeuré dans l'ignorance & dans l'obſcurité. *D'un* autre côté qu'un homme doux, intégre, généreux, humble, plein de droiture & de candeur, ait les mêmes avantages naturels, & faſſe les mêmes progrés dans les Sciences, ce ſera un grand homme à tous égards,

égards, & en qui les grands talens brilleront avec d'autant plus d'éclat qu'ils feront rehauſſés par de grandes Vertus. Il en eſt de même des Savans ſubalternes; chacun d'eux n'amende, ni n'empire en étudiant: mais chacun d'eux trouve pareillement ſuivant l'etenduë de ſon ſavoir & le rang qu'il tient dans la Société, des occaſions de ſe diſtinguer en bien & en mal, qui lui auroient manqué s'il avoit vêcu dans un état abjeſt, dans une profeſſion méchanique. Or ici, par une erreur perpétuelle, on attribuë à la Science ce qui vient de l'homme; & l'on exagégere avec auſſi peu de fondement les Vertus qu'on en croit les fruits, que les Vices qui l'accompagnent. La choſe n'eſt point telle qu'on ſe la repréſente: ces Vertus & ces Vices ſont en ſemence dans le coeur comme dans un terroir; les Sciences ſont le Soleil, la pluye, & les autres cauſes externes de la végétation, qui ne ſauroient aſſûrément changer l'eſpece de la ſemence; elle croit, elle ſort de terre, elle arrive à maturité; & ſi ſes fruits ſont ſalutaires, ou venimeux, ce n'eſt encore une fois nullement par une action efficiente & formante de cauſes, qui ne ſont qu'excitantes & dévelopantes. Auſſi voit-on parmi les Savans préciſément la même différence morale qu'entre les autres Claſſes d'hommes, modifiée ſeulement par le genre de vie qu'ils menent, & les récompenſes auxquels ils prétendent. C'eſt à dire, que comme parmi les gens de guerre il y en a de bons & de mauvais, mais que généralement parlant leur profeſſion les porte à un certain genre d'excès, ou d'actions irrégulieres; comme parmi les Negocians, il y a d'honnêtes gens, & des fripons, mais que généralement parlant l'eſprit du négoce les rend intéreſſés, & les porte à certaines obliquités; & ainſi du reſte: de même parmi les Savans il y en a qui ſont dignes du plus grand reſpect, & d'autres du plus juſte mépris, mais qu'auſſi généralement parlant la vie de Cabinet, en les rendant ſédentaires, & quelquefois atrabilaires, leur donne de l'humeur, de la hauteur, des caprices, & le genre de récompenſes auquel ils aſpirent, ce laurier, cette fumée, dont ils ſont ſi avides, tourne leur eſprit à la jalouſie, à la malignité, aux manoeuvres par leſquelles ils cherchent à ſe déprimer les uns les autres,

en un mot à ces vices qui semblent les caractériser d'une façon particuliere, mais qui sont du même genre que les vices inhérens aux autres Professions. Je ne sai si je me fais illusion, mais il me semble que voilà une idée bien précise de ce que produit la Science sur le Savant même qui la possede: & si cela ne va point à changer le fonds même des moeurs, ai-je besoin de m'arrêter encore à prouver, qu'à beaucoup plus forte raison ne doit-on lui attribuër aucun effet moral sur ceux à qui elle est étrangère & inconnuë?

Mais quoi! N'y a-t-il donc rien dans toute l'etenduë des Sciences qui soit appliquable aux Moeurs, & dont elles puissent recevoir quelque avantage ou quelque détriment? Je n'ai garde de finir ce Mémoire, sans avoir répondu à une Question aussi judicieuse; & la réponse que j'ai à y faire, fournira même des ouvertures finales & décisives pour terminer pleinement la Controverse générale qui nous occupe. Je dis donc premièrement, que toutes les Sciences, ou peu s'en faut, ont en effet un côté moral, des usages de *pratique*, qui pourroient être pressés, inculqués, & employés *au profit commun* de la Société. Dans tous les sujets dont l'esprit humain cherche à pénétrer les profondeurs, il rencontre, tantôt des merveilles jusqu'alors cachées qui le conduisent droit au Souverain Etre, seul Auteur de toutes choses, tantôt des profondeurs encore inaccessibles, qui en le convainquant de ses propres bornes, doivent produire le même effet. Tout est subordonné aux fins de la Nature, aux vuës de la Providence; tout est propre à nous mettre devant les yeux les perfections de Dieu: & dès qu'on est parvenu jusque là, rien de plus aisé que d'en déduire les motifs qui doivent nous engager à régler nos actions d'une maniere conforme à l'idée que nous avons du premier Etre. Voilà peut-être, ou plutôt sans contredit, les plus magnifique avantage des Sciences; c'est de conduire à Dieu & à la Vertu: mais est-il ordinaire de les envisager de ce côté-là? Il y a, je l'avouë, quelques Ouvrages qui se rendent recommendables par cet endroit; mais ils sont

en

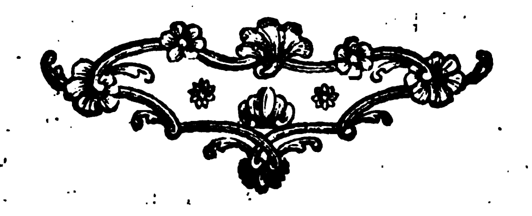
en trop petit nombre, pour qu'on puiſſe dire des Sciences en général qu'elles ſe lient avec les Moeurs, par l'application qu'on y en fait. Ainſi je répons d'abord à la Queſtion que je m'étois propoſée, qu'il y a réellement dans presque toutes les Sciences dequoi rendre les hommes meilleurs, s'il le vouloient; mais que c'eſt à quoi l'on penſe le moins, ſoit en ſe déterminant à les cultiver, ſoit lorsqu'on y a fait les progrés même les plus conſidérables. Ceux qui en tirant ces ſalutaires uſages, ne le font, ſuivant mon principe fondamental, que par ce qu'ils ſont naturellement bons & vertueux. (*) C'eſt les cas des alimens, qui dans un corps bien conſtitué ſe transforment en liqueurs propres à la conſervation, tandis que dans un corps cacochyme il s'en forme un mauvais chyle, & un ſang chargé d'impuretés.

Ce n'eſt pas là pourtant encore tout ce que j'avois à dire à cet égard: au contraire l'eſſentiel me reſte. Outre le côté moral des Sciences, j'en apperçois une diſtincte de toutes les autres, qui s'appelle MORALE, parce qu'elle a les moeurs pour objet, & qui par conſéquent eſt faite pour les régler, en ſorte que ſuivant la nature de ſes directions, les moeurs ſeront bonnes ou mauvaiſes. Si donc la culture des Sciences ramene celle de la Morale, & que réciproquement la ruïne des Sciences entraîne celle de la Morale, il en réſultera que les Sciences influënt ſur les Moeurs, ſinon par elles-mêmes & toutes enſemble, au moins parce qu'elles renferment dans leur cohorte, ſi je puis m'exprimer ainſi, la Science des Moeurs. Ce raiſonnement ſeroit de la derniere juſteſſe, s'il étoit auſſi vrai qu'on le ſuppoſe, que dès que l'on ſe met à cultiver les Sciences, la Morale eſt du nombre, &

 tient

(*) Je trouve dans *Philippe de Comines* un mot qui prouve que ce judicieux Ecrivain avoit ſaiſi l'idée qui régne dans tout ce Mémoire: *Un Prince*, dit-il, (Liv. V. vers le commencement du Chap. 18.) *un Prince, ou homme de quelque eſtat qu'il ſoit, ayant force & authorité là où il demeure, & par deſſus les autres, s'il eſt bien lettré, & qu'il ait veu ou leu, cela l'amendera ou l'empirera:* car les mauvais empirent de beaucoup ſçavoir, & les bons amendent.

à la pratique? Où sont les Manuels à la portée de tout le Monde, dont on ait vû des effets frappans, ou dont on puisse s'en promettre pour la suite? Il se trouve donc, pour mettre le comble à la démonstration que j'ai entreprise, que la Science des Moeurs elle-même a été & demeure parfaitement inutile aux moeurs, qu'elle rentre à cet égard dans la catégorie des autres, & que toutes ensemble n'ont jusqu'à présent contribué en rien à produire sur le Théatre du Monde ces changemens favorables ou sinistres qu'on ne cesse de leur attribuër. Les Arts sur lesquels j'ai moins insisté, sont compris également dans mon assertion; & je n'aurois pas plus de peine, si on l'exigeoit, à démêler leurs effets naturels & propres, de ceux qu'il faut attribuer au caractère inné & essentiel des Nations où ils ont fleuri. Partout je me fais fort de retrouver non seulement l'homme, mais encore l'homme d'une telle espece, c'est à dire, doüé d'un tel caractère naturel, rélatif au climat & à d'autres causes physiques, & que les causes externes qu'on a coutume d'appeller morales, ne font tout au plus que modifier, & encore d'une maniere qui à des yeux clairvoyans & philosophiques, laisse toujours voir le fonds & le base de ces modifications. En un mot les Sciences & les Arts, quelque rang qu'elle tiennent chez une Nation, ne sont à son egard que comme les couleurs à l'égard du corps; elles ne changent que la surface, le corps reste ce qu'il étoit, bois, pierre, métal, ou telle autre matiere, dont toutes les couleurs successives n'altéreront jamais la substance.



EXAMEN

EXAMEN D'UNE QUESTION CONCERNANT LA LIBERTÉ.

PAR M. MERIAN.

S'il y a un Fatalisme grossier, qu'on reconnoit au premier abord, parce qu'il ne prend pas la peine de se déguiser ; il y a aussi un Fatalisme subtil, qui se cache sous les dehors les plus spécieux, qui se pare des dépouilles de la Liberté, qui en usurpe le nom & les prérogatives : vrai Protée, qu'on ne découvre sous sa forme naturelle qu'après en avoir étudié, avec soin, les diverses transformations. C'est ce que j'ai essayé de faire dans deux Mémoires, (*) où je tâche de fixer la notion d'un Principe vraiment actif, qui pourroit nous rendre responsables de notre conduite.

Mais ce Principe, ainsi que je le détermine, ne feroit-il pas une simple limitation, ou le résultat d'une limitation; & par conséquent une imperfection essentielle à notre être, comme les limites le sont à une figure? La fatalité ne lui seroit-elle pas, & préférable de sa nature, & infiniment plus avantageuse à l'homme? Enfin un être illimité & tout-parfait ne seroit-il pas exclus, par là-même, de la classe des agens libres? C'est là une question sur laquelle on me permettra de dire mon sentiment.

Le libre arbitre résulte de la limitation ; cela est bientôt dit : mais 1.
je demande à ceux qui le disent qu'ils me fassent voir, par une analyse exacte,

(*) Histoire de l'Académie pour l'année 1750. p. 459 & 486.

exacte, comment ces deux notions tiennent enſemble : qu'ils me dévelopent diſtinctement cette origine de la faculté ſoi-mouvante, en la faiſant ſortir, comme à vûe d'oeil, des bornes dont les êtres finis ſont environnés.

Déjà, ſi l'on prend le terme de limitation dans toute l'étendue du ſens qu'il peut recevoir, la propoſition eſt inſoutenable ; ou du moins tire-t-elle à des conſéquences fort étranges. Non ſeulement il s'enſuivroit que tous les êtres limités ſont des agens libres ; ils ſeroient d'autant plus libres qu'ils ſeroient plus limités : les pierres & les métaux deviendroient de tous les êtres connus ceux qui jouïroient du plus haut degré de liberté.

Il importe donc de connoitre, de plus près, cette eſpece particuliere de limitation qui nous ſouſtrait à l'empire de la néceſſité : peut-être n'eſt-il queſtion que de la limitation des Intelligences : la choſe mérite d'être examinée.

Mais icy ſe préſente d'abord une obſervation fâcheuſe ; *c'eſt que* le manque de liberté eſt tout auſſi compatible avec l'intelligence *finie* que ne l'eſt la jouïſſance de cette faculté. Quand nous accorderions que tous les eſprits finis fuſſent libres, il faudroit pourtant convenir qu'ils ne le ſont ni toujours, ni en toutes leurs modifications. Ainſi tout n'eſt pas libre en eux, quoique tout y ſoit fini : leur liberté ne ſauroit donc être une conſéquence néceſſaire de leur limitation.

On peut concevoir, en quelque façon, la production d'un eſprit fini par la poſition des limites. Qu'on ſuppoſe une intelligence illimitée, qui, dans notre cas, ne ſera point libre : qu'on ôte de l'idée de ſes attributs l'idée de l'infini : on ſe formera ainſi, par une eſpece de création mentale, des intelligences bornées de diverſes claſſes, ſelon qu'on en élargira ou reſſerrera les bornes. Mais comment conçoit-on que de cette opération puiſſe réſulter un eſprit fini, doué du *principe ſoi-déterminant*, rien de pareil n'étant ſuppoſé dans la ſubſtance infinie

finie, dont on l'aura, pour ainsi dire, retranché ? Je propose ce problême à des Philosophes profonds, qui le résoudront à coup sûr, s'il y en a une solution à espérer.

Ce qui m'empêche, en particulier, d'être de leur avis, c'est qu'après tout les limites ne sont que des négations, pendant que le libre arbitre est un principe positif, qui se manifeste par des effets réels. Seroit-ce donner une bonne raison de la production de ces effets que de les attribuer à un défaut dans leur cause ? Ce qui n'est pas, peut-il être l'origine de ce qui est ?

Cependant c'est là ce qu'ils sont obligés de soutenir : leur doctrine les engage à démontrer un raisonnement à peu près comme celuy-ci : Les propriétés des êtres finis sont toutes bornées ; donc ils en ont une que l'être infini n'a point : l'homme n'est pas Dieu : donc l'homme est libre : Mais où sont les idées moyennes qui lient ces deux propositions ?

Je ne pense pas qu'ils confondent les limites de la liberté avec la liberté elle même ; la méprise seroit trop palpable. La sphère de nôtre activité est fort étroite sans doute : nous ne sommes libres que jusqu'à un certain point ; mais de ce qu'un pouvoir est limité s'ensuit-il qu'il n'existe qu'en vertu de ses limites, ou qu'il ne soit lui-même qu'une limitation ? Ils savent trop bien qu'il s'ensuit tout le contraire, & que pour pouvoir être limité il faut être quelque chose.

Envisageons la question sous un autre point de vûe, & demandons si un être dont toutes les actions seroient déterminées par la nécessité surpasseroit, en perfection, un être, ou essentiellement libre, ou qui auroit reçû la liberté en présent, présent funeste, dit-on, vraye boëte de Pandore, source de tous nos crimes & de tous nos malheurs. II.

Un contraste remarquable régne icy entre les sentimens des Philosophes. Tandis que les uns refusent la liberté à l'homme, de peur de le

le trop élever, & d'en faire comme un petit Dieu; les autres croyent le dégrader beaucoup en la lui accordant. Tenons, s'il est possible, un juste milieu, & tâchons de nous représenter notre condition telle qu'elle est, c'est à dire, ni trop brillante, ni trop abjecte.

A' ne comparer, comme on devroit le faire, que la nature d'agent libre à celle d'automate, je ne crois pas qu'on pût trouver cette discussion fort embarrassante. Les causes agissantes par elles-mêmes, en tant que causes, sont d'un ordre si visiblement supérieur aux agens nécessaires & aux causes mécaniques, (je n'excepte point le mécanisme spirituel le plus raffiné,) que cette seule considération suffiroit pour décider. Ces dernieres causes produisent toujours leurs effets déterminés, & n'en sauroient produire d'autres, parce qu'elles obéissent *à* un principe externe; au lieu qu'il est essentiel aux premières de pouvoir prendre un parti de leur chef & d'être maitresses de leurs actions. Or, entre les idées d'indépendance & de dépendance, entre agir & pâtir, entre mouvoir & être mû, la différence est trop marquée pour pouvoir être méconnue.

C'est donc ne pas saisir le vrai point de la controverse que de demander, par exemple, si une montre qui va bien, n'est point préférable à un homme qui se conduit mal: assurément qu'elle est *plus* parfaite dans son genre; mais ce n'est pas à dire que le genre des machines, ou des automates, soit préférable à celui des agens libres.

Il ne faut que quelques réfléxions très simples pour faire sentir l'incongruité du principe dont on se sert icy pour apprécier la perfection.

Si la liberté étoit un défaut, parce qu'on peut se déterminer au mal; elle seroit un avantage, parce qu'on peut se déterminer au bien; elle seroit donc perfection & imperfection tout à la fois.

Si tout ce qui peut contribuer au désordre physique ou moral, étoit imperfection; toutes les facultés de notre corps, toutes celles de

notre

notre ame devroient être rangées dans cette classe, tout aussi bien que la liberté ; vû qu'il n'y en a aucune qui ne puisse devenir l'instrument du crime ou de la douleur : ces facultés tant célébrées qui nous distinguent de la brute seroient celles précisément qui rendroient notre nature le plus défectueuse : & les êtres inanimés seroient le chef-d'oeuvre du Créateur.

Mais la vérité est que la substance libre ne peut faire le mal que parce que sans cela elle ne pourroit pas faire le bien, & qu'à proprement parler elle ne pourroit rien faire. C'est donc donner une définition bien étrange de la liberté que de la nommer *le pouvoir de faire le mal ;* c'est comme si on définissoit la vûe la faculté de loucher, ou la parole la faculté de mentir.

Mais supposons encore que des choses aussi héterogenes puissent être comparées ; comment s'y prend-on, pour l'ordinaire, en pesant les avantages de la fatalité contre ceux du libre arbitre ? On se forge, à plaisir, une machine pensante, comblée de perfection & de bonheur ; & puis on oppose à cet être romanesque un agent libre, rempli de vices & de déréglemens : c'est sur une supposition aussi précaire que celle-ci qu'on décerne les honneurs du triomphe à la fatalité.

Rendons au moins la fiction égale des deux côtés ; & faisons paroitre la liberté & la nécessité, chacune dans son plus grand éclat. Je me figure un homme déterminé fatalement à une suite non-interrompue de bonnes actions : je m'en figure un autre qui tient librement la même conduite : auquel des deux ajugera-t-on la palme ? ou plutôt peut-on douter un instant qui des deux la mérite ? Les actions du premier sont susceptibles, tout au plus, d'une beauté physique : ce sera, si vous voulez, une piece curieuse, mais où il n'y a pas plus de vraye vertu que dans une pendule de Graham ; au lieu que les actions du second, outre ce parfait physique, auquel la liberté ne déroge en rien, brillent d'une perfection morale, perfection au dessus de laquel-

le il n'y en a point à imaginer. Un univers rempli de merveilles ne vaut pas un être qui se détermine librement au bien.

Si nous réflechissons en suite sur le fruit de nos oeuvres ; sans doute que le plaisir le plus doux, le plus pur, & le plus noble qu'on puisse recueillir d'une conduite irréprochable, c'est cette satisfaction interne qui nait d'une bonne conscience, c'est à dire, d'une conscience qui atteste que nous nous sommes acquittés librement de nos devoirs. Or c'est là un sentiment que l'honnête - homme machinal ne sauroit éprouver ; à moins que le même destin propice dont il est le bienheureux instrument, ne lui persuade fatalement qu'il a agi par lui même : Et le besoin de cette illusion emporte déjà la balance en faveur de la liberté.

On peut observer, à cette occasion, que si en effet nous ne sommes pas libres, & si le franc - arbitre n'est qu'une belle chimère, c'en est au moins une dont nous nous berçons très volontiers autant de fois que nous y trouvons notre compte ; & qu'à cet égard nous sommes servis, à souhait, par la destinée. Tant que nous croyons *bien faire*, & que le vent de la prospérité enfle nos voiles ; nous ne nous avisons guères de faire honneur de notre conduite à la fatalité : nous nous enorgueillissons du succès de nos entreprises, comme si la gloire nous en appartenoit en propre : entrainés par le courant du destin nous tenons fierement le gouvernail, & nous nous applaudissons de nos belles manoeuvres. Ce n'est que lorsque nous aurions mal manoeuvré, & que la barque va périr, ce n'est qu'alors, dis - je, que nous nous souvenons de la fatalité pour la charger de notre infortune & de nos malédictions. Dès lors ce n'est pas le héros *qui a fait la faute ; c'est Jupiter, c'est la Parque, c'est la Furie qui marche dans les ténebres.* (*)

Dès-

(*) - - - - ἐγὼ δ'οὐκ ἄιτιός ἐιμι,
'Αλλὰ Ζεὺς, καὶ Μοῖρα, καὶ ἠεροφοῖτις 'Ερινύς.
Homerus, Iliados Rh. XIX.

Dès que la Liberté est reconnue pour une faculté réelle & pour une perfection, il n'est plus permis de la refuser à Dieu; elle lui appartiendra, au contraire, dans le degré le plus indépendant & le plus sublime de tous; soit qu'on l'envisage simplement comme l'être tout-parfait, l'être par excellence; soit qu'on révere en lui la cause premiere de notre existence & de nos réalités, le créateur & le modérateur de l'univers. III.

L'idée de la Divinité est trop grande, si j'ose ainsi m'exprimer, pour la petitesse de notre entendement. Le seul moyen de nous en tracer un foible crayon, c'est de concevoir d'abord un esprit fini le plus parfait possible, & d'écarter en suite la notion des limites. De cette façon nous voyons, d'un côté, toutes les propriétés de cet esprit fini s'exalter & s'élever a leur plus grande perfection, & de l'autre nous voyons disparoitre tous les défauts qui provenoient de sa limitation. Si donc le principe actif étoit de ce dernier nombre; notre opération devroit le laisser en arriere & l'anéantir avec les limites; mais il n'y a aucune raison de l'affirmer: il est visible, au contraire, que ce principe doit prendre une réalité infinie, & devenir toute puissance de puissance bornée qu'il étoit. Son élévation ne peut pas non plus lui faire changer de nature; & personne n'oseroit soutenir qu'une liberté infinie, la plus grande de toutes, fût la même chose qu'une nécessité absolue, la plus grande des nécessités.

Cette liberté divine se manifeste encore avec plus d'évidence, lorsqu'on considére l'être suprême comme auteur de toutes choses. Dès lors on ne peut la révoquer en doute sans violer les loix les plus simples du raisonnement, sans poser des effets plus grands que leur cause, sans tomber dans l'inconvénient d'admettre une liberté finie qui fût la production fatale d'une infinie nécessité.

Nous avons vû les prérogatives de l'exercice libre de la vertu en nous en tenant à l'homme; mais toutes les réflexions que nous avons faites

faites à ce ſujet peuvent également être appliquées à la Divinité. Le manque de liberté la priveroit également de la perfection & de la félicité morale, tandis que les intelligences finies pourroient jouïr d'une perfection & d'une félicité auſſi tranſcendantes; ce qui certainement ne formeroit pas un Syſtême des plus liés.

Je pourrois inſiſter ſur d'autres inconſéquences de la même nature, comme par exemple ſur le contraſte que produiroit une infinie néceſſité en ſe réglant fatalement ſur les déterminations variables de notre libre arbitre. Un Dieu de cette eſpece; ſoit dit ſans bleſſer le reſpect que ce nom inſpire, ne reſſembleroit il pas à une machine immenſe, que nous remuerions à notre gré, & dont notre fantaiſie détermineroit & varieroit à chaque inſtant les mouvemens? En un mot, quelle vénération mériteroit un être qui ne nous auroit produits que parcequ'il ne pouvoit pas ſe paſſer de notre exiſtence? & qui ne diſpoſeroit de nous, ſoit en bien ſoit en mal, que parcequ'il n'en peut pas diſpoſer autrement?

Cecy me conduit à juſtifier une theſe que j'ai avancée *d'après un* des plus grands eſprits de l'Angleterre: j'ai dit que nous ne devrions pas à un tel Dieu plus de remercimens pour ſa bonté que nous ne lui en devrions pour ſon éternité, parce qu'il ſeroit auſſi néceſſairement bon que néceſſairement éternel, & que la reconnoiſſance ne *peut avoir* pour objet qu'un bienfait librement accordé. Dans le Syſtême que je combats cela ſeroit d'autant plus vrai que le moindre retour de la créature libre ſeroit d'un prix infiniment ſupérieur aux bienfaits d'une fatale création & d'une fatale providence.

On me dit icy que remercier Dieu n'eſt autre choſe que l'aimer, & que nous devons de l'amour à quiconque nous fait du bien; puiſqu'à cet égard il eſt impoſſible de demeurer dans l'indifférence. Je prendrai la liberté de faire voir que ce n'eſt pas s'exprimer avec trop de juſteſſe que de s'exprimer ainſi, & qu'on n'a pas bien compris le ſens des paroles du Docteur Clarke.

D'abord

D'abord, n'eſt il pas viſible qu'on confond l'amour en général avec la reconnoiſſance ? On peut aimer une perſonne à qui l'on n'a aucune obligation, il ne faut que des qualités aimables pour exciter de l'amour ; mais le ſentiment de la reconnoiſſance ne peut être produit que par une générosité librement exercée : il n'eſt donc que cette eſpece particuliere d'amour, & tout autre ſentiment n'eſt pas de la reconnoiſſance. En effet, que puis-je reconnoitre dans une ſubſtance qui ne me fait du bien que parce que la néceſſité de ſa nature l'y porte inévitablement ? Me lui ſentirai-je plus redevable qu'au feu qui m'échauffe ou à l'air qui me rafraichit ? Il eſt naturel de ſe plaire à toutes les ſenſations agréables ; mais tant qu'elles ne ſont point diſpenſées librement, elles ne peuvent devenir la ſource d'aucune obligation morale.

Et c'eſt icy qu'on tombe dans une ſeconde mépriſe en confondant un ſentiment avec un devoir. Ce n'eſt pas aſſurément par devoir que nous aimons ; & il ne dépend point de notre libre arbitre d'aimer ou de n'aimer pas. Or, dans le paſſage de M. *Clarke*, il s'agit d'un hommage libre, que l'on doit au ſuprème bienfaiteur ; & cet hommage c'eſt la reconnoiſſance, non plus conſidérée comme ſentiment, mais la reconnoiſſance active, que nous nommons remerciment, de quelque façon qu'il s'exprime.

Remercier Dieu n'eſt donc pas ſimplement l'aimer ; peut-être eut on mieux parlé en diſant que c'eſt l'imiter, que c'eſt ſe conformer aux regles éternelles du juſte : c'eſt là, en effet, à quoi la reconnoiſſance nous oblige, à quoi elle nous engage comme un puiſſant motif ; mais à quoi elle ne nous contraint pas. Et c'eſt à cet exercice libre de notre devoir envers Dieu que j'ai dit que nous ne ſommes obligés qu'autant qu'il nous accorde des graces qu'il pouvoit nous refuſer, ou qu'autant qu'il nous en accorde librement. J'aurois pû ajouter que

que c'eſt là l'unique fondement ſur lequel on puiſſe établir une religion & un culte raiſonable de la divinité.

Il faut rendre juſtice aux intentions de ceux qui ſe plaiſent à croire un Dieu qui n'eſt pas libre : ils ſe figurent un ſort plus gracieux, un état plus fixe ſous l'empire du deſtin qu'ils ne penſeroient ſe le pouvoir promettre en plaçant la liberté ſur le trône de l'univers. A' bien examiner la choſe, cela ne vient-il pas de ce qu'ils ſuppoſent d'avance que c'eſt une fatalité heureuſe, qui amenera toutes choſes à bien, & nous rendra tous, tant que nous ſommes, fortunés & contens?

Mais pourquoi, s'il ne s'agit que de ſuppoſer, ne ſuppoſerions-nous pas les mêmes deſſeins à une providence libre? Et s'il s'agit d'eſpérer avec vraiſemblance; cette eſpérance flatteuſe me paroit infiniment plus fondée ſous le gouvernement d'un eſprit tout-puiſſant & parfaitement ſage, inſpecteur & juge éclairé de nos actions, dont il eſt ſeul capable d'apprécier la moralité, qui en fait la vraie valeur. Il me ſemblequ'un honnête homme ſe trouveroit plus à *ſon aiſe* ſous cette domination que ſous le deſpotisme d'une ſouveraine fatalité, qui régleroit toutes choſes ſans pouvoir ſe régler elle-même. (*)

Si l'on veut regarder comme incertain le ſort qu'un *Dieu* libre nous prépare dans l'avenir; ſait-on mieux quelle ſera l'iſſue du labyrinthe où la fatalité nous promene? Quelle certitude de plus y a-t-il qu'elle veuille fatalement notre bonheur, & que nos noms ſoient écrits en lettres d'or dans le livre des deſtinées? Si nous voulions tirer cette agréable conſéquence des biens répandus ſur le globe terreſtre; il ſeroit à craindre que d'autres ne trouvaſſent une preuve du contraire dans les maux qui y ſont peut-être en plus grand nombre.

Vous

(*) - - - - *Qui mundum cogere quicquid*
Cogitur ipſe, poteſt.
Luc. Ph. L. VI.

Vous me dites, à la vérité, que ce sont des maux de passage, qui se redresseront : & au milieu de vos miseres vous vous écriez, comme autrefois la Corneille du Capitole, que *tout sera bien* (*). Je le souhaite de tout mon coeur ; mais qu'en savez-vous ? Si vous êtes malheureux aujourdhui ; quelle contradiction y a-t-il que vous le soyez dans mille ans d'icy ? Et si vous êtes satisfait de votre état présent ; cet état ne durera pas toujours ; & l'expérience vous apprend qu'il peut empirer aussi bien que devenir meilleur. Et si c'étoit le rebours de ce que vous dites ? Si les plaisirs frivoles dont nous jouissons n'étoient qu'une libéralité cruelle de notre inexorable destinée pour nous accabler d'autant plus par leur privation imprévûe que nous y aurions attaché nos coeurs ! Si sous ce parterre fleuri où nous nous amusons comme de vrais enfans ; si sous les pas de ce grand génie qui démontre, avec beaucoup d'importance, le Systême du bonheur, se creusoit déjà l'abyme qui doit nous engloutir à jamais, nous, le docteur & la doctrine !

On peut déclamer éternellement sur ce sujet & avec un avantage à peu près égal des deux côtés ; mais ce qu'il y a de sûr c'est qu'un Dieu libre conserve au moins le pouvoir de nous rendre heureux ; au lieu que la fatalité peut nous perdre sans retour, & sans nous laisser même la triste consolation de former de justes plaintes.

Je prévois qu'on m'arrêtera icy pour me dire qu'après tout un Dieu parfaitement libre peut faire le contraire de ce qu'il sait être le meilleur ; & que par conséquent rien ne nous garantit que son choix soit toujours conforme à la raison.

(*) *Nuper Tarpejo quæ sedit culmine cornix,*
Est bene, *non potuit dicere, dixit :* erit.
Sueton. in Domit. c. 23.

Il eſt très ſûr que ſi Dieu eſt libre il a le pouvoir phyſique de choiſir le pire ; & il n'y a point de démonſtration à la rigueur qu'il ne le faſſe jamais ; parce que démontrer une choſe à la rigueur c'eſt prouver l'impoſſibilité abſolue de ſon contraire. Cependant tous les bons eſprits conviennent qu'il y a des certitudes morales, équivalentes à de pareilles démonſtrations par rapport à l'effet qu'elles produiſent ſur l'eſprit humain, & ſur leſquelles nous nous réglons, tous les jours, ſans la moindre défiance. Or la plus forte certitude qu'il ſoit poſſible d'imaginer dans ce genre, eſt ſans doute celle qui nous aſſure qu'un être infiniment ſage ne ceſſera point de ſe montrer, dans ſes actions, infiniment juſte & infiniment bon. Si un honnête homme vît en aſſurance ſous le regne d'un monarque éclairé, quelque libre, quelque puiſſant qu'il ſoit ; & même d'autant plus en aſſurance que ſon ſouverain eſt plus éclairé & plus agiſſant par lui-même ; un bon citoyen du monde ſe repoſe, avec infiniment plus de raiſon, ſur une providence dont la ſageſſe & le pouvoir *n'ont point* de bornes.

Il y a des philoſophes qui prétendent qu'un être ſouverainement libre ne pourroit ſuivre aucun plan fixe dans ſes opérations ; & qu'il devroit agir quelquefois contre la raiſon pour faire parade de ſa liberté ; ceci, je l'avoue, me paroit une grande erreur. Quoi donc ! Parce qu'on a le pouvoir de faire toujours le bien ; on ſera néceſſité de faire quelquefois le mal ? Et ſi l'être ſuprême ne releve de perſonne ; ſi ſa liberté eſt abſolue ; par quoi ſera-*t-il* néceſſité ? Un homme de bien, à ce compte, ne pourroit paſſer

pour

pour libre ; à moins qu'il ne fit, de tems en tems, des écarts ! tout comme si l'on agissoit moins librement en faisant toujours son devoir qu'en y manquant ! Certainement, si les conduites bizarres & déraisonnables sont les patentes de la liberté ; je ne conçois pas qu'on ait jamais pû mettre en question, si nous sommes libres.

Mais on cherche le caractere de la liberté dans la variation de notre conduite ; & l'on soutient que si, le même cas revenant, par exemple, un millier de fois, nous nous conduisions toujours de la même façon, on pourroit conclure, en toute sûreté, que nous ne sommes pas libres.

Je ne sais si je me trompe ; mais cette conclusion me paroitroit fort précipitée. Le même pouvoir qui m'a mis en état d'agir librement la premiere fois subsiste encore à la millième ; & ma liberté s'éclipse, au contraire, dès que quelque chose peut le troubler. Plus cette liberté est grande, plus je suis capable de former des plans vastes, & de les exécuter avec régularité : Et ce n'est que d'un être infiniment sage & infiniment libre tout à la fois qu'on peut attendre une conduite infiniment uniforme & infiniment parfaite dans son uniformité. Les loix constantes selon lesquelles cet être gouverneroit le monde, loin de donner atteinte à son libre arbitre, ne feroient que le manifester & le confirmer, en montrant que rien n'en peut déranger l'exercice dans l'exécution du plan qu'il a préféré.

En un mot, choisir le meilleur n'est que faire un bon usage du pouvoir de choisir : si donc Dieu choisit toujours le meil-

leur, c'est qu'il fait un bon usage de sa liberté; & je ne vois pas qu'on en puisse rien conclure davantage. Au reste je suppose icy que les partis proposés different en degré de bonté; & je ne prétends pas nier la possibilité du choix dans le cas de l'indifférence. Si l'on pouvoit prouver l'existence de ce cas; on en tireroit une démonstration sans réplique de la liberté divine & humaine. Mais je ne touche point icy aux preuves de la réalité ou de la non-réalité du libre arbitre: & je me renferme dans les bornes de la question proposée.

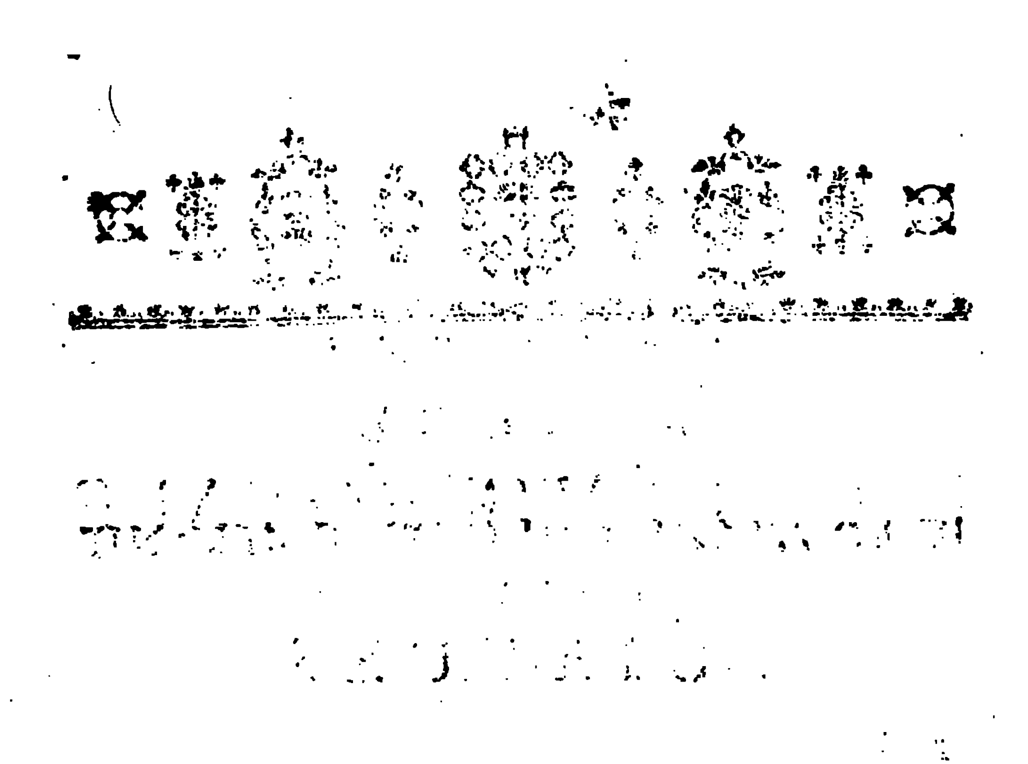


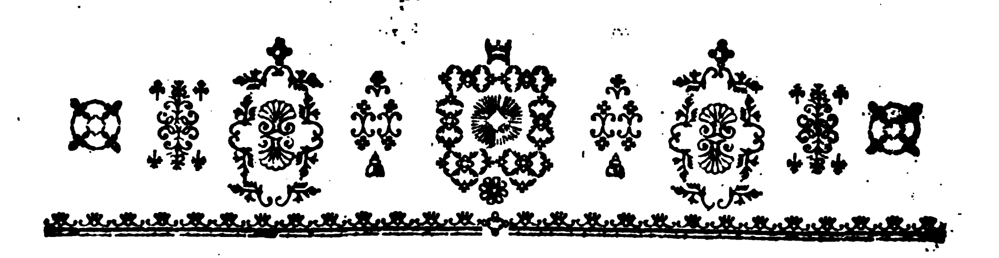
MEMOI-

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

* * *





ABREGÉ

DE LA VIE

DE *BOGISLAS X.* DUC DE POMERANIE,

SURNOMMÉ LE GRAND,

PAR M. PELLOUTIER.

Tous les Princes à qui on a donné le nom de Grand, ne l'ont pas mérité à si bon titre, que ceux qui ont fondé, ou rétabli cette Académie. *Bogislas* X. Duc de Poméranie, est ordinairement désigné par les Historiens, sous le nom de *Bogislas le Grand.* Peut-être qu'un juge équitable se contenteroit tout au plus, de le mettre au rang des Princes médiocres. Ce n'est pas que ce Prince n'eut de belles & de grandes qualités ; mais soit par un défaut d'éducation, soit à cause de la barbarie de son Siècle, dans lequel les grands Seigneurs ne s'étudioient qu'à dresser un Cheval, à pousser un Cerf, à manier une lance, les avantages qu'il avoit reçus de la nature, ressembloient véritablement à un Diamant brut. Il faut être connoisseur, pour le distinguer d'une pierre commune, & encore plus pour en déterminer le prix. Mon dessein n'est point du tout, de donner ici un abregé suivi de la vie de ce

Prince. Ce détail n'auroit rien d'intéreſſant. Mais comme le caractere de *Bogislas* X. avoit quelque choſe de ſingulier, & que l'Hiſtoire de ſa vie eſt pleine d'événemens extraordinaires, entre leſquels il y en a qui ſemblent preſque tenir du Roman, j'ay crû faire plaiſir au Public, de lui en donner une idée générale.

Bogislas étoit né à *Stolpe*, le (a) 28 de May 1454. (*) Il étoit fils d'*Eric* II. Duc de *Volgaſt*, & de *Sophie*, qui étoit une Princeſſe de la même Maiſon, mais d'une autre branche. Pour bien entendre ce qui doit ſuivre, il eſt à propos de remarquer ici, que la Maiſon des Ducs de Poméranie, étoit alors partagée en trois différentes branches (**). La premiere avoit deux Princes, ſavoir *Eric* II. Pére de notre *Bogislas*, & *Wratislaf* X. frere d'*Eric* II. Celui-ci portoit le nom de Duc de *Volgaſt*, parce qu'il y réſidoit. *Wratislaf* X. avoit pour ſon partage, le païs de *Barth*, & l'Isle de *Rügen*, de ſorte que ces deux Princes poſſédoient enſemble, ce que nous appellons aujourdhui *la Poméranie Suedoiſe*.

La ſeconde branche de cette Maiſon, étoit maitreſſe de la Poméranie ultérieure, & réſidoit ordinairement à *Rugenwalde*, ou à *Stolpe*. Elle s'éteignit en 1459. par la mort d'*Eric* I. Duc de Poméranie, qui après avoir abdiqué les Couronnes du Nord, étoit venu finir ſes jours (***), dans ſes païs héréditaires, où il mourut en 1459. agé de 73 ans. Il étoit petit-neveu de la célébre Reine *Marguerite*, que l'on appelloit la *Semiramis* du Nord, & qui le déclara non ſeulement ſon héritier, mais encore ſon Succeſſeur, avec le conſentement des Etats. Comme cet *Eric* I. n'avoit point d'enfans, des raiſons de famille le déterminerent

à

(a) *Klemzau*, pag. 60. & *Kanzau*, Liv. II. pag. 204. diſent le 29. de May 1454.
(*) *Nicol. Klemzovii*, Chronicon Pomeraniæ, Mſ. Biblioth. Regiæ ſub N. 33.
Thomæ Kanzovii, Chron. Pom. Mſ. Bibl. Reg. ſub N. 28.
(**) *Joh. Micralii*, *Altes Pommer-Land*, *Stettin und Leipzig*. 1723. p. 267.
(***) *Micralius*, Lib. III. p. 259. 264. 267.

à marier la seule (b) Princesse qui restât de sa branche, à *Eric* II. Duc de *Volgast*, qui devoit être un de ses héritiers; & en considération de ce mariage, il légua à la Princesse *Sophie*, ses meubles, sa vaisselle, ses joyaux, son argent comptant, & en général tout le trésor qu'il avoit apporté de Suede, & de Danemarc. Ce trésor étoit extrèmement considérable, & contenoit entre autres pieces de grand prix, un denier d'or, que *Philippe*, Infante de Portugal, avoit apporté pour Dot au Roi *Eric*. C'étoit un lingot d'or, marqué aux armes de Portugal, qui valoit cent mille florins d'or. (c)

Enfin la troisième branche étoit celle de *Stettin*. Elle s'éteignit en 1464 dans la personne d'*Otton* III. (d) qui fut emporté à l'age de 22 ans, par la peste qui ravageoit alors la Ville de *Stettin*. Après sa mort les Ducs de *Wolgast*, & de *Barth* voulurent s'emparer de la Duché de *Stettin*. Mais ils eurent à soutenir de violentes oppositions de la part de *Frederic* II. Electeur de Brandebourg, qui prétendoit que la Duché de *Stettin* lui étoit dévoluë, soit en sa qualité de Seigneur direct, * soit en vertu de l'expectative, que les Empereurs avoient accordée depuis longtems aux Electeurs de Brandebourg sur toute la Poméranie. Les Ducs *Eric* II. & *Wratislaf* X. soutenoient au contraire que la Poméranie étoit un fief immédiat de l'Empire; & quoiqu'ils ne contestassent pas à l'Electeur son

* *Micral.* L. III. 221.

(b) Cette Princesse qui s'appelloit *Sophie*, étoit fille *de Bogislas* IX. mort en 1440, un an après le retour d'*Eric*, son Cousin Germain, qui abdiqua les Couronnes du Nord en 1439. *Micraelius*, III. 260. *Frideborn*, Chronic. Stettin p. 100.

(c) On trouve dans *Schumacher*, & dans *Micraelius*, l'Inventaire de ce tresor. Il renfermoit avec le Denier d'or, un Jesus d'or d'Arabie, de la grandeur d'un jeune homme de quinze ans; les douze Apôtres d'argent fin, de la grandeur d'un garcon de douze ans; un Monoceros tout entier; un Tabernacle de pur or, pour le St. Sacrement; une Oye de pur or; & outre cela beaucoup de joyaux & de vaisselle. *Micral. Liv. III. p. 265. Andr. Schumacher, Extrait des Croniques Venedes, autant qu'elles concernent la Pomeranie.* MS. *Biblioth. Regia ad calcem* Klemmovii sub No. 73 Germanice.

(d) *Micral.* Lib. III. p. 219. 244. 288. 287. *Kantzov.* Lib. II. p. 303.

ſon expectative, ils prétendoient cependant, qu'elle ne pouvoit avoir lieu, qu'après l'extinction totale de la maiſon des Ducs de Poméranie, qui ſubſiſtoit encore dans une de ſes branches. Pluſieurs Princes s'étant employés inutilement pour accommoder le différent, ces conteſtations furent enfin ſuivies d'une guerre ouverte, qui dura depuis 1468. jusqu'en 1472 (*). Elle fut véritablement fâcheuſe pour *Eric* II. parce que ſon ennemi lui étoit infiniment ſupérieur, & que manquant lui-même d'argent & de troupes, il étoit réduit le plus ſouvent à s'enfermer dans quelque place forte, d'où il ne ſortoit que pour harceler ſon ennemi, ſans oſer en venir à une action déciſive. La maladie & la mort de l'Electeur *Frederic* II. procurerent quelque relache à *Eric*, & lui donnerent le tems de remettre un peu ſes affaires. Comme le nouvel Electeur *Albert*, ſurnommé l'*Achille*, qui ſuccéda à ſon frere, étoit occupé ailleurs, il ſe prêta facilement à un accommodement, dont *Henri*, Duc de Meklenbourg, ſe rendit le Médiateur. Le Traité qui fut conclu & ſigné à *Prentzlau* (**) en 1472. le 3 Juin, portoit 1°. qu'*Eric* reconnoitroit, & confirmeroit l'expectative que la Maiſon de Brandebourg avoit ſur la Poméranie, 2°. qu'il recevroit des mains de l'Electeur l'inveſtiture de la Duché de *Stettin*: ce qui fut executé, & la Cérémonie s'en fit d'une maniere fort ſimple, l'Electeur s'étant contenté de frapper dans la main du Duc, en lui diſant ; *Je vous inveſtis de vos Etats*. A l'égard de *Wratislaf* X. frere d'*Eric*, il ne fut point compris, ni ſeulement nommé dans le Traité, auquel il refuſa abſolument d'acquieſcer.

Il paroit par ce détail que la branche de *Wolgaſt* hérita des deux autres ; & bientôt il ne reſta de cette derniere branche, que le ſeul *Bogislas* X. dont j'écris l'Hiſtoire ; de ſorte qu'à cet égard il fut effectivement plus grand qu'aucun de ſes Prédeceſſeurs, parce qu'il réünit ſous ſa Domination toutes les terres, qui avoient été partagées jusqu'alors entre pluſieurs Princes.

La

(*) *Kanzov*. L. III. p. 10. *Schumacher*, p. 428.
(**) *Klempzov*. p. 123. *Kanzov*. Lib. III. p. 22. *Micral*. Lib. p. 294.

La riche Succession qui étoit échuë en 1459. à la Duchesse *Sophie*, Mere de *Bogislas*, rendit cette Princesse extremement fiere, & si j'ose le dire, véritablement arrogante. Elle reprochoit tous les jours à son Mari, qu'elle l'avoit tiré de la misere, en lui apportant non seulement un grand trésor, mais encore toute la Poméranie ultérieure. * Ce qu'elle disoit, n'étoit pas exactement vrai. La Poméranie n'étoit pas un de ces fiefs héréditaires, qui tombent en quenouille. Mais elle avoit cependant raison dans un sens (*), parce qu'*Eric* II. son Mari, avoit refusé de partager la Poméranie ultérieure, non seulement avec *Otton* III. Duc de Stettin, mais encore avec son propre frere *Wratislaf* X. sous prétexte que cette Province lui avoit été apportée par sa femme. Il ne faut pas douter qu'*Eric*, qui étoit d'un naturel doux & tranquille, ne souffrit beaucoup des hauteurs de sa femme, dont l'humeur étoit incompatible avec la sienne. Il y eut une autre chose qui acheva d'aigrir ce Prince (**). Comme il avoit grand besoin d'argent pour subvenir aux fraix de la guerre où il étoit engagé avec l'Electeur, il demanda à la Princesse une avance, avec promesse de l'en faire rembourser, lorsque la guerre seroit finie. Mais elle refusa absolument de faire part au Duc de son trésor, sous quelque condition que ce fut. De tout cela il résulta nécessairement une grande désunion, & un très mauvais ménage, entre le mari & la femme. Le Duc avoit de l'éloignement pour une femme avare & impérieuse. La Duchesse ne pouvoit ni voir ni souffrir un mari, qui ne se laissoit pas commander à baguette, & qui ne l'entretenoit pas d'une maniere convenable à son rang †. Ainsi, lorsque *Frederic* II. Electeur de Brandebourg, se fut approché en 1468. de la Ville de Stettin, faisant mine de vouloir l'assieger, la Duchesse qui craignoit pour sa personne, pour sa famille, & encore plus pour son trésor, obtint facilement de son mari la permission de se retirer dans l'intérieur du païs, pour y être plus en sureté. Elle se

* *Klemzov.* p. 127.

† *Klemzov* p. 110. 117.

Iii 3 transpor-

(*) *Schwartzber* p. 428. *Micral.* Lib. III. p. 267. 268.

(**) *Kanzov.* Lib. III. 25. *Klemzov.* p. 127.

transporta donc à *Rügenwalde* avec toute sa Cour. Des huit enfans qu'elle avoit de son mari, le Pere ne garda auprés de lui que le Prince *Wratislaf*, qui étoit l'ainé des fils (*). Les Princes *Casimir*, & *Bogislaf*, & les Princesses *Sophie*, *Marguerite*, *Catherine*, *Elisabeth* & *Marie*, suivirent la Mére dans sa retraite, où elle fut visitée fort rare-
* Klemzov. p. 126. ment par son mari *. Je n'en suis pas surpris. Il avoit sur les bras une guerre fâcheuse, qui ne lui permettoit pas de s'éloigner beaucoup de l'ennemi ; d'ailleurs il ne faut pas trouver étrange, qu'aprés avoir essuyé les fatigues & les travaux d'une campagne, presque toujours mauvaise pour lui, ce Prince ne fut pas d'humeur d'aller établir son quartier d'hyver auprés d'une méchante femme, pour soutenir une nouvelle guerre, & pour y mourir tous les jours plusieurs fois. Au reste pour être éloignée de son mari, la Duchesse n'étoit pas pour cela dans la destitution. Elle pouvoit vivre fort honorablement de son propre bien ; il paroit d'ailleurs clairement par certaines circonstances que j'aurai occasion de toucher dans la suite, que le Duc lui laissoit les revenus, & même le gouvernement de la Poméranie ultérieure. Ces attentions ne fléchirent en aucune maniere la Duchesse, *qui parut toujours* mécontente de son mari. Les Historiens remarquent unanimement que le Public ne pouvoit comprendre, que cette Princesse fit si peu de cas de son Mari, & qu'elle temoignât tant d'indifférence, & même d'aversion pour *Eric*, qui passoit, disent-ils, pour un des plus beaux hommes, & des meilleurs Princes de son Siècle.

Cependant *Klemzov* qui ne dissimule rien, & qui rapporte les
† Klemzov, p. 127. choses avec une grande ingenüité, en donne deux raisons † qui me paroissent très pertinentes. D'un côté elle étoit remplie d'un orgueil
* Hoffmeister. qui ne plioit jamais. De l'autre elle avoit un *Grand-Maitre* * de sa Maison, *Jean Massau*, dont elle faisoit, dit-on, plus de cas, qu'il ne convient à une femme mariée.

Quoi-

(*) *Klemzov* p. 127. *Micrælius* ne fait mention que de quatre Princesses. L. III. p. 295.

Quoiqu'il en soit, pendant le séjour que la Duchesse fit à *Rügenwalde* avec sa famille, elle négligea entièrement l'éducation de ses deux Princes. Elle avoit à sa Cour un Grand-Maitre, & plusieurs Officiers, ou Domestiques; elle y entretenoit des Bouffons, & d'autres bouches inutiles. Mais elle ne se croyoit pas obligée de donner à ses fils, ni Gouverneur, ni Précepteur, ni Maitre d'exercices. Ils étoient cependant fort en âge d'en avoir, puisque le plus jeune étoit dans sa quinzième année, lorsqu'ils arriverent à *Rügenwalde*. La Mére s'imaginoit selon les apparences, que ces soins regardoient uniquement le Duc son Mari. Ou plutôt mécontente du Duc, irritée de l'indifférence, & de la froideur qu'il lui témoignoit, elle en faisoit porter la peine à ses deux fils, à qui on refusoit jusqu'a des Domestiques pour les servir. Cependant, afin que les Princes pussent apprendre quelque chose, sans qu'il en coutât, on les envoyoit avec les enfans des Bourgeois, à l'Ecole publique de la Ville, où ils apprirent effectivement à jargonner quelques mots de Latin de cuisine. Ce qu'il y avoit de plus fâcheux pour eux, c'est qu'ils paroissoient dans cette Ecole avec des habits sales & déchirés, qui leur attiroient à la vérité la compassion des honnêtes gens, mais en même tems le mépris des autres Ecoliers, qui ne reconnoissoient point les fils de leur Souverain, au travers des lambeaux, & des haillons dont ils étoient couverts. D'ailleurs, comme personne n'avoit l'oeil sur la conduite des Princes, il arrivoit de là qu'on les voyoit courir les ruës, se battre avec leurs camarades, & revenir quelquefois à la maison, les yeux pochés, & le corps meurtri de coups; le plus souvent ils préferoient même d'aller manger, & coucher chez le Bourgeois, où on leur faisoit toute sorte d'honneurs, & de bons traitements, plutôt que de retourner au Chateau, ou ils n'étoient ni regardés, ni soignés. La maniere dont *Klemzau* raconte tout cela est si naïve, que je ne saurois mieux faire que de rapporter ici ses propres paroles *. *Non seulement la Duchesse ne faisoit aucun bien à ses fils, & n'en tenoit aucun compte, mais de plus elle les haïssoit.* * Klemzov. p. 126.
Ils pouvoient venir manger, & coucher au Château; mais, s'ils y manquoient p. 127.

quoient, on ne s'en mettoit point en peine. Elle souffroit qu'ils allassent à l'Ecole avec des habits dechirés, & dans un si pauvre équipage, qu'un simple bourgeois auroit eu honte, de ne pas équipper mieux ses enfans. De la maniere qu'elle en agissoit avec ces deux Princes, il sembloit qu'elle auroit pris plaisir à les voir périr. Il arrivoit de là que ces enfans craignoient & fuyoient leur Mere, & passoient la plus grande partie de
p. 118. *leur tems dans la ville, ou le bourgeois leur faisoit toute sorte d'honneurs, & leur en auroit fait davantage, s'il n'avoit craint de choquer la Duchesse. Il ne faut pas être surpris après cela que ces Princes fussent sauvages, qu'ils n'apprissent rien, & qu'ils n'eussent aucun des sentimens, qui conviennent à de grands Seigneurs. Ils couroient les ruës avec les enfans de la ville, & se battoient avec leurs camarades, sans qu'il y eut aucune distinction entre le maitre & le sujet. Au milieu d'un état si méprisé,* Bogislas *avoit cependant plus de coeur, & des sentimens plus nobles que son frère. Dans les contestations qu'il avoit avec ses camarades, il ne vouloit jamais avoir du dessous. Quand on l'attaquoit, il égratignoit le visage de ses antagonistes, & les trainoit par les cheveux; ce qui déplut à quelques bourgeois, dont il avoit maltraité les enfans, de sorte qu'il n'étoit plus le bien-venu dans ces maisons, au moins autant qu'il l'avoit été autrefois.* Voilà sans contredit un triste sort pour de jeunes Princes, dont le Pére étoit actuellement vivant, & maitre d'un beau païs. J'avouë que je ne saurois comprendre qu'*Eric*, qui ne pouvoit pas ignorer ce qui se passoit à *Rügenwalde*, n'y apportât aucun remede.

Cependant la maniere dont *Bogislas* commença à sortir de cette destitution, a quelque chose de plus extraordinaire encore. Conti-
† p. 118. nuons d'entendre *Klemzau* †. *Il y avoit au Village de* Lantzke, *dans le voisinage de* Rügenwalde, *un bon païsan, nommé* Jean Lange, *qui venant souvent au marché, pour vendre ses denrées, avoit occasion de voir les fils de son Souverain en très mauvais équipage. Il s'affectionna sur-*
p. 119. *tout à* Bogislas, *qui étoit le plus éveillé des deux, & l'aborda un jour*

pour

pour lui dire : Duc Bogislas, *je te vois dans un triste équipage ! Tu n'as, ni un bon habit sur le corps, ni de bons souliers aux pieds ! Ta Mére refuse-telle donc de t'en donner ?* Bogislas *qui étoit naturellement fier, lui répondit fort séchement : Mesle toi de tes affaires ! Si je n'ay rien, tu ne me donneras assurement pas ce qui me manque ? Ces mots furent prononcés d'un ton, qui marquoit la surprise où étoit le Prince, qu'un païsan s'embarassât de ses affaires.* Lange *ne se rebuta pas pour cela, & répondit sans hésiter, tu te trompes,* Bogislas! *La chose me regarde, & m'importe même beaucoup. Tu dois être un jour mon Seigneur & mon Maitre ; & si tu n'avois personne, qui fut chargé de prendre soin de toi, je me ferois un plaisir de t'habiller au moins tous les ans. Ainsi ne fais pas tant du dédaigneux, parce qu'un païsan a osé t'aborder & t'entretenir ! Peut-être pourrois-je te dire bien des choses, qui ne tourneroient pas à ton dommage. He bien donc, repliqua* Bogislas, *que pourrois tu me dire, pour mon avantage ?* La réponse du Païsan étoit toute prête. Cet homme, qui sous un extérieur grossier & rustique, cachoit un discernement, & si j'ose le dire, une délicatesse peu commune aux personnes de sa condition, vouloit rendre service à *Bogislas*. Mais il comprenoit en même tems, qu'il ne convenoit pas à un Païsan, de faire la charité au fils de son Souverain. Il sentoit d'ailleurs, que s'il donnoit, ou s'il prêtoit de l'argent à ce jeune Prince, il pourroit en être recherché par la Mére. A force de chercher, il avoit imaginé un expédient, au moyen duquel il ne faisoit qu'acquiter une dette, en fournissant à *Bogislas* les choses dont il manquoit. Les païsans de Poméranie étoient alors, comme ils le sont encore aujourdhui, des gens de main morte, que le Seigneur peut donner, engager, & vendre, avec la terre à laquelle ils sont attachés. Cette condition de *Lange* lui avoit fourni l'expédient dont il fit l'ouverture en ces termes. *Si j'étois ton Païsan*, dit-il à Bogislas *, *& que je te payasse tous les ans des droits suffisans pour t'habiller, cela ne te plairoit-il pas ? Beaucoup*, répliqua le Prince ; *mais comment pourrois tu donc devenir mon Païsan ?* Là-dessus *Lange* exposa en détail son projet, les moyens de le faire réüssir, & les vuës qu'il avoit dans cet-

* *Klemzen* p. 129.

te affaire. Toi Bogislas, *&* Casimir *ton frere, vous êtes nos Seigneurs. C'est la chose du monde la plus honteuse & la plus criante, que ceux qui y sont beaucoup plus obligés que moi, ne s'informent point de vous. Votre Mére vous abandonne. Ni la Noblesse, ni le bourgeois, ne s'inquietent point de vous voir dans un état si pitoyable. C'est pour cela que j'ai compassion de vous, & surtout de toi,* Bogislas, *parce que je vois que tu as encore de l'honneur, & des sentimens nobles, de sorte que* p. 130. *je verrois avec plaisir, que tu fus un peu mieux habillé. Je vais donc te donner un bon conseil sur la maniere dont tu dois t'y prendre pour réüssir. Prie ta Mére, ou fais la prier par un autre, qu'elle te donne le païsan* Jean Lange. *Alors je serai en état de te pourvoir d'habits, & du nécessaire. La chose plut à* Bogislas, *qui désesperoit cependant, que sa Mére voulut lui accorder une pareille demande.* Lange *voyant son embarras, ajouta; adresse toi à* Jean Massau, *qui obtiendra très facilement cette grace. Le Prince suivit le conseil, parla au Grand-Maitre, à la priere duquel la Duchesse accorda, que* Lange *fut desormais le païsan du Prince. Sur le champ* Lange *méne* Bogislas *chez un Marchand, lui* (Lündisch-Tuch.) *achepte du Drap écarlate pour un justeau-corps & des culottes, & de la futaine pour une camisole. Il lui donna aussi des souliers neufs; en un mot il l'équippa si bien, que* Bogislas *commença à avoir meilleure opinion de lui-même. Il marchoit gravement, & se miroit dans son habit, comme s'il eut été de drap d'or. Il ne vouloit plus être pair & compagnon avec ses anciens camarades. Les Païsans & les Bourgeois se réjouissoient de le voir si brave. La Mére aussi en conçut une espece de jalousie, & par dépit, elle fit habiller de neuf le Prince* Casimir. *Mais* * Klemzov. *pour tout cela la Duchesse ne faisoit pas plus de cas de ses deux fils *.* p. 131. *La païsan au contraire s'affectionna de plus en plus à* Bogislas. *Il l'appelloit son Seigneur, & venoit souvent en ville, pour s'informer non seulement de sa santé, mais aussi de sa conduite.*

Ce fut, autant que je puis en juger, vers la fin de 1473, ou au commencement de 1474. que *Bogislas* fit la connoissance de *Jean*

Lange

Lange. Ce Prince étoit alors dans sa vingtième année. Il arriva dans ce même tems que le Duc son Pére, après avoir vecû séparé de son Epouse pendant l'espace de cinq ou six ans, pensa enfin à la rappeller. Ce bon Prince, qui commençoit à devenir infirme, vouloit mettre sa conscience en repos, & faire cesser le scandale, que le divorce où il vivoit avec la Duchesse, donnoit à sa famille, & au Public. Peut-être aussi qu'il se reprochoit d'avoir négligé trop longtems ses enfans, & qu'il vouloit les avoir auprès de lui, pour leur donner une éducation plus convenable que celle qu'ils recevoient à *Rügenwalde*. Par ces raisons il se détermina à faire lui-même toutes les avances pour ramener l'esprit aigri de la Duchesse *, & lui écrivit une lettre fort amiable, par laquelle il l'invitoit à le venir trouver à *Volgast*, ou elle pourroit vivre desormais en pleine sureté, parce qu'il étoit delivré de la guerre qui l'avoit obligé à envoyer sa famille dans la Poméranie ultérieure. Il la prioit en même tems de lui amener tous ses enfans. Comme il y avoit près de deux ans, que la paix étoit faite avec l'Electeur, la Duchesse trouva que son mari auroit du la rappeller plutôt, & lui répondit avec sa hauteur ordinaire, qu'il pouvoit la venir prendre, sans quoi elle ne se résoudroit jamais à retourner auprès de lui (*). Une réponse si séche affliga tellement le pauvre Duc, qui selon les apparences étoit aussi malade d'esprit que de corps, qu'il se mit au lit, & mourut de chagrin, le 6 de Juillet 1474. Le Prince *Wratislaf*, son fils ainé, qui demeuroit avec lui à *Volgast*, paya quelques jours après le même tribut à la nature, de sorte que la Duchesse recut presque en même tems, la double nouvelle de la mort de son mari, & de l'ainé des fils issus de leur mariage †. Elle sentit alors la faute qu'elle avoit faite, de ménager si peu, & de traiter avec tant de dureté, les Princes *Casimir* & *Bogislas*, qui alloient devenir ses Souverains. Elle craignit même, que ces Princes ne se vengeassent avec éclat, de tout ce qu'ils avoient eu à souffrir de sa part. Mais comme cette femme altiere étoit incapable de fléchir, elle crut devoir prévenir ses fils, & prit la réso-

* *Klemzau*, p. 126.

† *Klemzau*, p. 131.

Kkk 2 lution

(*) *Klemzau*, p. 58. 126-131. *Cramer*, Lib. II. cap. 45. p. 116.

lution désespérée de s'en défaire. Le Prince *Casimir* mourut au bout de quelques jours. On disoit à la Cour, qu'il avoit été emporté par une fièvre ardente. Le public soutenoit hautement † qu'il étoit mort d'un poison, que sa Mére lui avoit fait donner. *Bogislas* étoit plus sur ses gardes, que ne l'avoit été son frere, & ne voyoit guères la Duchesse. Cela n'empêchoit pas qu'il ne se trouvât dans le plus grand de tous les embarras. Par la mort des ses deux freres, il se voyoit le seul heritier des Etats, que le Duc *Eric* leur Pére avoit possédés. Cependant personne ne s'informoit de lui. La Duchesse sa Mére, au lieu de le feliciter de sa Dignité, & de la Succession qui lui étoit échuë, gardoit un profond silence à son égard. Aucun Vassal ne paroissoit pour lui offrir les hommages, que l'on s'empresse ordinairement de rendre au nouveau Souverain. Après qu'il eut passé quelques jours dans une cruelle incertitude, sans savoir absolument à quoi se déterminer, la Duchesse le fit enfin appeller, & contre sa coutume, au lieu de le gronder, & de le traiter durement, elle le caressa beaucoup. A la fin de la conversation, comme il étoit sur le point de se retirer, elle ordonna même à un Domestique qui se trouvoit là, de lui faire donner une beurrée. La chose parut toute extraordinaire à *Bogislas*, qui n'étoit pas accoutumé à recevoir de pareilles politesses dela part de sa Mére. Il fit pourtant le semblant, en sortant de la Salle, de vouloir manger la beurrée; & peut-être l'auroit il fait *, si le Bouffon de la Princesse ne l'avoit suivi avec empressement, pour lui dire; *Bugslaff friss nit, est ist unrein*, c'est à dire, *Bogislas, garde toi de manger la beurrée, car elle n'est pas nette.* La Prince profita de l'avis, & jetta la beurrée à un chien, qui en créva le lendemain.

† Klemzen, p. 131.

* Klemzen. 131.

Je dois avertir ici, que *Jean Micrælius* Recteur du College de *Stettin*, qui publia son Histoire de Poméranie en 1639, a quelque penchant à douter de la verité des faits que je viens de rapporter. *A juger* dit-il †, *de la chose charitablement, on conviendra qu'il n'y a aucune apparence, qu'une Mère ait eu la criminelle pensée d'empoisonner*

† Micræl. L. III. p. 295.

ses

ses propres enfans, d'autant plus qu'il ne pouvoit lui revenir aucun avantage d'un crime si atroce. Comme l'autorité de *Micrælius* pourroit en imposer ici, parce qu'on le regarde comme le *Tite-Live* de la Poméranie, & que son Ouvrage, qui n'est pas sans défaut, est cependant l'un des meilleurs, & des plus complets, qui ayent paru sur l'Histoire de ce païs, il est à propos de faire ici quelques remarques, qui serviront à confirmer les faits dont il s'agit, & qui montreront que *Micrælius* n'avoit aucune raison legitime de les contester.

1°. Je conviens avec cet Auteur, que, ni la charité, ni même l'equité naturelle, ne permettent pas que l'on porte un jugement desavantageux, & sinistre, aussi longtems qu'on peut en faire de favorables. Mais il me semble aussi, que l'amour de la verité ne permet pas à un Historien de révoquer en doute des faits constans & avérés, sous prétexte qu'il n'est pas croyable qu'il y ait des Méres assez dénaturées, pour vouloir se défaire de leurs propres enfans. Tous les Historiens antérieurs à *Micrælius*, tel, que sont *Kanzau*, *Klemzau*, & *Eikstedt*, rapportent, qu'on faisoit courir le bruit que la Duchesse avoit fait empoisonner le Prince *Casimir*. Ils s'expriment d'une maniere qui marque que la chose leur paroit assez vraisemblable, quoiqu'ils ne veüillent pourtant pas la garantir. Mais ils assurent en même tems, que la Duchesse fit présenter à *Bogislas* une beurrée empoisonnée; & que ce Prince la jetta à un chien, qui en mourut le lendemain. Ils détaillent ce fait, avec toutes les circonstances que nous avons rapportées. Je ne vois pas après cela, qu'on puisse douter raisonnablement de la validité de leur témoignage. *Kanzau*, dont l'Ouvrage a été copié presque mot à mot par *Micrælius*, & par *Cramer*, étoit Secretaire de la Regence de *Volgast*. Comme il avoit accés aux Archives, il s'en servit utilement pour composer sa Chronique de Poméranie, qui n'a jamais vu le jour, soit parce que l'Auteur, qui mourut à la fleur de son âge, en 1542. n'avoit pas eu le tems d'y mettre la derniere main, soit parce qu'elle contenoit plusieurs Anecdotes, dont on ne jugeoit pas à propos

 de

de régaler le Public. *Kanzau* ordonna en mourant, que l'on envoyât son Manuscript à *Nicolas de Klemzau*, qui en fit tirer quelques Copies que l'on trouve dans nos Bibliothéques. Ce *Klemzau* étoit Gentilhomme ordinaire à la Cour du Duc *Barnim*, fils de notre *Bogislas*. C'étoit un homme de grande considération, que les Ducs de Poméranie employerent dans des Ambassades *, & dans d'autres affaires importantes; & l'honneur que lui fit le Duc *Philippe*, petit fils de *Bogislas*, de le choisir pour parrain d'un de ses fils (*e*), ne permet pas de douter qu'il n'eut toute la confiance de ses Maitres. Comme il avoit une parfaite connoissance des affaires de son païs, & que la Chronique de *Kanzau* lui paroissoit incomplete, & mal digérée, il écrivit en 1551. un nouvelle Histoire de Poméranie, sous le titre de *Genealogie des Princes de l'illustre Maison de Poméranie*. Deux ans après, c'est à dire en 1553. *Valentin d'Eikstedt*, qui étoit alors Gentil-homme du Duc *Philippe* dont je viens de faire mention, & qui fut ensuite élevé à la dignité de Chancelier, écrivit aussi ses Annales de Poméranie, & les dédia au Prince héréditaire *Jean Frederic* (*f*). Peut-on s'imaginer que ces trois Historiens, qui écrivoient par ordre de leurs Maitres, sous leurs yeux, & pour l'instruction des Princes de la Maison, eussent osé avancer des faits extrèmement graves, à la charge d'une Princesse, qui étoit la Grand-mére, & la Bisayeule des Ducs régnans, si ces faits n'avoient été de notorieté publique, & si *Bogislas* lui-même ne les avoit racontés à ses enfans, & à ses petits enfans, en leur parlant de la destitution ou il s'étoit trouvé, & des dangers qu'il avoit courus pendant sa jeunesse?

* *Klemzau*, p. 360.

Micral. Lib. VI. p. 353.

Eikstedt, p. 107. 108.

2°. Une

(*e*) Le Prince *George* II. né en 1540. eut pour parrains, entre autres personnes de distinction, *Nicolas de Klemzau*. *Schumacher*, p. 428.

(*f*) Les Chroniques de *Thomas Kanzau*, & de *Nicolas de Klemzau* sont en Manuscript à la Bibliotheque Royale, & m'ont été communiquées fort obligeamment par M. *Neuburg*, Conseiller & Bibliothecaire du Roi. On a imprimé à *Grypswalde* en 1728. un Abrégé des Annales d'*Eikstedt*. Val. Eikstedt, *Epitome Annalium Pomeraniæ*. *Gryphiswald*. 1728.

2°. Une autre remarque qu'il faut faire ici, c'eſt que la raiſon ſur laquelle *Micrælius* ſe fonde, ſavoir que la Ducheſſe n'avoit aucune raiſon de ſe défaire de ſes fils, eſt manifeſtement fauſſe. D'un côté elle craignoit, comme le dit *Klemzau* * qu'ils ne ſe vengeaſſent de la dureté avec laquelle elle les avoit traités, leur refuſant jusqu'à des habits, pour couvrir leur nudité. Peut-être auſſi qu'elle n'étoit pas ſans appréhenſion, que les Princes ne ſe reſſentiſſent des hauteurs qu'elle avoit euës pour ſon mari, & du mauvais commerce qu'elle entretenoit avec le Grand-Maitre de ſa Maiſon. D'un autre côté, on voit clairement qu'elle ſe promettoit de garder la Poméranie ultérieure, après la mort de ſes fils, parce que ſon mari lui en avoit toujours laiſſé le gouvernement, & qu'il avoit reconnu la tenir du chef de ſa femme, s'étant ſervi de ce prétexte, pour la garder toute entiere, & pour n'en faire aucune part aux autres Princes de la Maiſon.

* p. 19.

3°. A' ces deux remarques j'en ajoute encore une troiſiéme. C'eſt que *Micrælius* ſupprime pluſieurs circonſtances que j'aurai occaſion de toucher dans la ſuite, & qui prouveront que la Ducheſſe ne ſe ſentoit que trop coupable du crime qu'on lui imputoit, & que *Bogislas* de ſon côté ne doutoit point du tout qu'elle n'eut attenté à ſa vie.

Pour revenir à notre *Bogislas*, on comprend facilement †, que ce qui s'étoit paſſé dans l'entrevuë qu'il avoit euë avec ſa Mére, dut lui cauſer de violens ſoupcons, & augmenter l'embarras & la perpléxité où il ſe trouvoit déjà. Comme il promenoit ſon chagrin, il paſſa heureuſement à la place du marché, & y rencontra ſon Païſan, qui étoit venu vendre quelques denrées en ville. Le regardant comme un Ange tutelaire que la Providence lui envoyoit, il courut à lui, le tira à l'écart, & après lui avoir déchargé tout ce qu'il avoit ſur le coeur, il finit en diſant qu'il avoit grand beſoin d'un bon conſeil, parce qu'il ne ſavoit abſolument à quoi ſe déterminer. Le Païſan, après l'avoir écouté tranquilement, lui répondit, qu'il n'y avoit pas à balancer, ni de tems à perdre; qu'il faloit qu'il ſortit inceſſamment d'un Ville, où ſa

† *Klemzau*, p. 131.

vie

vie n'étoit pas en fureté, & qu'il allât trouver fon Oncle *Vratislaf*, pour lui demander fes bons avis, fur le parti qu'il avoit a prendre. Sur le champ *Jean Lange* va lui acheter une épée, un bouclier, des bottes, des éperons, avec tout ce qui appartient à l'équipage d'un Cavalier, monte à cheval avec lui, le conduit au Château d'un Gentilhomme voifin, & de là chez toute la Nobleffe des environs. Dans l'efpace de quelques jours, il fe forma une conféderation des principaux Gentils-hommes du païs, qui s'étant affemblés au nombre d'environ 300. reconnurent avec joye leur nouveau Souverain, firent un emprunt pour l'habiller & pour l'équiper d'une manière qui répondit à fa naiffance & à fa dignité, & le conduifirent en pompe à *Barth*, où il fut recû par fon Oncle *Vratislaf* avec de grandes démonftrations d'amitié. L'avis de ce Prince fut, qu'il étoit à propos que *Bogislas* retournât fur fes pas, & qu'il fe rendit à *Rügenwalde* avec toute fa fuite *, pour ôter à la Ducheffe fa Mére la Régence du païs, & pour s'affurer de fa perfonne, jusqu'à ce qu'on eut éclairci tous les différens articles qui étoient à fa charge. Ce confeil qui étoit peut-être un peu violent, ne put qu'avoir l'approbation du nouveau Duc, qui étoit plein de reffentiment contre fa Mére. Auffi fe hâta-t-il de l'executer. Mais la chofe ne fut pas tenuë fi fecrete, que la Ducheffe n'en eut quelque vent. Elle comprit d'ailleurs, que fi fon fils revenoit avec tant de diligence, ce n'étoit pas qu'il fut impatient de la revoir, & que ce n'étoit pas auffi pour lui faire honneur, qu'il menoit avec lui une efcorte de 300. Gentils-hommes. Ainfi, d'abord qu'elle eut appris que fon fils s'étoit mis en chemin pour revenir à *Rügenwalde*, elle ramaffa promptement tout ce qu'elle avoit de précieux, & fe retira avec *Jean Maffan* & toute fa Cour à *Danzig*. *Bogislas*, qui avoit eu le tems de réflêchir, eut affez de prudence pour comprendre, qu'il ne devoit, ni lui courir après, ni la réclamer. Effectivement il ne convenoit guere à un fils, de faire le procés a fa Mére, & encore moins de lui faire chez des étrangers un affront, dont la honte auroit réjailli de la perfonne coupable, fur toute fa Maifon.

* *Klemzau*, ub fup.

Pour

Pour ne pas interrompre ce que j'ay à dire du caractère, & des actions de *Bogislas*, j'acheverai de rapporter ici, ce qui se passa dans la suite entre ce Prince & sa Mére. La Duchesse demeura à *Dantzig*, dix ans entiers. Comme le Duc étoit charmé de la savoir loin, & de n'en entendre plus parler, elle se félicitoit de son côté, de n'être plus observée, & de vivre à l'abri de toute recherche. Mais elle dépensa insensiblement la plus grande partie de son trésor (*). Lorsqu'elle commença à se trouver à l'étroit, elle écrivit à son fils des lettres pleines de soumission, dans lesquelles elle le prioit d'oublier le passé, de lui rendre son amitié, & de lui permettre de revenir en Poméranie. Comme ces lettres n'eurent pas le succès qu'elle s'en étoit promise, elle s'adressa au Roi de Pologne, à l'Electeur de Brandebourg, & à d'autres Princes, & les pria avec les plus fortes instances, de lui accorder leur intercession, * *pour engager son fils à lui pardonner les fautes qu'elle avoit commises à son égard.* „ *Bogislas* refusa pendant quelque „ tems de se rendre à ces sollicitations. A la fin cependant il se laissa „ flêchir. Il considéroit, dit *Klemzau*, que quelque sujet qu'il put „ avoir de se plaindre de sa Mére, il ne devoit pourtant pas l'abandonner, ni la laisser périr. Il la reçut donc en grace en 1485. & lui „ déclara, que non seulement il lui pardonnoit du fonds de son coeur „ tout le passé, mais qu'afin qu'elle pût vivre en Princesse, il lui assignoit encore pour son Doüaire, le Chateau, la Ville, & le Baillage de *Stolpe*. Après cette réconciliation, c'est toujours *Klemzau* „ qui parle, la Duchesse témoigna une véritable repentance d'en „ avoir si mal usé avec ses enfans, avoüant sa faute, à Dieu & aux „ hommes, & montrant par la pénitence, ou elle passa tout le reste „ de sa vie, qu'elle se la reprochoit continuellement à elle-même. „ Quand elle avoit occasion de voir le Duc, elle s'humilioit devant lui, „ & s'inclinoit beaucoup plus, que n'auroit pû le faire le dernier des „ sujets.

* *Klemzau*, p. 168.

(*) *Klemzau*, p. 167. *Micrælius*, Lib. III. p. 295. *Dan. Cramers Pommerisches Kirchen Chronicon.* *Stettin* 1628. Lib. II. cap. 46. p. 121.

„ ſujets. Les lettres auſſi qu'elle lui écrivoit, étoient pleines de tendreſſe & de ſoumiſſion, & le fils y liſoit avec plaiſir, l'entier changement qui s'étoit fait dans le coeur de ſa Mére. Elle finiſſoit ordinairement ces lettres, en priant Dieu, qu'il eut plus de ſoin de la perſonne du Duc, qu'elle n'en avoit eu elle même. Auſſi *Bogislas* évita-t-il de lui donner jusqu'au moindre chagrin. Au contraire, il lui rendit toute ſorte d'honneurs, & pourvut largement à ſon entretien. Elle mourut tranquillement & raſſaſiée de jours ſur la fin de l'an 1497. „

A' l'égard de *Jean Lange*, qui vivoit encore en 1498. il conſerva pendant toute ſa vie la confiance, & les bonnes graces du Duc (g), qui toutes les fois qu'il le voyoit, ſe faiſoit un plaiſir de raconter aux perſonnes qu'il avoit autour de lui, les bons & importans ſervices qu'il avoit reçûs de *Lange*. Ce Païſan (*), qui, quelques offres qu'on lui fit, ne voulut jamais changer de condition, ni quitter ſon habit & ſon village, avoit la permiſſion de venir à la Cour, quand il le jugeoit à propos; & les Officiers de la Maiſon avoient ordre non ſeulement de le bien traiter, mais encore de lui fournir généralement tout ce qu'il pourroit demander. Il entroit librement chez ſon Souverain, & lui parloit auſſi familièrement qu'il avoit fait, lorsqu'il l'aborda pour la premiere fois à *Rügenwalde* *. S'il arrivoit quelque déſordre dans ſon village, ou dans les endroits voiſins, il en avertiſſoit le Duc, afin qu'il y apportât du remède, & le Duc de ſon côté, au lieu de rebuter les avis, & les conſeils d'un Païſan, y déféroit le plus ſouvent, & s'en trouvoit toujours bien. Un jour que *Bogislas* vouloit congédier un vieux Financier †, que l'on accuſoit de s'être enrichi aux dépens de ſon Maitre, & du Public, *Lange* lui dit avec ſa franchiſe ordinaire: *Vois-tu*, Bogislas, *les gens de cette ſorte, ſont une vermine, dont nous ne pouvons nous défaire entierement.*

* *Klemzau*, p. 234.

† *Klemzau*, p. 234.

Tu

(g) *Klemzau* remarque, que lorsque *Bogislas* revint de la Terre Sainte en 1498. *Lange* ſe rendit à *Stettin* pour le feliciter de ſon retour. *Klemzau*, p. 234.

(*) *Klemzau* p. 132. 133. *Micralius* Lib. III. p. 296.

Tu veux renvoyer cet homme, que nous avons engraissé, & rassasié, pour nous en donner un autre, qui étant maigre & affamé, nous sucera de nouveau jusqu'au sang. Laisse nous donc celui que nous avons mis à son aise, & que nous pouvons contenter plus facilement. Le Duc goûta la répréſentation, & y eut égard, parce qu'il étoit bien perſuadé que *Lange* n'étoit pas homme à ſe laiſſer corrompre par les financiers. L'aſcendant que ce Païſan avoit ſur l'eſprit de ſon Maitre, & la liberté qu'il prenoit de dire quelquefois ſon avis aux Courtiſans, & même aux Favoris, lui ſuſcita des envieux, qui ne pouvoient ſouffrir, qu'un Manant eut l'oreille du Duc, & qu'il partageât avec eux la confiance & les bonnes graces de ce Prince. Mais *Lange* n'en faiſoit aucun cas, parce qu'il ne ſe départit jamais de la réſolution qu'il avoit priſe dés le commencement, de ne demander jamais ni récompenſe, ni gratification, à ſon Maitre *. Le Duc lui offrit pluſieurs graces, & en vint même jusqu'à lui déclarer, qu'il pouvoit demander tout ce qu'il voudroit, avec la ferme aſſurance de l'obtenir; mais il ſe montra inflexible ſur cet article, & après beaucoup d'inſtances & de ſollicitations, qui avoient pour but de lui faire ſentir, que ſa trop grande roideur pourroit déplaire au Duc, il ne conſentit enfin d'accepter que la ſeule franchiſe des corvées, & des autres droits que les Païſans payoient au Souverain. Encore ne voulut il pas que cette immunité fut étenduë à ſes enfans. (*) „Je ſuis Païſan, *diſoit-il*, & je veux que mes enfans „ demeurent Païſans. Ils vivront heureux dans leur condition s'ils „ ſont honnêtes gens. S'ils ne le ſont pas, la liberté qu'on leur offre „ leur ſera véritablement nuiſible, & les rendra en même tems pareſ- „ ſeux & orgueilleux. La pareſſe les précipitera dans la pauvreté; „ l'orgueil ne ſera propre qu'à leur ſuſciter des ennemis, & à les faire „ regarder de mauvais oeil, tant par les petits, dont ils voudront ſe diſtin- „ guer, que par les grands avec lesquels ils voudront ſe confondre.„ Je ne crains point que l'on me reproche ici d'avoir chargé & embelli le portrait de *Lange*, parce que je n'ay presque fait que traduire les

* Klemzov. p. 132.

 pro-

(*) *Klemzan*, p. 236. *Micral.* Lib. III. p. 296.

propres paroles de *Klemzau*, & de *Micrælius*. Sous un extérieur groſſier & ruſtique, il cachoit beaucoup de diſcernement, de modeſtie, de probité, & ſi j'oſe le dire, un fond de délicateſſe & de générosité. Ces grandes qualités étoient d'autant plus eſtimables dans ſa perſonne, qu'elles étoient inconnuës aux gens de ſa condition, & peut-être auſſi rares parmi les grands, que parmi les petits. Enfin *Lange* mourut dans une grande vieilleſſe, & fut enterré dans le Cimetiere commun de ſon village. S'il avoit accepté les richeſſes & les dignités qu'on lui offrit en différentes occaſions, on lui auroit dreſſé ſelon les apparences quelque ſuperbe Mauſolée. Parce qu'il préfera de les mépriſer, on le confondit avec des villageois, dont il n'avoit voulu ſe diſtinguer que par ſon mérite; & *Bogislas* lui-même, qui fit faire de magnifiques obsèques à la Ducheſſe ſa Mére, tant en Poméranie, qu'à Veniſe, où il apprit la nouvelle de ſa mort, oublia peut-être de faire le même honneur à un homme, à qui il devoit beaucoup plus qu'aux perſonnes qui lui avoient donné la vie.

De retour à *Rügenwalde*, Bogislas convoqua les Etats du Païs (*), qui lui firent des complimens de congratulation, de ce qu'il étoit ſorti de ſervitude, & prirent des meſures avec lui, par rapport à l'hommage, que les Sujets devoient rendre à leur nouveau Souverain. On convint, que le Duc ſe transporteroit dans les principales Villes de ſon Etat, pour recevoir en perſonne le ſerment de fidélité du Clergé, de la Nobleſſe, & de la Bourgeoiſie, ce qui fut exécuté. Mais, comme on ne fit aucune mention dans l'Aſſemblée des Droits de la Maiſon de Brandebourg, il en réſulta de nouvelles conteſtations avec l'Electeur *Albert*, ſurnommé *l'Achille*. Selon le Traité que cet Electeur avoit conclu deux ans auparavant avec *Eric*, Duc de Poméranie, *Bogislas* auroit dû demander à l'Electeur l'inveſtiture de la Duché de *Stettin*, comme la choſe ſe pratique, toutes les fois qu'un fief vient à vaquer, par la mort du feudataire, ou du Seigneur direct. Il devoit confir-

mer

(*) *Klemzov*. p. 133. *Cramer*. Lib. II. p. 45. *Micral*. Lib. III. p. 296.

mer aussi l'expectative, que la Maison de Brandebourg avoit sur la Poméranie. Mais il refusoit absolument d'accomplir ces deux conditions du Traité, surtout la premiere; & il répondit à ceux qui l'en sommerent de la part de l'Electeur, qu'un aveu surpris, & forcé, que l'on avoit arraché à son Pére, ne tiroit point à conséquence, & ne pouvoit préjudicier aux Droits des Ducs de Poméranie, qui possédant un fief immédiat de l'Empire, ne devoient relever aussi que de l'Empereur.

L'Electeur ayant compris par cette réponse, qu'il n'avoit point d'autre parti à prendre, que de soutenir son droit par les armes, s'approcha de la Poméranie avec un corps de dix mille hommes. *Bogislas* jugeant que l'Electeur, qui s'avancoit par la Nouvelle Marche, commenceroit son expédition par le siege de la ville de *Kyritz*, alla s'y enfermer fort imprudemment, avec le peu de troupes qu'il avoit ramassées à la hâte (*), & qui pouvoient monter à 600 hommes de cheval, & autant de fantassins. C'étoit précisément ce que l'Electeur souhaitoit; il fit sur le champ investir la Ville, qu'il se promettoit d'emporter au bout de quelques jours. Maitre de la ville, il le devenoit en même tems de la personne du jeune Duc, qui, pour se tirer d'une nouvelle servitude, encore plus facheuse que la premiere, auroit été obligé d'accepter toutes les conditions que le vainqueur jugeroit à propos de lui préscrire. Aussi le Duc, & les Gentilshommes qu'il avoit autour de lui, sentirent-ils parfaitement la faute qu'ils avoient faite, de s'enfermer dans une Ville qui n'étoit point de garde, & qui n'étoit d'ailleurs pourvuë, ni de vivres, ni de munitions. On tacha à la vérité de réparer cette faute, en faisant dans un même tems différentes sorties, à la faveur desquelles on se promettoit de forcer le passage, & de faire évader le Duc. Mais l'Electeur, qui étoit l'un des plus grands Capitaines de son siècle, n'étoit pas homme à prendre le change. Les assiégés trouverent toutes les avenües si

(*) *Klemzau*, pag. 134. *Micralius* met 1000 fantassins. Lib. III, p. 269.

bien gardées, & ils furent repoussés si vigoureusement de tous côtés, qu'ils ne penserent plus à faire de nouvelles sorties. Heureusement pour *Bogislas*, il y avoit dans la Ville un vieux Gentilhomme, nommé *Jean Kussau*, homme de tête & de main, qui regardant comme un coup de partie, d'empêcher que son Maitre ne tombât entre les mains de l'Electeur, chercha les moyens de le tirer du mauvais pas, où il s'étoit engagé, & y réüssit. *Kussau* qui avoit ses terres dans le voisinage de *Kyritz*, & qui par cette raison connoissoir parfaitement le terrain, savoit qu'il y avoit au pied du Couvent des Religieuses, un étang dans lequel se dégorgeoit un marais, qui s'étendoit à plusieurs lieües, & qui n'étoit point gardé par l'ennemi, parce qu'il étoit impraticable. Il fit donc appeller le poissonnier, ou le païsan, qui avoit affermé cet étang, & qu'il avoit souvent vû poser ses paniers au milieu du marais pour y prendre des anguilles. A force d'argent, & de promesses, on obtint du païsan, qu'il tenteroit ce qui avoit passé jusqu'alors pour impossible. Dès l'entrée de la nuit suivante, le Duc & *Jean Kussau* se mirent dans la nasselle du poissonnier, qui, après avoir passé l'étang avec eux, les conduisit à pied au travers du marais. Ils y coururent plusieurs fois risque de la vie, s'enfoncant dans la bourbe jusqu'aux aisselles, & ne pouvant, ni avancer, ni reculer. Ils se reconnurent cependant au point du jour, & ayant gagné le bord du marais, ils arriverent sains & saufs au Château du Gentilhomme. Comme la Noblesse de Poméranie, aussi-tôt qu'elle fut informée du Siege de *Kyritz*, s'étoit empressée de monter à cheval, pour aller dégager le Duc, & que les Villes aussi avoient fait partir en diligence les troupes qu'elles étoient obligées de fournir en tems de guerre, *Bogislas* se vit bientôt en état de tenir la campagne, & de marcher même à l'ennemi. L'Electeur de son côté, d'abord qu'il eut appris l'évasion du Duc, jugea à propos de lever le Siege de *Kyritz*, & de partager ses troupes d'une maniere, qu'elles pussent couvrir la Nouvelle Marche. Cela n'empêcha pas que *Bogislas* n'y fit irruption, & qu'il n'emportât même d'emblée la petite ville de *Bernstadt* †. Il se commit de part & d'autres quelques

Der Plänische Bruch.

† *Cramer.* Lib. II. c. 45. p. 116.

ques hostilités ; mais, comme l'Electeur recevoit de frequens Couriers de l'Empereur *Frederic III.* qui le pressoit de venir prendre le commandement de l'Armée, que l'Empire assembloit contre *Charles le Hardi*, Duc de Bourgogne, qui assiegeoit la ville de *Nuys*, il accepta avec plaisir les bons offices des Ducs de Meklenbourg, qui ayant été les Médiateurs du Traité conclu en 1472. avec *Eric II.* Pére de *Bogislas*, promettoient de le faire ratifier au fils. Il étoit stipulé par le nouveau Traité que chacun garderoit les places qu'il avoit conquises pendant la guerre, que les prisonniers seroient rendus de part & d'autre sans rançon, & que le Duc confirmeroit l'expectative, que les Electeurs de Brandebourg avoient sur la Poméranie, avec tous les Traités qui subsistoient entre les deux Maisons. A l'égard de l'Article de l'Investiture, il y a toute apparence qu'il ne fut pas bien éclairci ; car il donna lieu à un incident qui faillit à rompre le Traité. Dans la premiere entrevûe que les deux Princes eurent à *Prentzlau*, l'Electeur s'approcha fort amiablement du Duc, & lui présenta la main, en lui disant : *Mon Cousin, je vous investis de vos Etats.* Mais le Duc, au lieu de toucher la main à l'Electeur, en signe d'aveu, retira le bras, & répondit avec colere : *Ce n'est pas notre accord. Je veux que trois fois sept Diables m'emportent si je l'entends ainsi* (b). Sur le champ *Bogislas* sort comme un furieux de l'appartement, monte à cheval, & va trouver, à *Pasewalck*, son Oncle *Wratislaff*, qui n'étant pas accommodé avec l'Electeur, conseilla à son Neveu de tenir ferme, & de ne pas achepter la paix par une bassesse. Cependant les Ducs de Meklenbourg ayant suivi *Bogislas* à *Pasewalck*, firent tant par leurs représentations, qu'ils le ramenerent à *Prentzlau*, où le Traité fut enfin conclu & signé. On y avoit ajouté que, pour cimenter la paix & l'union entre les deux Maisons, le Duc épouseroit la Princesse *Marguerite*, Niéce de l'Electeur, & fille de l'Electeur *Frederic* second ; & ce fut selon les apparences la considération qui contribua le plus à le 1474

(b) *Es ist so nicht geredet: Da sollen ihn drey Sieben Teuffel durchfahren.* Micrælius, Lib. III. p. 197.

† p. 139. à le fléchir. *Klemzau* rapporte † qu'après la conclusion du Traité *Bogislas* vit une seconde fois l'Electeur, qui lui dit en riant : *Je vois, mon Cousin, que vous avez la tête un peu chaude, & que vous vous laissez aller facilement* (i) *à de fausses insinuations.* Le Duc répondit, mais sans se fâcher : *il est vrai, mon Cousin, que je ne plie pas facilement.* Je dois avertir ici que les Historiens de la Marche, ne font aucune mention des particularités que je viens de toucher. Ils disent simplement, que les Ducs de Meklenbourg déterminerent *Bogislas* à confirmer le Traité de 1472. & à recevoir en conséquence l'investiture de ses Etats des mains de l'Electeur. Ainsi je laisserai la chose indécise. J'avoüe cependant que les Historiens de Poméranie me paroissent beaucoup plus dignes de foi sur cet Article. D'un côté ils

† *Micral.* L. III. p. 297. en appellent † à une Lettre de *Magnus*, Duc de Meklenbourg, qui contenoit tout ce détail. De l'autre, si on en excepte le seul *Leutinger*, qui paroit avoir écrit sur des Mémoires, que la Cour lui fournissoit, mais dont l'Histoire ne commence proprement qu'avec le seiziéme siecle, les autres Historiens de la Marche sont des Ministres, des Régens, & en un mot des gens de lettres, qui rapportent ce qu'ils ont appris par les nouvelles publiques, ou trouvé dans des Chroniques compilées par des Moines. Au lieu de cela les Historiens de Poméranie étoient des gens employés dans les affaires, qui avoient accès aux Archives, & dont le témoignage est par conséquent d'un tout autre poids. Quoiqu'il en soit, le mariage du Duc avec la Princesse *Marguerite* s'accomplit, après que l'Electeur fut revenu dans ses Etats, c'est à dire au mois de Février 1476. & le Duc *Wratislaff* qui continüa toujours de faire la guerre à l'Electeur, étant mort deux ans après (k), *Bogislas* qui étoit alors âgé de 24 ans, s'appliqua tout entier

(i) On prétend que *Matthias* Roi de Hongrie, qui ne cherchoit qu'à susciter des affaires à l'Empereur *Frederic III.* & aux Princes qui étoient dans ses intérets, faisoit solliciter secrètement *Bogislas* de continüer la guerre contre l'Electeur.

(k) Le 13. Decembre 1478. *Klemzau* p. 148. 149. *Cramer.* Lib. II. cap. 46. p. 116. *Petri*

tier à profiter de la paix dont il jouïssoit, pour rendre ses sujets heureux, & ses Etats florissants.

Les Historiens remarquent que ce Prince n'avoit pas un génie fort pénétrant (l), c'est à dire, qu'il n'étoit pas de ces esprits vifs & enjoüés, qui ayant d'heureuses saillies, sont aussi sujets à faire de grandes bévuës, mais qu'il avoit par contre du bon sens, & un jugement solide. Il faut effectivement qu'il eut non seulement beaucoup de bon sens, mais encore un grand fond de modestie, pour former le plan que je vais exposer, & pour le mettre en exécution. Aussi-tôt qu'il fut parvenu à la Régence, & qu'il se vit chargé de la conduite des affaires, il sentit que n'ayant (m) ni étude, ni expérience, il ne pourroit que se tromper, & être trompé à tout moment, s'il entreprenoit de faire les choses à sa tête, & qu'il n'avoit point d'autre parti à prendre, que d'avoir un bon Conseil, qui le dirigeât dans toutes les affaires qui étoient au dessus de sa portée. Fixe dans cette résolution, il eut après cela assez de discernement pour faire un bon choix, assez de générosité, pour payer les Membres de son Conseil d'une maniere qui les mettoit à l'épreuve de toute corruption, & qui leur ôtoit la pensée de chan-

Petri Stephani J. C. & Prof. Gryphswald. *Chron. Pomer.* an. 1647. MSpt. Biblioth. Regiæ. Lib. III. p. 42.

(l) *Der Verstand war zimlich, aber doch nicht allzu spitzig.* *Klemzau*, p. 318.

(m) J'ai déjà remarqué que *Bogislas* n'avoit appris autre chose au College de *Rügenwalde*, qu'à jargonner quelques mots de mauvais Latin. On pourra juger de sa Latinité par cet échantillon. *Ludke Hane*, Capitaine du Château d'*Uckermünde*, ayant montré à Bogislas une étoffe extrêmement riche, qu'il avoit achetée pour en faire un habit à sa femme, le Duc qui trouvoit l'habit trop magnifique, mais qui ne vouloit pas mortifier *Ludke Hane*, sachant que celui-ci n'entendoit pas le Latin, se tourna vers les gens de sa suite, & leur dit : *Ah! Ah! hoc est nimium multum. Mea mater non habuit talem tunicam. Sed tantum uxor bene habuit, quæ fuit una filia regis.* C'est de l'Allemand rendu mot à mot en Latin. *Klemz.* p. 318.

changer jamais de maitre, & enfin assez de docilité, pour ne rien faire à l'insçu & sans l'approbation d'un Conseil auquel il avoit donné sa confiance.

Il commença par prier l'Electeur de lui céder *Verner Schulenbourg*, qu'il se proposoit de mettre à la tête des affaires ; parce qu'il sentoit le besoin qu'il avoit d'un homme d'autorité, pour retablir l'ordre & la dépendance, dans un païs où depuis longtems on n'en connoissoit point. (*Hoffmeister*.) Effectivement *Schulenbourg* qui étoit Grand-Maitre de la Maison de l'Electeur, & Gouverneur de la Forteresse *de Löknitz*, avoit la réputation d'être en même tems grand Capitaine, & grand homme d'Etat ; il joignoit à une expérience consommée dans les affaires, une probité qui ne s'étoit jamais démentie, & mille autres bonnes qualités, qui lui avoient acquis une estime générale. On peut juger de la considération où il étoit à la Cour de Brandebourg, par la maniere dont l'Electeur répondit à la demande de *Bogislas*. Ne voulant pas desobliger le Duc, ni se priver lui-même d'un sujet qui lui étoit utile, il permit à *Schulenbourg* de passer au service du Duc de Poméranie, & lui conserva en même tems les Emplois qu'il avoit à sa Cour, avec les émolumens qui y étoient attachés. En cela l'Electeur n'obligea pas un ingrat. Aussi longtems que *Schulenbourg* vêcut, il n'épargna rien pour entretenir une bonne intelligence entre ses Maitres ; & s'il y eut de tems en tems de la froideur, & même des contestations entre les deux Cours, il empêcha au moins que les choses n'en vinssent jamais à une guerre ouverte. *Bogislas* de son côté, dit *Klemzau* †, fit à *Schulenbourg* un pont d'or pour l'attirer à son service & pour l'y retenir. Non content de le déclarer Capitaine général de la Duché de *Stettin*, ce qui étoit la premiere dignité de l'Etat, il lui donna encore la Ville & le Bailliage de *Penkun*. Il associa à ce premier Ministre *George Kleist*, qu'il créa ensuite son Chancelier *. *Kleist* étoit un Gentilhomme de Poméranie, qui, contre la coutume de son siecle, de son païs, & des gens de sa condition, s'étoit

† p. 151. 152. *Micræl.* L. III. p. 299.

* *Klemzau* p. 159.

toit appliqué aux études & s'y étoit distingué. Il étoit bon Jurisconsulte, & entendoit d'ailleurs parfaitement les Constitutions & les Coutumes de sa Patrie. C'etoit par conséquent l'homme qu'il faloit à *Bogislas* pour établir une bonne justice dans ses Etats. De l'avis de ces deux Ministres † il nomma les autres Membres de son Conseil, qui étoient tous des gens d'honneur, & capables de bien remplir les différens Emplois dont ils étoit chargés. Le Conseil étant ainsi formé, & ayant été confirmé par les Etats du Païs, on vit bientôt la Poméranie se relever de la décadence où elle étoit depuis plusieurs Siecles, & ressentir les salutaires effets d'un bon gouvernement. *Bogislas* fit en particulier deux choses qui lui acquirent une grande réputation, & qui furent bientôt imitées par les Princes voisins.

† *Klemzau* p. 153.

Premièrement, il vint à bout de rétablir dans ses Etats l'administration de la Justice; & de cette maniere il remèdia pleinement aux injustices, aux violences, & aux brigandages qui se commettoient dans les Villes & à la campagne. *La Pomeranie*, dit Klemzau, *se trouvoit à cet égard dans le plus affreux de tous les desordres; ni les villes, ni la noblesse, ne respectoient plus l'autorité du souverain.* C'étoit effectivement un vieux mal, qui s'étendoit non seulement à notre Marche, mais encore à la plûpart des Provinces du Nord. Comme il ne venoit pas tant de la barbarie du siecle, ou de la ferocité des peuples Allemands, que de la constitution même des affaires, il ne sera pas inutile d'en déveloper la cause avec quelque détail. Ce sera le moyen de juger, si la Noblesse & les Villes ont raison de soupirer après l'ancienne liberté, & de se plaindre de la dépendance, où nous vivons aujourdhui. p. 153.

Lorsque les Saxons eurent commencé vers le milieu du XII Siecle (*n*) à prendre le dessus, & à chasser les Peuples Vandales, ou plutôt Venedes, de la plûpart des contrées qu'ils occupoient au delà de l'Elbe, on jugea que, pour abattre entierement les Venedes, qui,

Mmm 2 soit

(*n*) Sous *Henri le Superbe*, & *Henri le Lion*, son fils, Ducs de Saxe.

soit par amour pour la liberté, soit par prévention contre la Religion Chrêtienne, qu'on vouloit leur faire recevoir par la force, n'avoient jamais manqué depuis plus de deux siécles, de se soulever à la premiere occasion favorable qui s'en présentoit, il étoit à propos d'établir, dans le cœur même de la Vandalie, de puissantes Colonies d'Allemands, & de les remplir de gens de guerre, qui fussent capables de tenir sous le joug les habitans naturels du païs. Les Ducs de Poméranie, quoiqu'ils fussent Venedes, entrérent dans le même projet, après qu'ils se furent détachés de la Pologne, & qu'ils eurent été reçus par l'Empereur *Frederic Barberousse* au nombre des Princes de l'Empire. On invita donc les Allemands, & surtout les Saxons, à venir s'établir dans la Vandalie (o), & on promit toute sorte de Privilèges & d'immunités à ceux qui voudroient s'y transplanter. Les Marchands, les Artisans, & en général tous ceux qui étoient de condition bourgeoise, eurent la permission de bâtir des Villes, de les fortifier, & de les garder eux-mêmes, sans être jamais obligés de recevoir contre leur gré une garnison étrangere. On leur permit aussi de choisir eux-mêmes leurs Magistrats, qui étoient autorisés à juger les Causes, & à punir les délits, selon le Droit Saxon. Le Privilege des Villes portoit encore, qu'elles ne seroient pas obligées de recevoir aucun habitant Venede, encore moins de lui accorder le Droit de Bourgeoisie, & que les affaires de Justice seroient portées par appel aux Scabinats de *Halle*, de *Magdebourg*, ou à quelque autre Cour de Justice, dans laquelle les causes se décidoient suivant le Droit Saxon. Quand tout cela fut exécuté, il se trouva que le Prince s'étoit dépouïllé lui même de toute son autorité, & qu'il n'avoit absolument rien à commander dans les Villes de sa Domination. Il jouïssoit d'une taille modique sur les Maisons & sur les terres des Bourgeois. Le Magistrat qui étoit chargé de la lever, en avoit une partie pour le Droit de Collecte, & rendoit

(o) *Albert l'Ours* établit plusieurs Colonies Flamandes le long de l'Elbe. Mais elles furent placées sur la rive gauche & occidentale de ce fleuve, au moins pour la plus grande partie.

doit compte de l'autre. On observoir la même chose par rapport aux amendes. En tems de guerre aussi les Villes fournissoient un certain nombre de fantassins pour la défense de la Patrie. Mais il faloit pour cela que la guerre eut été résoluë par les Etats, dans lesquels les Villes tenoient un rang considérable. Hors de cela les Villes ne reconnoissoient en aucune maniere l'autorité du Souverain. Elles faisoient même sonner si haut leurs Privilèges, qu'elles prètendoient traiter avec le Souverain, comme d'égal à égal. Quand le Prince avoit quelque grief contre la Bourgeoisie, ou la Magistrature d'une Ville, ceux-ci prétendoient qu'il devoit faire porter la cause à un Scabinat étranger, pour y être jugée. Tout de même quand les Domestiques du Prince commettoient quelque délit dans une Ville, le Magistrat, au lieu de remettre le criminel au *Hausvogt*, c'est à dire au Juge de la Maison ou des Domestiques du Prince, l'envoyoit à sa propre prison, instruisoit le Procès, & faisoit exécuter le criminel, quelquefois sous les yeux même, & malgré toutes les oppositions du Maitre. Je trouve encore que la Bourgeoisie étoit quelquefois de si mauvaise humeur, qu'elle fermoit ses portes au Souverain, lorsqu'il vouloit y entrer à des heures induës. Nous sommes chargés, disoient-ils, de garder nos portes, & les Villes fortifiées ne s'ouvrent pas de nuit. On lit, par exemple, dans une Chronique Manuscrite de l'Electorat de Brandebourg †, qu'un des premiers Electeurs, qui résidoit ordinairement à *Tangermünde*, étant venu passer quelque tems à *Berlin*, demanda à la Bourgeoisie qu'on lui remit l'une des portes, afin qu'il put entrer dans la Ville, & en sortir, quand il le jugeroit à propos. Les Bourgeois s'étant assemblés pour délibérer sur sa demande, la rejetterent comme leur étant préjudiciable, & se révolterent même à cette occasion.

† *Haffitius ad annum 1440.*

Le désordre etoit encore plus grand dans le plat païs. La Noblesse Allemande ayant préféré le sejour de la campagne, on la mit en possession des terres que les Venedes avoient abandonnées, ou dont on les depossédoit, quand ils refusoient d'embrasser le Christianisme.

Pour mieux tenir en bride les habitans naturels du païs, qui étoient presque tous des gens de main morte, que l'on tenoit dans une dure servitude, les Gentilshommes eurent la précaution de s'etablir dans des lieux naturellement forts, & d'y batir des Châteaux qui ne pouvoient être forcés que par un corps de troupes réglées. En fureté dans ces retraites, la Noblesse se rendit bientôt indépendante, ne reconnoissant en aucune maniere l'autorité du Souverain, & négligeant bien souvent de lui demander jusqu'à l'investiture des fiefs, qu'elle tenoit cependant de sa pure libéralité. Quand un Gentilhomme avoit quelque grief contre un autre Gentilhomme, ou contre une Ville, au lieu de porter ses plaintes au Souverain, il envoyoit (p) défier son ennemi, ce qui étoit une déclaration de guerre formelle. Les Villes prenoient le même parti dans les différens qu'elles avoient avec la Noblesse, ou avec d'autres Villes; chacun se rendoit justice à soi-même, de sorte que la Poméranie & la Marche étoient continuellement affligées d'une foule de guerres intestines, que les sujets se faisoient réciproquement, sans qu'il fut au pouvoir du Prince de l'empêcher. Il y avoit d'ailleurs un Article qui donnoit lieu à des contestations, & à des guerres presque continuëlles, entre la Noblesse & les Villes. En conséquence d'un usage fort ancien, qui avoit passé en Loi, les gens de main morte qui se réfugioient dans une Ville, & qui y demeuroient un an & un jour sans être reconnus & reclamés, devenoient libres, & ne pouvoient plus être répétés, par le Seigneur de la terre à laquelle ils étoient attachés. C'etoit là le grand grief de la Noblesse, qui se plaignoit qu'on lui débauchoit tous les jours ses meilleurs sujets, & qui ne manquoit jamais d'user du Droit de représailles, enlevant & retenant les Bourgeois & leurs effets, jusqu'à ce qu'on lui eut donné une satisfaction raisonnable. Enfin, car il faut trancher le mot, la Noblesse de Poméranie, & de la Marche, ne tenoit pas à deshonneur de *vivre*, ce qu'on appelloit alors, *de l'etrier*, c'est à dire, de faire le mêtier d'un véritable brigand. Un Gen-

(p) C'est ce que les Ecrivains de la Basse Latinité appellent *diffidare*; en Allemand *absagen*.

Gentilhomme qui se trouvoit mal partagé des biens de la fortune, pourvû qu'il eut du coeur, avoit toujours une ressource prête pour ne manquer de rien. Il alloit se poster dans un grand chemin, rançonnoit les passants, les dépouïlloit, les massacroit quand ils osoient faire quelque résistance, sans que de pareils attentats fussent ni recherchés, ni punis, & sans qu'ils fissent seulement jusqu'au moindre tort à la réputation d'un Gentilhomme. Je sai que cet étrange Privilége que la Noblesse s'attribuoit, *de vivre de l'etrier*, étoit un reste de l'ancienne ferocité des peuples Scythes & Celtes *, qui regardoient comme une vile populace les gens qui exercoient un mêtier, au lieu que les Nobles & les grands Seigneurs ne devoient vivre que de guerre & de rapine. Mais, outre que le préjugé pour être ancien, n'en étoit pas moins odieux, il y a d'ailleurs ici une chose qui révolte encore plus. Les brigands dont il s'agit étoient Chrêtiens. Ils prétendoient ne s'être transplantés dans la Marche, & en Poméranie, que pour y établir une Religion qui ne prêche & ne recommande que l'humanité, la justice, & la charité. C'etoit sans contredit le plus choquant de tous les contrastes.

* Voy. *Hist. des Celtes*, Liv. II. p. 346. 410.

Voilà l'état où *Bogislas* trouva les affaires, lorsqu'il parvint à la Régence. *Klemzau* le remarque avec sa naïveté ordinaire. † *On ne voyoit*, dit il, *ni justice dans les tribunaux, ni dépendance parmi les sujets. Les grands chemins n'etoient surs, ni par terre, ni par eau; chacun faisoit ce qu'il lui plaisoit. Quand une Ville avoit quelque différent avec une autre Ville, on commençoit par se rendre justice à soi-même; on saisissoit les effets des Bourgeois & des Marchands de la Ville dont on étoit mécontent. La Noblesse en usoit de la même maniere. Un Gentilhomme declaroit la guerre à une Ville, ou à un autre Vassal, à l'insçu & sans le consentement du Souverain. Quand le Prince entreprenoit de lever une armée pour remèdier au mal, les troupes des Villes ne s'accordoient pas avec celles que la Noblesse fournissoit, de sorte qu'il est facile de se représenter l'étrange confusion qui devoit résulter de tous ces abus.*

† p. 153-159.

Il faut que je rapporte à cette occasion l'une des avantures dont la vie de *Bogislas* est toute remplie. Elle est des plus grotesques, mais elle montrera quel cas la Noblesse & les Villes de la Poméranie faisoient de la personne & de l'autorité de leur Souverain, avant que Bogislas leur eut appris à respecter ses ordres, & à obéir aux Arrêts de son Conseil. Un jour que ce Prince etoit allé se divertir au Château de *Zanau* (9), quelques Gentilshommes de sa suite, ayant été informés qu'il devoit passer dans le voisinage une Compagnie de Marchands *, avec des Marchandises qu'ils apportoient de la Foire de *Dantzig*, se mirent en embuscade dans un lieu commode, tomberent sur le convoi, & pillerent tous les effets, qu'ils trouvoient à leur gré, sans que le Duc eut aucune connoissance de ce qui s'étoit passé. Les Marchands ayant gagné la Ville voisine de *Cöslin*, où ils avoient leur établissement, se plaignirent au Magistrat, & à tous les Citoyens qui voulurent les entendre, de la violence qu'on leur avoit faite, & assurerent bien positivement qu'ils avoient été pillés par des gens de la Cour, qui s'etoient réfugiés avec leur butin au Château de *Zanau*. L'émotion que cette nouvelle causa parmi la Bourgeoisie, qui couroit de toutes parts aux armes, ne permit pas au Magistrat de prendre dans cette occasion le parti le plus sage, & le plus modéré, c'etoit d'envoyer une Députation au Duc pour lui exposer le fait, & pour lui demander une bonne & promte justice. Aux instances des plaignans, qui étoient soutenus par la Bourgeoisie, on fit partir sur le champ une troupe de gens de pied & de cheval, qui furent chargés de saisir & d'amener les brigands, ce qui n'empêcha pas qu'on ne leur recommandât aussi, de n'user d'aucune violence. Je m'imagine que cette clause fut ajoutée par le Magistrat, qui n'approuvoit point une pareille levée de bouclier. Au reste comme il n'étoit pas possible de saisir les brigands sans qu'il y eut des coups donnés, il étoit aussi très naturel de présumer qu'une populace

* *Klemzau*, p. 262. *Micral.* L. III. p. 299.

(9) En 1480. Le Chateau de *Zanau*, qui ne subsiste plus, étoit situé sur la Montagne, qui les gens du païs appellent le *Gollenberg*, à un mille d'Allemagne de la ville de *Cöslin*.

pulace armée, & transportée de fureur, ne feroit pas une semblable expédition sans user d'une très grande violence. Quoiqu'il en soit, les troupes étant arrivées au Village de *Zanau*, & y ayant appris que les brigands étoient effectivement rentrés dans le Château *, l'entourerent de tous côtés, afin que personne ne leur échapât, pendant que les plus furieux se jetterent dans la cour, criant à tuë-tête qu'il faloit assommer tous ces coquins. Le Duc qui ne pouvoit comprendre, ni, qui étoit cet ennemi, ni pourquoi on venoit l'attaquer si brusquement, fût extrèmement surpris, de se voir tant de gens armés sur les bras. Cependant, comme il étoit fort brave de sa personne, il ne perdit point contenance; & quoiqu'il n'eut autour de lui que cinq ou six Gentilshommes, il ne laissa pas que de donner si vertement sur les Bourgeois, qu'il vint à bout de les chasser du Château. Aprés qu'on eut levé le pont & fermé la porte, le Duc leur demanda par une embrasure ce qui les avoit amenés, & pourquoi on venoit l'attaquer à main armée. Les Bourgeois répondirent, que des Marchands de leur Ville avoient été pillés dans le grand chemin, par des gens de sa suite, qui se trouvoient actuellement dans le Château; & qu'ils étoient venus demander, qu'on leur livrât ces brigands. Le Duc les assura là-dessus qu'il n'avoit aucune connoissance du fait; il ajouta, qu'ils devoient se tranquilliser, & que, pourvû qu'ils lui nommassent les coupables, il en feroit un châtiment exemplaire, de quelque condition qu'ils pussent être. Une réponse si raisonnable ne contenta pas les Bourgeois. Le détachement étoit fort. Les Marchands ne vouloient, ni attendre, ni recevoir du Duc, une justice qu'ils étoient en état de se rendre eux-mêmes sur le champ. La populace aussi ne vouloit pas qu'il fut dit, qu'elle eut fait une expédition inutile. Ainsi les troupes ayant repris courage, assaillirent le Château, abbatirent le pont-levis, rompirent la porte, & rentrerent dans la cour les armes à la main. Le Duc s'avança à la vérité pour les repousser, & blessa même plusieurs des ennemis; mais il auroit péri à son tour sous la main d'un Bourgeois, qui allongeoit déjà sa haleborde pour le percer, si le Capitaine du Château, *Adam Podewils*, n'a-

* *Klemzen* p. 163.

n'avoit paré le coup, & terrassé le Bourgeois. 'A la fin il falut céder au nombre. Le Duc ayant été blessé, avec tous les gens de sa suite qui s'étoient mis en défense, fut contraint de se rendre prisonnier. Comme le détachement ne s'étoit pas pourvû de voitures, & que les blessés n'étoient pas en état de suivre, ni à pied, ni à cheval, quelques Bourgeois coururent au Village, firent décharger des chariots qui menoient du fumier, & y placerent le Duc avec toute sa suite, qu'ils conduisirent ainsi en triomphe à *Cöslin*. Je m'imagine qu'on n'oublia pas de mettre aussi sur les chariots, ce que les Jurisconsultes appellent le *Corpus delicti*, c'est à dire, les Marchandises qu'on dût retrouver dans le Château; mais les Historiens n'en font aucune mention. Quoiqu'il en soit, pendant que tout cela se passoit à *Zanau*, le Magistrat, & les notables de la Ville de *Cöslin*, étoient en attendant dans de grandes perplexités, sur l'issuë d'une si folle entreprise. Comme ils promenoient leurs inquiètudes dans la place du Marché *, & qu'ils attendoient avec la derniere impatience des nouvelles du détachement, ils virent arriver un Huissier, auquel les troupes avoient fait prendre les devants, pour porter à leurs Concitoyens la nouvelle de la glorieuse victoire qu'elles venoient de remporter. L'Huissier arriva en sautant & en dansant, & criant de toute sa force : *Victoire*, *victoire*, *nous avons pris tous les brigands ; nos gens les amenent*, *& le Duc avec eux*. La maniere dont il s'exprima, indiquoit qu'on amenoit les brigands, & leur chef.

* *Klemzau*, p. 164.

Cette nouvelle fut comme un coup de foudre, pour tous ceux qui prévoyoient les fâcheuses suites qu'une pareille violence ne manqueroit pas de trainer après soi. Dans une circonstance si délicate, les Senateurs ayant consulté un moment avec les principaux Bourgeois, & voyant que l'émotion de la populace étoit trop grande, pour qu'il falut penser à relâcher sur le champ les prisonniers, prirent le parti d'aller au devant du Duc hors des portes de la Ville. Celui qui portoit la parole pour tous les autres, le pria humblement de descendre du chariot pour se rendre à une auberge que le Magistrat lui avoit fait préparer,

&

& d'agréer le bon traitement que la Ville lui feroit selon ses moyens; l'assurant au reste qu'il ne lui arriveroit aucun mal, pourvu qu'il consentit de demeurer tranquillement dans la maison, avec sa suite, jusqu'à ce qu'on eut trouvé le moyen d'appaiser l'émeute du peuple. Cet arrêt où le Duc n'avoit été mis que pour la forme, ne fut aussi que de quelques jours, pendant lesquels le Magistrat n'épargna rien pour lui faire oublier le violent outrage qu'il avoit souffert. * En attendant, le bruit se répandit par toute la Poméranie, que *Bogislas* étoit détenu prisonnier à *Cöslin*. La renommée qui se plait ordinairement à grossir les objets, ajouta même qu'il avoit été assommé par les mutins. Comme le Duc étoit fort aimé, soit à cause de son bon caractère, soit parce qu'il étoit le seul Prince qui restoit de la maison de Poméranie, tout le païs se mit en mouvement pour délivrer son Souverain, ou pour venger sa mort. Comme le Magistrat reçut dans la Ville les Gentilshommes qui accouroient de toutes parts avec leurs vassaux, le Duc se vit en état de faire un exemple des séditieux, qui l'avoient traité avec tant d'indignité. Mais il préféra de donner lui-même un exemple de clémence & de modération. Soit qu'il eut été fléchi par les soumissions du Magistrat, soit qu'il comprit que les Gentilshommes de sa Cour avoient le plus de tort dans cette affaire, comme ayant été les aggresseurs, il ne voulut pas qu'il y eut du sang répandu, ni que personne fut flêtri, ou puni corporellement, à son occasion. Il consentit même que *Martin de Fregeno*, Evêque de *Camin*, *Henning Borcke*, *Carsten Fleming*, *Werner Schulenbourg*, & quelques autres Gentilshommes qu'il avoit autour de lui, accommodassent l'affaire avec le Magistrat, & la Bourgeoisie, mais d'une maniere que l'autorité du Souverain n'y fut point commise. Il eut tout sujet d'être content de la sentence que ces arbitres prononcerent (*). Elle portoit en substance;

* *Klemzan*, p. 165.

1. Que la Bourgeoisie se désisteroit d'une somme de quelques mille florins qu'elle avoit avancés au Duc *Eric* pendant les dernieres

 guerres,

(*) *Klemzan*, ub sup. *Cramer*, Lib. II. cap. 46. p. 118.

guerres, & qu'elle payeroit de plus au Fisc une amende de 3000. florins.

2. Que le Duc feroit reçû dans la Ville avec toute fa Cour, & une efcorte de 200 Cavaliers, & qu'il y feroit défrayé pendant quelques jours aux dépens de la Bourgeofie.

3. Qu'on abbattroit la porte par où le Duc avoit été conduit prifonnier, afin qu'il put entrer par la bréche.

4. Que le jour fixé pour l'entrée, le Clergé & les Compagnies Bourgeoifes fortiroient de la Ville, en proceffion, précédés de la Croix, des Drapeaux & des Etendarts, & qu'auffi-tôt que le Duc feroit en préfence, ils fe profterneroient tous en terre, lui demandant grace & merci, & le priant pour l'amour de Dieu de leur pardonner leur forfait.

5. Qu' enfin le Corps de Ville préfenteroit à la Ducheffe un joyau, avec une bourfe de 200 florins.

Tous ces Articles furent fidèlement exécutés par *la Bourgeoifie*, qui avoit encore fujet de fe feliciter d'en être quitte à fi bon marché. Au refte cet accident, bien loin de déranger le Plan que *Bogislas* avoit formé dès le commencement de fa régence, ne fervit qu'a en accélérer l'exécution. Il comprit qu'il faloit remèdier à quelque prix *que ce fut* aux brigandages que la Nobleffe commettoit jusques fous les yeux du Maitre, & apprendre auffi au Bourgeois à ne fe point rendre juftice à lui-même. En conféquence, il ordonna au Confeil qui venoit d'être établi tout nouvellement, d'écouter toutes les plaintes, de décider les caufes avec équité, & fans aucune acception de perfonnes. Il s'agiffoit apres cela de faire refpecter & exécuter les Arrêts de ce Tribunal. La chofe n'étoit pas facile, parce que les Princes de l'Empire n'avoient alors point de troupes réglées. Les Villes fe montroient toujours prêtes à fournir leur contingent, quand il s'agiffoit d'aller rafer quelque Château qui fervoit de retraite à des brigands; mais ces troupes fe re-

tiroient

tiroient quand on vouloit les mener au siège d'une autre Ville. La Noblesse au contraire ne manquoit jamais de se rendre à l'assignation, quand il étoit question de faire quelque entreprise sur une Ville, mais elle ne vouloit pas qu'on l'employât à soumettre un Gentilhomme. D'ailleurs, comme elle ne servoit qu'à cheval, elle n'étoit point du tout propre pour faire le siége d'une Ville.

Le Duc toujours occupé du bien public remèdia à cet inconvénient, en faisant agréer aux Etats, qu'il mit sur pied une Compagnie de 200 Gens-d'armes qui furent choisis parmi la Noblesse du païs. On n'eut égard* en formant cette Compagnie, ni à la jeunesse, ni à la bonne mine des sujets qui se présentoient; *Bogislas* voulut qu'elle ne fut composée que de gens d'âge & d'expérience, qui eussent non seulement du service & de la valeur, mais aussi de l'honneur & de la probité; il vouloit, dit *Klemzau*, qu'on pût les employer également au poil, & à la plume. Ce petit Corps de troupes réglées, qui paroissoit à peine suffisant pour emporter une bicoque, ne laissa pas que de rendre de bons services tant au Prince, qu'à l'Etat. Premièrement, elles nettoyerent parfaitement les grands chemins, en sorte qu'on pouvoit voyager d'un bout de la Poméranie à l'autre, sans aucune appréhension d'être, ni pillé, ni insulté; 2. Quand un Gentilhomme avoit refusé de se rendre aux sommations du Conseil, ou d'obéir à ses Arrêts, ce qui arrivoit souvent dans les commencemens, les Gens-d'armes qui connoissoient parfaitement le païs, alloient se mettre en embuscade dans les Villages, ou dans les forêts voisines du Château du Gentilhomme, & l'épioient si bien qu'il étoit enfin enlevé au dépourvû. Si le Gentilhomme qu'ils guettoient, leur échapoit, ils alloient mettre le feu à ses granges, à ses métairies, & éloignoient ceux qui accouroient pour éteindre les flammes, de sorte que le délinquant ne pouvoit éviter une ruïne totale, qu'en allant se remettre à la merci du Duc, & de son Conseil. 3. Les Gens-d'armes n'étoient pas moins redoutés dans les Villes, parce qu'au premier ordre qu'ils en recevoient, ils alloient se

* Klemzau p. 153.

rendre maitres de toutes les avenuës, & faisoient si bonne garde, qu'il ne pouvoit rien entrer dans la Ville, ni en sortir; ce qui entrainoit nécéssairement après soi la suspension du commerce, & le manque de vivres.

Après cela, *Bogislas* ne se reposoit pas tellement sur la vigilance de ses Gens-d'armes, qu'il ne se donnât souvent la peine de battre lui-même la Campagne, & de veiller en personne à la sureté des grands

* *Klemzau*, p. 159. chemins. * Malheur au brigand qu'il attrapoit en flagrant délit; car il le faisoit pendre sur le champ & sous ses propres yeux. En cela,

† p. 149. dit encore *Klemzau*, † il marchoit sur les traces de son Oncle *Wratislaf*, qui étoit aussi grand ennemi des brigands, & qui en avoit si bien purgé son païs, qu'il disoit à ses païsans: *Mes enfans, gardez vos vaches du loup; j'auray soin de les garder des voleurs.* Effectivement ce qu'il fit à l'egard d'un Capitaine de vaisseau nommé *Eysenborn*, montre qu'il étoit implacable sur cet article. Le fait est assez curieux pour mériter d'etre rapporté. (*) Pendant la guerre qui s'alluma entre la Suede & le Danemarc, à laquelle les Ducs de Poméranie ne prirent aucune part, (r) quoique les Villes Anséatiques de leur domination y fussent envelopées, le Capitaine *Eysenborn*, natif de *Barth*, qui servoit l'une des puissances belligerantes, fit une descente sur les terres du Duc *Wratislaff*, & enleva à ses païsans beaucoup de bétail & de viandes fumées, qui servirent à avitailler son vaisseau. Le Duc qui en fut informé, lui garda cette rancune pendant sept ans tout entiers. Au bout de ce terme, *Eysenborn* qui croyoit la chose oubliée, revint dans sa patrie. Malheureusement pour lui, il fut rencontré par le Duc qui étoit à la chasse, & qui, aussi tôt qu'il l'eut apperçû, lui dit: *Pourquoi dans un tel tems, & dans un tel endroit, as-tu enlevé à mes païsans leurs vaches & leur lard ?* Le Capitaine, qui ne s'attendoit pas à un pareil compliment, en fut tout bouleversé. Ayant cependant repris ses esprits

(*) *Klemzau*, p. 149. *Stephani*, L. III. p. 43.

(r) *Wratislaff X.* Duc de *Barth* & de *Rügen* parvint à la Régence en 1457. & mourut en 1478.

esprits, il répondit : *Monseigneur, cela s'est passé pendant la guerre.* Mais le Duc repliqua sans hésiter; *si nous étions alors en guerre, la paix n'est pas faite aujourd'hui; ainsi tu payeras cette affaire de ta tête.* (s) *Eysenborn* recourant aux prieres & aux supplications, dit au Duc; *j'espère, Monseigneur, que vous n'en viendrez pas à cette extrémité; mais, si on me fait quelque violence, j'ay assez d'amis pour venger ma mort.* Toutes ces représentations ne fléchirent point le Duc. Tirant de sa manche une corde dont il se servoit pour arrêter ses chiens, il y fit un noeud coulant, & dit à l'infortuné Capitaine: *voilà une cravate pour toi,* (t) *je m'accomoderai avec tes amis, comme je pourrai.* En disant cela, il ordonna qu'on mit la corde au cou du criminel, le fit attacher à un arbre, & fouëtta lui-même le cheval sur lequel *Eysenborn* étoit monté. „Il fit, dit *Klemzau*, beaucoup de pa- ub. sup. „ reils exploits, que nos vieillards racontent encore aujourd'hui avec dé- „ lectation.„ Je m'imagine qu'on trouvera dans tout cela beaucoup de férocité & de barbarie. Peut-être aura-t-on raison. Je dois avertir cependant que les idées ont entierement changé sur cet article. Dans ce tems-là un Prince, ou un Magistrat, ne se deshonoroient point, en exécutant les sentences qu'ils avoient prononcées, & en faisant eux-mêmes justice des criminels. Pour le prouver, je n'alléguerai point le célebre passage d'*Howedenus* dans lequel on a cru trouver que la charge de grand Bourreau étoit autrefois en Angleterre l'une des principales dignités des l'Etat. † *Rex Harde Canutus, Alfricum Eboracensem Archiepiscopum, Godwinum Comitem; Stir Majorem Domus, Edricum dispensatorem, Throndsummum carnificem, & alios magnæ dignitatis viros Londinum misit.* Le mot de *Carnifex* désignoit dans la Basse Latinité, non pas un Bourreau, mais un Boucher. M. *du Fresne* * en donne plusieurs exemples dans son Glossaire, & les Diplomes de notre Marche en fournissent aussi des preuves. (u) Ainsi *summus Carnifex* étoit ce qu'on

Hagenb. Germ. Med. p. 7

† *Howedenus,* ad an. 1040.

* Tom. I. p. 940.

(s) *Du must es mit dem Kragen bezahlen.*

(t) *Komm, du must in das Loch kucken.*

(u) *Nos Consules de Struzeberg præsentibus recognoscimus & protestamur, quod nos macella*

qu'on appelloit autrefois le *grand Queux*, ou comme nous le dirions aujourd'hui, *le grand Maitre de la Cuisine*. Mais au reste, on voit dans l'Histoire d'Allemagne qu'il n'y avoit autrefois point de gens établis d'office pour exécuter les criminels. Ainsi *Keysler* (x) rapporte une sentence de l'an 1400. qui charge le demandeur de pendre de ses propres mains un brigand qu'il avoit fait arrêter, ou de trouver quelcun qui en fit l'office. On y voit encore que, dans la plupart des Tribunaux, c'étoient les plus jeunes des Juges, ou des Assesseurs, qui exécutoient les criminels. *Schottelius* cite par exemple une ancienne ordonnance, qui porte *que les plus jeunes des Juges prendront le criminel, & le pendront sept pieds plus haut qu'on ne pend les autres voleurs.* (y) Enfin c'est un fait connu, qu'Henri Duc de Meklenbourg qui vivoit sur la fin du XIV. siecle, & qui faisoit les délices de ses sujets à cause de ses excellentes qualités, étoit enflammé, pour me servir des termes de *Krantzius*, (*) d'un tel zele pour la justice, qu'il pendoit de ses propres mains tous les brigands qu'il prenoit sur le fait. On l'appelloit pour cette raison *Henri l'etrangleur*, *Suspensor*, ou *Jugulator*. Si après ces éclaircissemens on trouvoit encore quelque chose de dur & de rustique dans cette maniere de procéder, bien qu'elle fut généralement établie, je pourrois ajouter aussi qu'il y a dans tout cela plusieurs choses qui me paroissent purement arbitraires; peut-être serois-je même en état de prouver que nous

cella nostra in Struxeberg, olim nostris sumtibus ædificata, ipsis carnificibus demum reliquimus. Diploma ap. *Becman.* Hist. Anh. Tom. I. p. 195. *Districte præcipimus & volumus ne ipsi carnifices carnes putridas, corruptas, sophisticas, in eorum macellis vendendo exponant.* Ibid.

(x) *Keysler*, p. 165. ex *Wehneri* Obs. præt. in voce *Besiebnen.* *So möcht er den bencken mit seiner selbst hand; oder ob er jemand hätte, der das vor ihm thäte.*

(y) *Schottel. de Ant. Germ. Jur.* cap. XXIX. 567. ex *Münsteri Cosmogr.* Lib. III. p. 1111. *in veteri ordinantia lauten die Worte also: Zwey junge frey Schoppen sollen ohm nohmen, und leiden ön sieben Fuß van der Stelle, und hengen ohn sieben Fuß höher, denn einen andern Dieb.* Voy. *Keysler*, ub. sup. p. 167.

(*) *Krantz. Vand.* Lib. IX. cap. 8.

nous conservons encore plusieurs idées, & plusieurs coutumes qui ne sont autre chose que des restes de l'ancienne barbarie. L'idée par exemple que la véritable Noblesse ne peut s'acquérir que par les armes, & qu'on peut l'acquérir, non seulement dans une guerre juste & nécessaire, mais encore dans les guerres les plus injustes, & lorsqu'on ne sert qu'en la simple qualité de volontaire, ou de mercenaire, comme les gladiateurs qui vendoient leur sang & leur vie pour de l'argent. Le préjugé encore, qu'un Gentilhomme conserve & transmet sa Noblesse, pourvû qu'il passe sa vie à ne rien faire, au lieu qu'il se dégraderoit en exercant un metier honnête & utile à la societé; La fureur enfin des Duels, dans lesquels le plaignant fait en même tems l'office de juge & de partie, & exécute aussi de sa propre autorité l'arrêt qu'il a prononcé; les loix de l'honneur ne lui permettant pas d'en donner la commission à un autre. Les Grecs, les Romains, les Turcs même ont condamné cent & cent fois cette férocité des peuples du Nord, & nous ne voulons pas nous en corriger. Mais ce n'est pas dequoi il s'agit ici. Pour revenir à *Bogislas*, au moyen des divers arrangemens dont je viens de faire mention, il vint à bout d'une chose que ses prédecesseurs avoient tentée inutilement, c'estoit de faire rentrer la Poméranie dans la dépendance, où les sujets doivent toujours demeurer par rapport au Souverain, dans un Etat bien réglé. La Justice s'administroit fidèlement dans les Tribunaux, les grands chemins étoient surs, la Noblesse & les Villes jouïssoient d'une profonde paix, & vivoient ensemble dans une parfaite union. Tout cela s'exécuta même d'une maniere qui au lieu de révolter les sujets, ne servit qu'à les captiver de plus en plus. Le Duc, les Membres du Conseil, & même les simples Gens-d'armes étoient regardés par les gens de bien, comme autant d'Anges tutelaires, que la Providence leur avoit suscités pour les maintenir dans une tranquille possession de ce qui leur appartenoit, pendant que la crainte d'un châtiment promt & rigoureux obligeoit les brouïllons & les scélerats, à se tenir en repos, & à supprimer leurs mauvaises intentions.

L'autre avantage que *Bogislas* procura à ses Etats, & qui n'étoit pas moins considérable que le premier, fut qu'il trouva le moyen de rétablir le crédit public, avec ses propres finances. Les revenus des Princes Allemands consistoient dans ce tems-là, 1°. Dans les Domaines. C'étoient des Villages, des terres, des forêts, & d'autres biens fonds qui appartenoient en propre au Souverain, & qu'on désigne ordinairement sous le nom de Bailliages. 2°. Dans la Taille que les Villes payoient, tant pour les maisons des Bourgeois, que pour les terres & jardins qui en dépendoient. 3°. Dans le Péage, qu'on levoit sur les voyageurs, & sur les marchandises, qui entroient, ou qui sortoient par terre ou par eau. La Noblesse & le Clergé étoient francs de tout Droit. Cependant, quand le Prince savoit ménager les Etats, & gagner leur affection, il en obtenoit souvent des Dons gratuits, auxquels la Noblesse, le Clergé, & les Villes, contribuoïent à proportion de leurs facultés. Tous ces revenus, fixes ou casuëls, des Ducs de Poméranie étoient en eux-mêmes tres peu de chose. Mais *Bogislas* les trouva d'ailleurs ruïnés & réduits à rien, tant par la mauvaise *administration*, que par la longue guerre que le païs avoit soutenuë, contre l'*Electeur* de Brandebourg & ses alliés. La plupart des Domaines avoient été vendus ou engagés pour subvenir aux fraix de la guerre; il y en avoit d'autres, qui avoient été usurpés par des particuliers, au milieu du trouble & de la licence que la guerre porte ordinairement avec soi. Les Tailles & les Péages étoient hypothéqués pour la plûpart, ou à la Noblesse, ou à quelques villes Anseatiques, pour la sureté de leurs avances. Le païs aussi, qui etoit pauvre & ruïné, n'étoit guères en état de faire des dons gratuits au Prince, pour l'aider à remettre ses affaires, & à se libérer des dettes dont il etoit chargé. La Duché de *Stettin*, qui étoit la Province la plus riche du païs, * rapportoit à peine 5000 florins, & c'étoit là ce qu'il y avoit de plus liquide dans les revenus du Duc. Mais ce petit revenu qui lui restoit, étoit d'ailleurs si mal administré qu'il n'en entroit que la moindre partie dans les coffres du Prince. † Le Trésorier recevoit & payoit sans tenir aucun compte; on s'en rapportoit

* *Stephani*, Lib. III. p. 34.

† *Micraelius*, Lib. III. p. 300. 301.

toit à sa bonne foi ; & selon des apparences, il n'étoit guères possible d'en user autrement, parce que dans ce tems là, les Ecclésiastiques étoient à peu près les seuls, qui sussent lire & écrire, tant en Poméranie que dans la plus grande partie de l'Allemagne. Il faut entendre ce que *Klemzau* rapporté sur ce sujet * avec la naïveté qui lui est ordinaire, & comme témoin oculaire de la chose. *Le Trésorier tiroit les revenus du Souverain sans en tenir aucun compte, & ne donnoit au Prince que ce qu'il trouvoit à propos. Afin que les payemens qu'il faisoit parussent beaucoup, il avoit soin de mettre tout l'argent qu'il devoit payer, en petite monnoye, dont on remplissoit de grands sacs ; de sorte qu'il faloit quelquefois plusieurs chariots pour les transporter. Avec cela le Trésorier avoit la précaution de faire glisser secrètement quelques pieces d'or au maitre, qui trompé par cet appât, disoit que ces bonnes gens donnoient beaucoup, & qu'il faloit bien qu'ils gardassent quelque chose pour eux ; d'où il arrivoit que les comptes même du Receveur, quand il jugoit à propos d'en produire, étoient approuvés & quittancés sans aucun examen.*

* p. 139. 15

Le mauvais état où étoient depuis longtems les finances des Ducs de Poméranie, les avoit réduits à mener une vie ambulante, qui ressembloit assez à celle des Bohémiens. Ils se transportoient continuëllement d'un lieu à l'autre, & vivoient partout aux dépens du public. Comme les plus grandes richesses de l'Etat étoient entre les mains du Clergé, & que d'ailleurs la guerre l'avoit épargné plus que les autres sujets, les Ducs avoient pris insensiblement la coutume d'aller passer avec toute leur Cour (*) quatre, cinq, & jusqu'à six mois de l'année, dans quelcune des riches Abbayes que leurs Ancêtres avoient fondées. Le prétexte le plus ordinaire de les visiter, étoit que la Cour vouloit prendre le plaisir de la chasse dans le voisinage, & délivrer le Païsan des bêtes sauvages qui ruïnoient ses moissons. Mais comme les chasseurs & leur suite étoient défrayés en attendant des revenus de l'Abbaye, on sent

 bien

(*) *Klemzau*, p. 157. *Cramer*, Lib. II. cap. 46. p. 118.

bien que le Couvent devoit souffrir beaucoup plus de ces visites, que le gibier. Ce qu'il y avoit ici de plus fâcheux encore, c'est que les Domestiques du Prince, qui servoient pour la nourriture & pour le vêtement, † & sans tirer aucuns gages, se croyoient en droit de prendre sur le païsan, les appointemens qu'ils devoient tirer du Maitre, pillant tout ce qu'ils trouvoient à leur bienséance, foulant les sujets, & en usant en un mot sur les terres des Monastères, comme s'ils avoient été en païs ennemi.

† *Klemzau*, p. 152.

Le Conseil que *Bogislas* avoit choisi, & auquel il avoit donné sa confiance, tira bientôt les affaires de la confusion & de l'embaras où elles étoient, & mit les finances en un si bel ordre, que le Duc passa bientôt pour l'un des Princes de l'Allemagne, qui entendoit le mieux l'Oeconomie. (*) On commença par dresser un Etat exact & détaillé des revenus actuëls du Duc, qui promit de son coté d'y proportionner sa dépense. C'étoit déjà une avance considérable. Il n'est pas possible qu'un particulier, encore moins un Prince, remette ses affaires, ni qu'il acquitte les vieilles dettes, aussi-longtems qu'il vit d'une maniere qui le réduit à la nécessité d'en contracter tous les jours de nouvelles. On congédia les vieux Trésoriers dont j'ay parlé, pour établir en leur place des Receveurs entendus & fidéles, & on crut ne pouvoir mieux faire à l'un & à l'autre de ces égards, que de confier la recepte des deniers publics à des Ecclésiastiques. Il est vrai que ce n'étoit pas tout à fait le but de leur institution. Notre Seigneur avoit tiré des Apotres de la maltôte : il ne paroit pas que son intention ait été qu'on les y fit rentrer. Mais je m'imagine qu'on ne pouvoit faire autrement. J'ay déjà remarqué qu'il n'y avoit guères en Poméranie que le Clergé qui sut lire & écrire, & qui fut par conséquent en état de dresser des Actes, & de tenir des Comptes. D'ailleurs les Ecclésiastiques passoient pour honnêtes gens ; & il en faloit pour savoir au juste ce que chaque branche des revenus du Prince pouvoit rapporter. Enfin ces nouveaux Receveurs servoient presque sans

(*) *Klemzau*, p. 155. *Cramer*, ub. sup.

sans gages, parce qu'ils avoient l'espérance d'être pourvûs de quelcun des bénéfices, qui étoient à la disposition du Maitre.

Après avoir fait ces arrangemens, on pensa aux moyens d'augmenter les revenus du Duc, mais d'une maniere que le Public n'en souffrit point. On rétablit la Monnoye ; & on la mit sur un si bon pied, que ce seul article fit monter d'un quart les revenus du Prince. Le Conseil aussi revendiqua les Domaines, dont des particuliers s'étoient emparés pendant les troubles, sans titre legitime ; & la chose se fit avec l'agréement des Etats, qui consentirent encore d'avancer au Duc toutes les sommes dont il pourroit avoir besoin, pour racheter les Domaines & les autres Droits qui avoient été engagés & hypothequés pour subvenir aux fraix de la guerre. Enfin on fit entendre aux Abbayes & aux Chapitres, que s'ils vouloient se taxer de leur bon gré à une certaine somme, * qu'ils pourroient fournir en argent & en denrées, le Duc promettroit de son côté de ne plus aller s'établir chez eux avec sa Cour, & que, lors même qu'un voyage, une expédition, ou quelque autre necessité urgente, l'obligeroit à prendre son logement dans le Monastère, il n'y demeureroit jamais au delà de trois jours. Il est facile de juger, par ce que j'ay dit plus haut, que la proposition fut acceptée avec joye, & ces contributions volontaires du Clergé suffirent pour entretenir magnifiquement le Duc avec toute sa Cour. Tout cela se fit par les avis de *Verner Schulenbourg*, qui étant l'ame du Conseil, & ayant en particulier la direction des finances, eut aussi le principal honneur de les avoir remises sur un bon pied. Mais il faut avouër après cela, que ce Ministre fit entrer le Duc dans des détails, qui pouvant être nécessaires & indispensables dans le commencement, commirent ensuite la grandeur d'un Prince Souverain, qui ne doit point lésiner sur des minuties, ni pousser l'oeconomie à un point qui détruise la circulation des especes, & qui fasse des coffres du Maitre une espece de gouffre & d'abisme, où tout entre, & d'où rien ne sort. On a vû plus haut que, lorsque *Bogislas* parvint à la Régence,

Micral. p.300

* *Klemzen* p.157. *Cramer* ub. sup.

il trouva son Païs, & ses finances entièrement ruinées. (*) Comme l'argent étoit depuis longtems extrèmement rare en Poméranie & surtout à la Cour, il étoit arrivé de là, que lorsque le Duc résidoit dans quelcun de ses propres Châteaux, les Maitres d'Hotel, qui n'étoient jamais en état de faire des provisions à propos, tiroient des Villes les plus voisines, les denrées & les marchandises dont on avoit besoin; & ils les achetoient ordinairement à un prix excessif, parce qu'ils étoient obligés de les prendre à crédit, & que le payement en étoit toujours fort lent, & souvent très incertain. Pour remèdier à cet inconvénient, *Schulenbourg* prit divers arrangemens qui firent beaucoup crier le sujet. Il établit, par exemple, au nom du Prince des Brasseries, des Boulangeries, des Boucheries, & des Magasins qui fournissoient la Cour de tous les vivres qui s'y consumoient. Il envoya des facteurs aux foires de *Dantzig*, de *Francfort*, & de *Leipzig*, pour y acheter de la premiere main les vins, & les autres marchandises, que le païs ne fournissoit pas. Enfin, pour empêcher autant qu'il étoit possible la sortie des especes, il fit équiper encore plusieurs vaisseaux, qui portoient en *Hollande*, du grain, & du bois de charpente, pour en rapporter des Draps, des Toiles, des Epices, &c. Cet esprit de ménage donna beaucoup de mécontentement aux Villes Anséatiques de la Poméranie, qui depuis plus de deux Siècles étoient en possession de fournir le païs de toutes les marchandises dont il avoit besoin. Les Marchands de *Stralsund* en particulier, voyant que les plaintes & les représentations qu'ils avoient faites sur ce sujet pendant plusieurs années, étoient toutes inutiles, prirent enfin le parti d'arrêter en 1510. trois Vaisseaux chargés de grain que le Duc envoyoit en *Hollande* pour son compte (**); & pour justifier une entreprise si hardie, ils oserent même lui exposer, qu'il ne convenoit point du tout à un Prince Souverain d'équiper des Vaisseaux Marchands, & qu'il ne pouvoit d'ailleurs s'ériger en négociant, sans porter atteinte aux droits

(*) *Klemzan*, pag. 158. *Micralius* p. 301.

(**) *Klemzan*, p. 268. *Micralius*, Lib. III. p. 316. 317.

droits des Villes Anséatiques, qui tenoient de ses Ancêtres, le Privilége exclusif de négocier dans le païs. Mais *Bogislas*, qui avoit les mains plus longues que ses Prédecesseurs, n'étoit pas homme à plier. Il contraignit la Ville de *Stralsund*, non seulement à lui restituer ses Vaisseaux, mais encore à lui payer une amende de 3000 Florins, & à se démettre de la haute & basse Justice des Villages, qui appartenoient à la Ville. En conséquence des divers arrangemens dont on vient de faire mention, *Bogislas* se vit bientôt au large; & au bout de quelques années *, il eut payé les dettes que ses prédécesseurs lui avoient laissées, remboursé les sommes qu'on lui avoit avancées, & fait encore des épargnes considérables. Au reste l'oeconomie que *Schulenbourg* avoit introduite à la Cour, n'empêchoit pas qu'on n'y fit une grande dépense. Le Duc aimoit beaucoup l'éclat, & si j'ose le dire, le faste (*). Prenant plaisir à voir beaucoup de monde, & encore plus à en être vû & regardé, il vouloit que tout fut magnifique chez lui, sa Cour, sa Table, ses Equipages, ses Ecuries. Comme il entretenoit dans cette vuë un grand nombre d'Officiers & de Domestiques, qui étoient bien & largement payés, il prétendoit aussi que tous ceux qui étoient à son service, lui fissent honneur de ce qu'il leur donnoit. Les Courtisans qui connoissoient sur cet article le goût, dirai-je, ou le foible de leur Maitre, étoient obligés de s'y accommoder, s'ils vouloient en être regardés favorablement; & le grand Maitre *Schulenbourg* leur donnoit certainement bon exemple, s'il est vrai, comme l'assure *Klemzau*, † qu'il ne sortoit jamais de chez lui, qu'il ne fut accompagné de seize Cavaliers tout au moins. *Bogislas* abhorroit d'ailleurs la solitude; incapable de s'occuper dans son Cabinet, il lui faloit de ces récreations bruyantes qu'un Prince ne peut se procurer qu'à grands frais, parce qu'elles demandent de grands préparatifs, & qu'elles occupent beaucoup de monde. Ses divertissemens les plus ordinaires, * étoient la Chasse, & la Musique. Je m'imagine que cette Musique étoit des plus bruyantes, le même Historien avertissant

* *Klemzau*, p. 157.

† p. 160.

* *Klemzau*, p. 317.

(*) *Klemzau*, p. 152. 318. 319. *Micrælius*, Lib. III. p. 332.

* p. 160. tiſſant * que *Bogislas* entretenoit deux Timbaliers, douze Trompettes, avec une foule d'autres Muſiciens, entre lesquels il y en avoit plu-
† Klemzau, 160. 317. 320. ſieurs qui jouoient de la harpe, ou qui touchoient les orgues. Enfin † il ne ſe paſſoit presque point d'année, où le Duc ne donnât à ſa Cour, tantôt un tournoi, un carrouſel, une courſe de chevaux, ou quelque autre divertiſſement de cet ordre. Comme il avoit ſoin d'y faire inviter la principale Nobleſſe du païs, & qu'il y avoit ordre de la bien recevoir, & de la défrayer de tout, les Gentilshommes, pour répondre à cet honneur, n'oublioient pas de paroitre à la Cour, avec des livrées & des équipages magnifiques, & d'y faire belle dépenſe, d'autant plus que c'étoit le vrai moyen de gagner les bonnes graces du Duc. On comprend facilement par ce détail, que ſi les Marchands ne gagnoient pas beaucoup avec le Souverain, ils devoient cependant faire des ventes conſidérables à la Cour & à la Nobleſſe; & on ne doutera pas après cela, de ce que les Hiſtoriens aſſurent unanimement, ſavoir que le Commerce fut ſur un pied très floriſſant en Poméranie pendant le gouvernement de *Bogislas*. *L'argent*, diſent-ils, *rouloit à la Cour, & ſe répandoit de là dans tout le païs*, *principalement dans les Villes de commerce.*

Je vais rapporter préſentement quelques uns des évenemens les plus remarquables de la vie de *Bogislas*. En 1486. il accorda la Princeſſe *Catherine* ſa ſoeur, à *Henri*, ſurnommé le *Mauvais*, (z) Duc de Brunſwig, & la conduiſit lui-même à ſon Epoux, s'étant fait accompagner dans ce voyage de mille Cavaliers (a) qu'il avoit tirés de la principale Nobleſſe de ſon païs. En cela il ſuivoit le penchant qu'il avoit à la magnificence, & peut-être que dans toute autre occaſion, cette ſplendeur auroit fort incommodé ſon futur beau-frère. Mais,

comme

(z) *Heinrich der Quade*. Voyez *Rethmeier*, *Chron. Brunſw.* T. II. p. 821. *Micralius*, Lib. III. p. 301. *Eikſtedt*, p. 112. *Bothonis Chron. Brunſw.* ap. *Leibnitz.* in *Scrip. Rer. Brunſw.* T. III. p. 422.

(a) *Klemzau* dit 900 Lances. p. 169.

comme celui-ci étoit en guerre avec la Ville de *Hildesheim*, qui étoit soutenuë par celles de *Brunswig*, de *Lünebourg*, de *Magdebourg*, de *Goslar*, & par quelques Seigneurs *Westphaliens*, un renfort de mille hommes, qui étoient tous des gens d'élite, le rendit redoutable à ses ennemis. On consentit de part & d'autre, que le Duc de Poméranie s'entremit pour un accommodement, & les Conseillers qu'il avoit amenés avec lui, proposerent des conditions si raisonnables, que la paix se fit à la satisfaction réciproque des parties. Il ne faut pas que j'oublie ici une de ces Anecdotes, dont l'Ouvrage de *Klemzau* est rempli, mais qu'il tenoit toutes de bon lieu, & comme on dit, de la premiere main, parce qu'ayant passé sa vie à la Cour des Ducs de Poméranie, il avoit été témoin de la plûpart des faits qu'il rapporte. „ La Princesse *Catherine*, dit il, * étoit belle, mais fort grande, de sorte que le Duc, qui „ étoit d'une taille au dessous de la médiocre, paroissoit auprès d'elle „ un Nain. Le Duc, quoique fort petit, ne laissoit pas d'etre fort „ emporté, & dans ses vivacités il menaçoit quelquefois la Princesse „ de la battre. Quand elle le voyoit dans un de ces transports, elle „ le saisissoit au corps, l'élevoit en l'air, & le posoit ensuite à terre en „ lui disant : (*b*) *Tenez-vous en repos, mon cher Monsieur, & ne* „ *vous fachez pas si facilement.* Le tenant ainsi serré contre le plan„ cher, elle ne le lâchoit pas qu'il ne fut appaisé, & qu'il n'eut fait la „ paix, qu'il acceptoit à la vérité, mais qu'il ne gardoit pas longtems. „ Je m'imagine pourtant que ces réconciliations, pour être fréquentes, n'en étoient pas moins sincéres; car il nâquit plusieurs enfans de leur mariage. (*c*) „ Ils tiroient tous, ajoute *Klemzau*, du côté de la Mere; „ & le Prince *Christophle* en particulier, qui fut dans la suite Archevê„ que de *Breme*, avoit huit pieds de haut.

* *Klemza* ub. sup. p. 169.

Pour revenir à *Bogislas*, j'ay dit plus haut qu'il avoit épousé en 1476. la Princesse *Marguerite*, fille de *Frederic II.* Electeur de Brandebourg.

(*b*) *Sitzet, lieber Herr, und zürnet nicht so leicht.*

(*c*) Sept Princes & deux Princesses. *Rethmeier*, ub. sup. p. 864.

ant. p. 173. debourg. Ce mariage ne fut pas heureux. Ce n'est pas qu'il y eut rien, ni dans le caractère, ni dans la conduite de la Princesse, qui dut lui faire perdre l'estime & l'affection que son Mari lui avoit d'abord témoignée. Ce n'est pas aussi que le Duc en usât mal avec elle, ni qu'elle eut à craindre quelque emportement de sa part. Mais elle ne lui donnoit point d'enfans, & il en vouloit avoir à quelque prix que ce fut, parce qu'il étoit le dernier de sa race. Ses Courtisans *aussi lui* disoient & lui répétoient tous les jours, que ce seroit grand dommage, qu'un si beau païs tombât entre des mains étrangéres, & qu'une famille si illustre s'éteignit dans la personne d'un Prince, qui faisoit oublier tous ses Prédécesseurs, parce qu'il les avoit tous surpassés. Comme *Bogislas* savoit à n'en pouvoir douter, qu'il avoit un grand don de fécondité, il ne pouvoit se consoler d'avoir épousé une femme stérile. Il arrivoit de là qu'il regardoit la Duchesse avec beaucoup de froideur, boudant quelquefois avec elle pendant des semaines entieres, sans qu'elle put lui arracher une seule parole, ni apprendre le sujet de son mécontentement. Cette froideur augmenta de plus en plus, & dégénéra enfin en aversion, lorsqu'après dix ans de mariage il eut perdu toute espérance d'avoir lignée de son épouse, & que de mauvais esprits lui eurent insinüé, que la Maison de Brandebourg pour hériter de la Poméranie, avoit pris ses précautions de longue main, & qu'au moyen de quelque bruvage, ou de quelque malefice, auxquels on ajoutoit beaucoup de foi dans ce tems-là, la Princesse avoit été mise hors d'état d'avoir jamais des enfans. En attendant le Duc sauvoit au moins les apparences; il logeoit & mangeoit toujours avec la Duchesse, & lui faisoit rendre tous les honneurs dus à son rang. Mais il arriva en 1486. un incident qui fit un grand éclat, & qui mérite bien d'être rapporté avec quelque détail.

Comme on étoit informé à *Berlin* de la froideur qu'il y avoit entre le Duc & la Duchesse, & de ce qui en faisoit le principal sujet, l'Electeur *Jean* ne fut pas plutôt parvenu à la Régence, qu'il ordonna au

Docteur

Docteur *Fritz*, fon premier Médecin, de fe rendre à la Cour de Poméranie, pour examiner attentivement l'état de la Ducheffe, & pour voir s'il n'y auroit pas moyen de la délivrer de certaines incommodités, qui l'empêchoient d'avoir des enfans. Je ne doute point du tout que ce Médecin, qui pouvoit être un fort habile homme, mais qui étoit fans contredit un franc étourdi, n'eut toute la confiance de fon Maitre. L'Electeur étoit un Prince grand & vigoureux, mais exceffivement gros. Comme la graiffe l'incommodoit beaucoup, il étoit toujours entre les mains des Médecins, & peut-être des Charlatans, qui le dégraifferent plufieurs fois, fans lui prolonger la vie, qu'il perdit en 1499 n'étant agé que de 44. ans. Quoiqu'il en foit le Docteur *Fritz* étant arrivé à *Ukermünde*, où la Cour de Poméranie fe tenoit alors, n'y trouva, ni le Duc qui étoit à une partie de chaffe, ni le Grand Maitre, qui avoit profité de l'abfence du Duc, pour aller paffer quelques jours à fon commandement de *Löknitz*. L'ordre, ou fi l'on veut le Cérémonial qu'on obfervoit alors dans les Cours d'Allemagne, auroit voulu qu'il attendit le retour du Duc pour s'annoncer, où qu'il informât au moins quelque Membre du Confeil, du fujet de fon voyage. Mais il crût fans doute que fa qualité de Médecin le mettoit au deffus de toute étiquette, & qu'il devoit avoir les entrées libres à la Cour de Poméranie, comme à celle de *Berlin*. Ainfi il alla defcendre fans façon † au Château, & y prit fon logement. Les Confeillers qui avoient fuivi la Cour à *Ukermünde*, ne pouvoient comprendre qui étoit cet inconnu, qu'ils voyoient entrer chez la Ducheffe à toutes les heures du jour, & fe promener quelquefois par la Ville tout chamarré de dorures, & regardant tout le monde de haut en bas. Apres avoir confulté enfemble, ils fe crurent obligés d'aller trouver la Ducheffe, pour lui demander qui étoit ce nouveau venu, & à quelle intention il avoit été envoyé. La bonne Princeffe leur répondit fort ingenument, que cet homme étoit le premier Médecin de l'Electeur, & qu'il étoit chargé par fon Maitre de voir, s'il y auroit moyen de la guérir des incommodités qui rendoient fon mariage infructueux. Cette réponfe, au lieu de tranquil-

† *Klemzen*, p. 174.

 lifer

liser les Conseillers, ne servit qu'à augmenter leurs soupçons. Ils ne pouvoient comprendre que l'Electeur souhaitât sincérement, de voir des enfans issus du mariage de sa Cousine avec *Bogislas*, auquel il devoit succéder, supposé que le Duc mourut sans enfans. Ainsi les uns dirent que le prétendu Médecin étoit indubitablement un Espion. Le soupcon étoit ridicule; un Espion ne se montre pas, & ne réüssit qu'autant qu'il trouve le secret de se cacher. D'autres ne douterent pas à la verité que *Fritz* ne fut Médecin, mais ils crurent aussi, qu'au lieu de guèrir la Duchesse, il achéveroit de lui faire perdre le don de fécondité. Si la conjecture étoit fausse & maligne, on comprend pourtant qu'elle pouvoit se présenter à des esprits prévenus & mal tournés; ils attribuoient à l'Electeur, ce quils auroient fait eux-mêmes dans une pareille occasion. D'autres enfin soutinrent que ce Médecin étoit arrivé pour susciter lignée au Duc, & qu'il prenoit avec la Duchesse des libertés, qui ne sont permises qu'à un Mari. C'étoit une détestable calomnie, qui se réfutoit d'elle-même. S'il étoit, comme on le disoit, de l'intérêt de l'Electeur que le Duc de Poméranie n'eut point d'enfans de son Epouse, comment pouvoit-on s'imaginer qu'il voulut lui en procurer par un adultère, & qu'il eut dépêché tout ouvertement son premier Médecin pour faire cette belle oeuvre? Après une seconde consultation, les Conseillers jugerent que l'affaire étoit assez importante pour mériter d'être communiquée, sinon au Duc luimême, au moins au Grand-Maitre, qui étoit dans le voisinage. Malheureusement pour notre Médecin, il y avoit dans ce tems là de la froideur entre les deux Cours, parce que *Bogislas* avoit negligé, & même refusé, de recevoir des mains du nouvel Electeur, l'Investiture de la Duché de *Stettin*, & de confirmer l'expectative que la Maison de Brandebourg avoit sur toute la Pomèranie, exigeant qu'on lui rendit avant toutes choses les Places de *Vierraden*, de *Löknitz*, de *Klempnau*, & de *Torgelau*. A cette occasion l'Electeur avoit fait faire un compliment fort desobligeant à *Schulenbourg*, qui servant en même tems deux Maitres, ne pouvoit guères les contenter tous deux, dans une circon-

Micrælius, L. III. p. 302.
Stephani, L. III. p. 59.

circonstance si délicate. Il arriva de là que *Schulenbourg*, n'écoutant que son ressentiment, & voulant faire sentir à l'Electeur, qu'on auroit dû le mieux ménager, commença par ordonner que le Médecin fût mis aux arrêts ; & ayant ensuite exposé la chose au Duc, comme il le jugea à propos, ce Prince qui étoit naturellement défiant & jaloux, entra de grand coeur dans le ressentiment de son Ministre. Le malheureux *Fritz* en fut la victime. On l'enferma dans une tour du Château d'*Uckermünde*, & on l'y fit périr de faim. Le traitement étoit sans contredit des plus crüels, pour une faute qui n'étoit dans le fond qu'une pure étourderie. Mais dequoi ne sont pas capables un Mari jaloux, & un premier Ministre qui se croit méprisé & outragé ? Il faut convenir au reste que la démarche de l'Electeur, qui avoit envoyé *Fritz* à la Cour de Poméranie dans de pareilles circonstances, étoit peu mesurée, quoiqu'elle eut été faite à très bonne intention ; & il eut d'autant plus de sujet de s'en repentir, qu'elle ne servit qu'à rendre la condition de la Duchesse plus mauvaise. Depuis ce tems-là le Duc ne voulût plus la voir, quoiqu'il ne la laissât manquer de rien.

Micrælius, ubi sup. p. 303. *Klemzau*, ubi sup.

Deux ans après il arriva à *Bogislas* un accident, qui fit encore mieux connoitre le caractère soupconneux & défiant de ce Prince. Un jour qu'il étoit à la chasse, & qu'il étoit descendu de cheval pour tuër un grand Cerf, * que les chiens avoient poussé dans le Cimetiére du Village de *Lipegard*, auprès d'*Uckermünde*, le Cerf esquiva le coup que le Duc vouloit lui porter, courut sur lui, & le frappa si rudement dans la poitrine d'une de ses cornes, que le poûmon & le foye qui paroissoient au travers de la playe en furent fort endommagés. Le bonheur voulut que les Chasseurs arriverent, dans le moment où le Cerf alloit porter au Duc un second coup qui l'auroit immanquablement achevé. Ils tuërent le Cerf, & releverent leur Maitre qui avoit perdu toute connoissance. Les Médecins qui l'avoient accompagné à la chasse, ayant été mandés en toute diligence, lui firent revenir les esprits, & jugerent à propos de le faire transporter sur un chariot au Châ-

en 1488.

* *Klemz.* p. 176. *Micræl.* L. III. p. 309

Château voisin d'*Uckermünde*, où l'on fit venir tout ce qu'il y avoit de plus habiles Chirurgiens à *Anclam*, à *Pasewalck*, & à *Stettin*. La playe ayant alors été visitée par les Médecins, & par les Chirurgiens, ils déclarerent tous unanimement qu'elle étoit des plus dangereuses *, & le Duc eut dix foiblesses consécutives, lorsqu'on se mit en devoir de la nettoyer, & d'y mettre le premier appareil. Comme la Poméranie n'étoit pas dans ce tems là le siège des Sciences, & des Arts, je n'ay point de peine à croire ce que dit *Klemzau*, que tous ces Chirurgiens étoient de parfaits ignorans, qui maltraiterent le Duc au lieu de le panser. Il en fournit effectivement deux preuves qui sont si convaincantes, qu'il ne faut pas être du mêtier pour en juger. Premièrement, ils lui couperent un morceau du poûmon, qui sortoit par la playe, & qu'ils prenoient pour des chairs baveuses. En second lieu, on vit après la mort de *Bogislas*, qu'ils avoient consolidé dans une même cicatrice, le poûmon & les chairs de la playe. Le bon tempérament de ce Prince le tira cependant d'affaire. Après qu'il eut été pendant quelques jours entre la vie & la mort, on le vit revenir & reprendre ses forces, & au bout de quatre semaines, il fut parfaitement rétabli, sans qu'il lui restât rien de ce fâcheux accident, que des oppressions dont il étoit incommodé pendant la mauvaise saison, ou lorsqu'il lui arrivoit de se trop fatiguer. Aussi-tôt que la Duchesse fut informée du malheur qui étoit arrivé à son mari, elle accourut, & lui fit demander avec le dernier empressement la permission de le voir, & de le servir pendant sa maladie. Mais le Duc se montra infléxible; elle eut ordre de s'en retourner, d'où elle étoit venuë. L'infortunée Princesse ne put résister à ce dernier chagrin, qui la jetta dans une langueur, dont elle mourut au bout de quelques mois. (*) L'Electeur de Brandebourg aussi ayant appris que le Duc étoit dangereusement blessé, fit partir sur le champ quelques Gentilshommes de sa Cour, pour aller lui témoigner combien leur Maitre étoit touché de l'accident qui lui étoit

* *Klemzau*, p. 177.

p. 178.

p. 177.

(*) En 1489. *Klemz.* p. 60. 177. *Crymer*, Lib. II. cap. 47. p. 124. *Eikst.* p. 112.

étoit arrivé. Je ne doute point qu'ils ne fussent chargés encore, de profiter de l'occasion, s'ils la trouvoient favorable, pour lui inspirer de meilleurs sentimens en faveur de la Duchesse. Quoiqu'il en soit ces Gentilshommes s'étant fait annoncer, *Bogislas* s'imagina que c'étoient des espions, qui, sous prétexte de lui faire un compliment, n'étoient envoyés que pour savoir au juste s'il étoit mort ou mourant, ou s'il y avoit au contraire quelque espérance qu'il put réchaper de sa blessure. Rempli de cette idée il refusa absolument de leur donner audience. Le Conseil qui sentoit parfaitement, combien il importoit de ménager l'Electeur, dans une circonstance si critique, prit le parti d'amuser les Députés pendant quelques jours, en leur disant que le Duc étoit encore trop foible pour les recevoir. Ensuite on représenta à *Bogislas*, qu'il ne pouvoit renvoyer ces Gentilshommes sans leur donner quelque réponse, bonne ou mauvaise ; & à force d'instances, & de sollicitations on obtint enfin qu'il leur donneroit audience. * Aprés que le jour & l'heure en eurent été fixés, le Duc tout foible qu'il étoit se fit lever, & porter devant un grand feu de cheminée. Quand il crût avoir pris assez de couleur, il se fit habiller de ses plus beaux habits, & placer sur un fauteuil ou il recût les Députés, comme s'il eut été en pleine santé. Aussitôt qu'ils se furent acquittés de la commission dont ils étoient chargés, le Duc crût pouvoir s'écarter cette fois de la Loi qu'il s'étoit prescrite, de ne donner jamais de réponse, qui n'eut été minutée auparavant dans son Conseil. Il leur répondit sur le champ, qu'il remercioit son Cousin de la part qu'il vouloit bien prendre à ce qui lui étoit arrivé, les chargeant au reste de rapporter à l'Electeur, que graces à Dieu il vivoit encore, & qu'il étoit même hors de danger : en un mot il leur insinua fort clairement qu'il se portoit beaucoup mieux que l'Electeur ne pouvoit le souhaiter, & qu'ils ne devoient pas se flatter de lui porter la bonne nouvelle de sa mort. Les Gentils-hommes furent congédiés avec cette réponse, mais au reste le Duc se trouva si mal des efforts qu'il avoit faits pour soutenir cette entrevuë, qu'il en eut une longue foiblesse, qui fit encore craindre pour sa vie,

* *Klemzen* p. 178.

(*) En

(*) En attendant le bruit se répandit par toute l'Allemagne, & même dans les païs voisins, que le Duc de Poméranie étoit mort de sa blessure. Sur cette nouvelle *Casimir IV.* Roi de Pologne, jugea à propos d'envoyer à *Stettin* quelques Senateurs, qui étoient chargés de reclamer les Païs de *Lauënbourg* & de *Bûtau*, comme des fiefs relevans de sa Couronne. Les Senateurs ayant trouvé le Duc plein de vie, mais en duëil de son Epouse, lui insinuërent que le Roi leur Maitre avoit de belles Pricesses à marier, & lui conseillerent de jetter ses vuës sur la Princesse *Anne*. *Bogislas*, qui comprenoit que l'Alliance du Roi lui seroit d'un grand appui contre la Maison de Brandebourg, goûta beaucoup la proposition. Ainsi * dès que l'année de veuvage fut écoulée, il envoya à *Varsovie* quelques Seigneurs de sa Cour, qui conclurent le Mariage de leur Maitre avec la Princesse, à laquelle ils assignerent un Douäire de 32000. Ducats, ou florins d'or de Hongrie. La somme étoit exorbitante, dans un tems où l'or & l'argent n'étoient pas aussi communs, qu'ils le devinrent après la découverte des Indes. Mais le Duc † l'avoit lui-même déterminée. N'ayant point eu d'héritiers de sa premiere Epouse, ne sachant pas s'il en auroit de la seconde, il étoit charmé, dit *Klemzau*, de pouvoir charger l'Electeur du payement d'une grosse pension. La Princesse fut ensuite amenée à *Stettin*, où les Nopces furent célébrées magnifiquement, le jour de la Chandeleur, 1491. (**) en présence de la Mère du Duc, & d'une foule de Princes étrangers qui y avoient été invités. La fécondité de cette seconde Epouse lui captiva le coeur de son Mari. Comme elle étoit d'un excellent caractère, elle n'abusa pas de la confiance que le Duc lui témoignoit. Au contraire elle s'en servit pour l'affermir de plus en plus dans la résolution qu'il avoit prise dès le commencement, de ne décider aucune affaire qui fut tant soit peu importante, sans avoir pris premièrement l'avis du Conseil, de sorte que la Poméranie fut parfaitement bien

* *Klemzau*, p. 181. en 1490.

† *Klemzau*, p. 182.

(*) *Micralius*, L. III. p. 303. *Klemzau*, p. 180.

(**) *Micralius* met 1490. ub. sup. Voyez. *Friedeborn*, *Historische Beschreibung der Stadt Stettin*. *Stettin*, 1613. p. 127.

bien gouvernée, aussi longtems que *Bogislas* eut assez de docilité pour se laisser conduire lui-même par sa femme, qui agissoit toujours de concert avec le Conseil. En 1493. *Schulenbourg* trouva enfin le moyen de procurer un accommodement entre ses deux Maitres. † L'Electeur voulut bien se désister de la Cérémonie de l'Investiture, sous la condition expresse, que toutes les fois que le fief viendroit à vaquer, les Ducs de Poméranie donneroient un Revers, pour assurer & pour mettre à couvert les Droits du Seigneur direct. Le Duc de son côté, en donnant le revers, renouvella & confirma l'Expectative que la Maison de Brandebourg avoit sur la Poméranie; (d) & depuis ce tems-là les deux Princes vêcurent ensemble en bonne harmonie.

† *Micralius* L. III. p. 302.

En 1496. (*) *Bogislas* qui avoit de son Epouse deux Princes & une Princesse, voyant que les affaires de son Païs étoient réglées & en bon état; que d'ailleurs il n'avoit rien à craindre des Princes voisins, qui étoient tous ses bons amis & alliés, résolut de faire le voyage de la Terre sainte, & de voir en passant la Cour de l'Empereur. La dévotion fut le prétexte de ce voyage. J'ose bien assurer que l'envie de paroitre, & d'étaler sa magnificence, en fut le principal motif. Les préparatifs qu'il fit pour le départ le montrent assez clairement. Il commença par assembler les Etats du Païs, & leur ayant communiqué le dessein ou il étoit d'aller visiter le Saint Sépulcre, il leur demanda un don gratuit, qui le mit en état de paroitre avec décence dans les différens païs qu'il devoit traverser. Comme il étoit aimé & adoré de ses sujets, la Noblesse, les Chapitres, les Abbaïes, lui accorderent de grand coeur une demi année de tous leurs revenus. Les Villes aussi fournirent leur *quotepart*, par une taxe sur les maisons. Cet article étant ainsi

Klemzau, 188. 189.

(d) Voy. *Diplomata Marchica a Gundlingio collecta* n. 173. 174. ils sont datés de *Königsberg* dans la Nouvelle Marche *post Judica*, 1493. Manuscript. Biblioth. Acad. Reg. Berolin.

(*) *Micralius*, Lib. III. p. 308. *Klemzau*, p. 187. *Cramer*, Lib. II. cap. 49. p. 128.

ainsi réglé à la satisfaction du Duc, & le don gratuit ayant même surpassé ses esperances, il choisit 41. Gentilshommes des mieux faits, & des plus distingués du païs, pour l'accompagner dans son voyage. Il mit aussi sur pied six Escadrons de Cavalerie pour lui servir d'escorte; & les Capitaines eurent ordre de n'y recevoir que des sujets qui fussent nobles, & de bonne mine. Toute cette suite du Duc fut habillée d'écarlate, sans en excepter même les Domestiques, ce qui n'empêchoit pas que la Noblesse ne fut distinguée par les plumets blancs qu'elle portoit au chapeau. Lorsque tout fut prêt pour le départ, il déclara la Duchesse Régente du païs pendant son absence, lui laissant *Benoit Wallenstein*, Evêque de *Camin*, & *George Kleist*, son Chancelier, (*) pour lui servir de Conseil, & partit ensuite de *Stettin* le 13 Decembre 1496. au milieu des fanfares de sa Cavalerie, comme s'il s'étoit agi d'aller conquérir la Terre Sainte, plutôt que d'y faire un voyage de dévotion. On peut bien juger que le voyage fut long. Outre que la Cavalerie qui l'escortoit ne pouvoit marcher qu'à petites journées, il ne trouvoit d'ailleurs dans son chemin, ni ville, ni bicoque, où il ne voulut faire une entrée magnifique, qui demandoit quelquefois des préparatifs de plusieurs jours. Ainsi il n'arriva à *Nürenberg* que dans le
1497. tems du Carnaval, & jugea à propos d'y passer un mois tout entier. Comme ses livrées & ses équipages ne lui paroissoient pas encore assez magnifiques, ce tems fut employé à enrichir son train d'une manière qui put lui faire honneur à la Cour de l'Empereur. Il donna pour cet effet à toute sa suite de nouveaux habits d'écarlate; & soit que les galons ne fussent pas connus de son tems, soit qu'il les trouvât trop communs, il préféra de faire couvrir les manches des habits qu'il don-
* *Klemzau*, p. 192. na à ses Gentilshommes, * de plusieurs rangs de perles fines. De *Nürenberg Bogislas* alla saluër l'Imperatrice (e) à *Worms*, & se rendit

(*) *Cramer*, ub. sup. *Frideborn*, p. 129. *Eikstedt*, p. 113. 114. *Klemz.* p. 191. *Micral.* p. 308.

(e) *Cramer*, p. 129. l'apelle *Marie de Bourgogne*, mais il se trompe. Cette Princesse étoit morte en 1482. Il s'agit de *Blanche Marie*, fille de *Galeace*, Duc de *Milan*, & seconde femme de l'Empereur *Maximilien I.*

dit de là à *Inspruck*, où l'Empereur *Maximilien* étoit alors avec sa Cour. Ce Prince lui fit l'honneur de venir au devant de lui, accompagné de *Frederic*, Electeur de Saxe, de *Jean*, Duc de Saxe, frère de l'Electeur, d'*Eric*, Duç de Brunswig, des Evêques de *Bresse*, de *Worms*, de *Bamberg*, d'un Comte de *Schwartzbourg*, & de plusieurs autres Seigneurs, qui admirerent tous la magnificence, & la riche taille des Poméraniens, principalement du Duc, qui passoit sa suite de toute la tête. Au milieu des caresses & des honneurs qu'il reçut, on lui fit comprendre cependant, qu'il avoit trop de monde avec lui, & qu'une suite si nombreuse ne pourroit que l'embarasser extrèmement pendant tout le reste du voyage. *Bogislas* eut assez de docilité pour profiter de l'avis, d'autant plus qu'il avoit pleinement recueilli le fruit qu'il s'étoit proposé de tirer de sa magnificence, c'étoit de briller dans toute l'Allemagne, & de paroitre avec éclat à la Cour de l'Empereur. *Schulenbourg* eut ordre de s'en retourner en Poméranie avec la Cavalerie, & d'emmener avec lui tous les Domestiques dont on pouvoit se passer. Le Duc lui-même, * après avoir demeuré huit jours à *Inspruck*, partit pour Venise, où il arriva le 24 Avril avec sa suite qui n'étoit plus que de deux cent personnes. Pendant qu'on équipoit le Vaisseau sur lequel il devoit s'embarquer, il fit une petite excursion jusqu'à *Padoue*, d'où il ramena le Docteur *Laurent Paschase*, qu'il avoit engagé pour l'accompagner pendant son voyage, en qualité de Médecin. Après cela il ne pensa plus qu'à la dévotion. A voir la Metamorphose qui se fit subitement dans son train, on auroit dit qu'il alloit faire amende honorable au Saint Sépulcre, du faste avec lequel il avoit traversé l'Allemagne. Quittant ses armes & ses magnificences, il prit le bourdon, & l'habit de pélerin; les gens de sa suite en firent autant; (f) plusieurs Gentilshommes Allemands, François, Polonois, & Hongrois, qui souhaitoient de voir la Palestine, & qui avoient obtenu du Duc la per-

* *Klemzau*, p. 191.

(f) De ce nombre étoient *Christophle Polentz*, qui avoit été Gouverneur de la Nouvelle Marche. *Dietrich de Mandelslo*. *Cramer*, p. 129.

miſſion de l'accompagner, eurent la complaiſance de s'équiper de la même maniere.

Nos Pélerins s'étant donc embarqués, & ayant mis à la voile le 21 de May, qui étoit le jour de la Pentecôte (*), furent aſſaillis à la hauteur de l'Iſtrie, d'une violente tempête qui les mit plusieurs fois en danger de périr. Ce ne fut cependant pour eux qu'un commencement de douleur. Lorsqu'ils eurent doublé la *Morée*, & qu'ils approchoient de l'Isle de *Candie*, il ſe virent attaqués (**) tout à coup par neuf Corſaires Turcs, qui portoient environ 1500 hommes. Le Chef de cette Eſcadre envoya d'abord ſa chaloupe au Vaiſſeau, & fit dire aux Chrêtiens de ſe rendre, ou de ſe préparer à être tous maſſacrés. Le Patron eut beau arborer le Pavillon de Veniſe, produire ſes Paſſeports, alleguer la Paix & l'Alliance qui ſubſiſtoit entre la République & la Porte Ottomanne, les Turcs s'en moquerent, & commencerent à tirer ſur le Vaiſſeau. On jugera facilement que nos Pélerins furent bien étonnés de ſe voir ainſi pris au depourvû. On les avoit aſſurés à Veniſe qu'ils n'avoient à craindre pendant le trajet, que les riſques de Mer; dans cette perſuaſion, ils y avoient laiſſé leurs armes, à la réſerve de quelques épées, que la Nobleſſe avoit gardées pour la forme. Il n'y avoit d'ailleurs ſur le vaiſſeau que quelques halebardes qui étoient toutes roüillées. Cependant *Bogislas* n'étoit pas homme à plier. Voyant que les prières & les repréſentations du Patron n'avançoient rien, il prit ſur le champ ſon parti; ce fut de ſe mettre en défenſe, & d'ordonner à ſa troupe d'en faire autant. Comme il remarqua que pluſieurs de ſes gens, épouvantés à la vuë de tant d'ennemis, & des flêches qui pleuvoient ſur le vaiſſeau, quittoient le pont, pour aller ſe cacher dans les chambres, il les ſuivit & les ramena par les cheveux ſur le tillac. Effectivement ils n'étoient pas meilleurs que lui, & puiſqu'il étoit reſolu de ſe défendre jusqu'à la derniere extrèmité, il étoit bien juſte que ſes Domeſtiques couruſſent avec lui la même fortune. Le

(*) *Cramer*, Lib. II. cap. 49. p. 129. 130. *Micrælius*, L. III. p. 307.
(**) Le Vendredi 30 Juin. *Klemzau*, p. 195.

Le Duc s'étant donc pourvû de l'epée & du bouclier du Patron, comme des meilleures armes qu'il y eut ſur le Vaiſſeau, exhorta ſes gens, & les autres paſſagers qui étoient ſur le navire, à ſe défendre vaillamment, & à ſuivre le bon exemple qu'il alloit leur donner. Les Poméraniens ſe voyant réduits à faire de neceſſité vertu, s'armerent comme ils purent. Dans toute autre occaſion, ç'auroit été une choſe riſible, de voir la maniere dont nos Pélerins s'équiperent pour le combat. Les uns coururent aux chaudrons & aux marmites qui leur ſervirent de pot en tête; d'autres apporterent des planches, des tables, des portes, qui leur tinrent lieu de bouclier. Mais ces gens qui étoient armés en cuiſiniers, ou en marmitons, ſe battirent veritablement en lions, & ſoutinrent pendant quatre heures entieres l'attaque des neuf Corſaires*. Il eſt vrai que, ne pouvant plus réſiſter à une grêle de flêches qu'on leur tiroit de tous côtés, ils furent obligés après cela de quitter le pont, ce qui mit les ennemis en état de poſer des échelles contre le Vaiſſeau, & d'y monter en foule. Mais pour tout cela les Corſaires n'en furent pas plus avancés. Le Duc étoit réſolu de périr, plutôt que de ſe rendre. Comprenant que les ennemis ne pouvoient plus tirer ſur le Vaiſſeau, de peur de tuër leurs propres gens, ſentant d'ailleurs que ſa grande taille & ſa force extraordinaire lui donnoient beaucoup d'avantage pour les coups de main, il s'avança ſur les Turcs, renverſant les uns de ſon bouclier, & les pouſſant dans la mer, frappant les autres de ſon ſabre, & il fut ſi bien ſecondé par ſa troupe, que dans l'eſpace de quelques momens le pont fut tout couvert de corps morts. Le malheur étoit qu'il ſuccédoit à tout moment de nouveaux ennemis à ceux qui étoient montés les premiers. Il y avoit ſurtout un Turc extrémement grand & robuſte, qui s'attachoit uniquement à *Bogislas*, pour avoir la gloire de vaincre le plus grand, & le plus brave des Chrêtiens; & ſes camarades le ſollicitoient à les délivrer de ce redoutable adverſaire. Le Duc le bleſſa, & le précipita pluſieurs fois dans la mer. Mais cet homme, qui étoit fort acharné contre ſon ennemi, & en même tems habile à nager & à grimper, reparoiſſoit toujours ſur le

* *Klemzen*, p. 196.

pont, & donnoit bien de l'ouvrage à ſon adverſaire, qui avoit à ſe défendre en même tems contre une foule d'autres Turcs. Cependant *Bogislas* faiſoit face de tous cotés, eſpadronnoit de ſon épée, & ne frappoit aucun coup qui n'emportât quelque bras, ou qui n'abbatit quelque tête. Malheureuſement pendant qu'il frappoit ainſi d'eſtoc & de taille, ſon épée ſe caſſa, & s'en alla par éclats. Se trouvant ainſi ſans défenſe au milieu d'une foule d'ennemis, il y auroit péri ſi trois Gentilshommes, ſavoir *Chriſtophle Polentz*, *Pierre Podewils*, & *Valentin Norberg*, n'étoient accourus pour le tirer d'embarras. *Polentz* fit des prodiges de valeur, & tüa pluſieurs Turcs, mais à lá fin il tomba mort, & percé de mille coups aux pieds du Duc. *Podewils*, quoiqu'il eut pluſieurs bleſſures, tint cependant bon pendant quelque tems; mais un coup de flêche qu'il reçut au deſſous de l'œil, le mit auſſi hors de combat. A' la fin *Valentin Norberg* qui étoit criblé de coups fut auſſi porté par terre, & y demeura longtems ſans connoiſſance. *Bogislas* avouoït lui-même, qu'il n'y avoit jamais eu de détreſſe, ni de perplexité, pareille à celle où il ſe trouva dans ce moment. Courant de tous côtés comme un déſeſpéré pour chercher quelque arme qu'il put oppoſer à l'ennemi, il apperçut par hazard ſur le foyer une grande broche, garnie de poulets, que le Cuiſinier s'étoit propoſé de faire rôtir, pour le diner de ſon Maitre. Faute d'autres armes, il ſaiſit cette broche, comme elle étoit, & retourna courageuſement au combat. Ayant trouvé dans l'endroit qu'il venoit de quitter ſes deux amis étendus ſur le carreau, il entra, diſent les Hiſtoriens, dans une telle fureur, que ſans faire aucun cas de ſa propre vie, il ſauta au milieu des ennemis, & fit ſi bien œuvre de ſa broche, enfilant les uns, & renverſant les autres, qu'il vint à bout de nettoyer le pont, dans l'endroit ou il combattoit. Le grand & vigoureux Turc dont nous avons parlé, oſa à la verité ſe montrer encore, & voulut eſſayer de nouveau ſes forces & ſon adreſſe contre *Bogislas*. Mais le Duc qui n'avoit plus d'autres ennemis ſur les bras, en rendit bon compte. Ayant pris adroitement ſon tems, il lui perça la gorge d'outre en outre de ſa

broche,

broche, & le coup fut si rude, que le Turc en fut renversé par dessus le pont dans la Mer, & ne reparut plus. Cette action de vigueur ranima tellement le courage des pélerins & de l'équipage, que les autres Turcs qui restoient encore sur le Vaisseau furent tous tués, ou précipités dans la Mer.

Ce mauvais succès ne rebuta cependant pas les Corsaires. Après avoir tenu conseil pendant quelque tems, ils s'approcherent de nouveau du Vaisseau, & ayant commencé par jetter du feu sur le pont & dans les voiles, ils revinrent ensuite à l'abordage. La fâcheuse extrémité où les Chrêtiens se trouverent alors, ne leur abbatit pas le courage. S'étant tous jettés à genoux pour implorer le secours du Ciel, ils se partagerent après cela en deux bandes *. Les uns coururent au feu; & parce qu'ils ne pouvoient prendre de l'eau, ni à la Mer, ni aux pompes, sans s'exposer trop aux flèches de l'ennemi, ils prirent le parti de percer les barriques de vin dont il y avoit bonne provision dans le Vaisseau, & s'en servirent pour éteindre le feu. Les autres tomberent sur les Turcs en désespérés, resolus de vaincre, ou de vendre au moins chérement leur vie. Malgré leur valeur, & leur fermeté, ces braves gens étoient sur le point de se voir accablés par le nombre; & se croyoient déjà perdus sans ressource, lorsque contre toute attente le Chef de l'Escadre ennemie fit sonner la retraite. On en voit bien la raison. Il s'étoit promis dans le commencement de prendre le Vaisseau, & d'y trouver un riche butin. Voyant ensuite la grande résistance que les Chrêtiens faisoient, il crut les intimider, & vaincre leur opiniâtreté, en faisant jetter du feu sur le Vaisseau. Les choses ayant tourné d'une toute autre maniere, & les Chrêtiens dont le navire avoit déjà pris feu en quatre endroits différens, témoignant par leur contenance qu'ils aimoient mieux périr, que se rendre prisonniers, il changea encore de sentiment, & résolut de sauver, s'il étoit possible, le Vaisseau & l'équipage. Il pouvoit gagner quelque chose en faisant cet acte de générosité. Il perdoit tout en laissant bruler le Vaisseau,

* Klemzen, p. 199.

ſeau, & couroit riſque d'y voir périr auſſi cette partie de ſon monde qu'il avoit envoyée à l'abordage. Ainſi quelques momens après avoir fait ſonner la retraite, il envoya une Chaloupe avec des gens, qui promirent non ſeulement toute ſureté aux Chrêtiens, mais qui leur aiderent encore à éteindre le feu. En ſe retirant, les gens de la Chaloupe demanderent de la part de leur Commandant, que le Patron du Vaiſſeau Vénitien vint lui parler. Celui-ci refuſoit abſolument de s'y rendre, mais *Bogislas* l'y contraignit *, & le conduiſit à la Chaloupe, de la même maniere qu'il avoit ramené ſes propres gens ſur le pont, dans le commencement du combat. Cela n'empêcha pas que le Patron ne tint religieuſement la promeſſe qu'il avoit faite au Duc, de ne point découvrir ſa naiſſance, non plus que celle des autres paſſagers qui étoient ſur le Vaiſſeau. Arrivé auprès du Capitaine Turc, qui s'appelloit *Ganner*, celui-ci lui demanda avec empreſſement qui étoient ces gens qu'il avoit à bord, & qui ſe défendoient avec tant d'opiniâtreté. Le Patron répondit que c'étoient des Pélerins, qu'il avoit pris à Veniſe, pour les conduire à la Terre Sainte, & qu'au reſte il ne les connoiſſoit, ni directement, ni indirectement. Il profita de l'occaſion pour ſe plaindre amèrement qu'on eut violé à ſon égard le Traité de Paix qui ſubſiſtoit entre ſa République, & la Porte Ottomanne. Il faut que le Corſaire n'ignorât pas ce Traité, puisqu'il ſe réduiſit d'abord à demander, qu'on lui livrat les Pélerins, moyennant quoi il permettroit au Vaiſſeau de continuër ſa route, & ne toucheroit, ni à la perſonne, ni aux biens des ſujets de la République. Le Patron répliqua, qu'on lui demandoit une choſe dont il n'étoit pas le maitre, puisqu'il paroiſſoit aſſez que les Pélerins avoient fermement reſolu de préférer la mort à la perte de leur liberté, & qu'il couroit lui-même risque de la vie, s'il oſoit ſeulement leur propoſer de ſe rendre. Après une longue conteſtation le Capitaine Turc ſe laiſſa enfin fléchir. Soit qu'il ne put s'emparer du Vaiſſeau ſans avoir à craindre d'en être recherché, ſoit qu'il déſeſpérât de s'en rendre maitre, ſoit enfin, comme on peut le ſoupçonner, que le Patron l'eut appaiſé en lui donnant de l'ar-

* Klemzau, p. 199. 200.

l'argent, il consentit que le Vaisseau poursuivit sa route. En attendant les Pélerins se confessoient à l'Aumonier du Vaisseau, & se préparoient à mourir en gens de cœur, au cas que l'ennemi revint à la charge *. Au bout de deux heures le Patron revint, & leur apprit que le Chef des Corsaires leur permettoit non seulement de continuër leur chemin, mais qu'il les feroit encore remorguer jusqu'à la petite Isle de *Casa de los Angelos*, où ils pourroient radouber leur Vaisseau. Les Chrêtiens reçurent cette nouvelle avec une grande joye, & regarderent leur salut, comme un miracle de la Providence, qui les arrachoit à une mort inévitable.

* *Klemzen* p. 201.

Le Vaisseau ayant donc gagné l'Isle voisine, on commença par mettre à terre cinq hommes de l'équipage, qui avoient perdu la vie dans le combat. Ils furent déposés pour la nuit dans une Chapelle, & enterrés le lendemain. Pendant qu'on nettoyoit, & qu'on radouboit à la hâte le Vaisseau, qui étoit fort endommagé, on en tira 4000 flêches * que l'ennemi y avoit tirées, & il y en avoit 14 dans le bouclier dont le Duc s'étoit servi. On passa ensuite en Candie, où le Duc fit faire de magnifiques obséques à *Christophle Polentz*, qui étoit le seul homme de marque † qui eut été tué dans ce furieux choc. *Bogislas* fut obligé de séjourner sept à huit jours dans cette Isle, & autant dans celle de Rhodes, pour donner à l'équipage, & aux passagers, le tems de se remettre des fatigues qu'ils avoient souffertes, & des blessures qu'ils avoient reçues. Le reste du voyage fut heureux. Nos Pélerins ayant débarqué à *Japha*, le 3e d'Aoust, en partirent au bout de quinze jours, avec une escorte, que l'Officier Turc qui commandoit en Judée leur envoya, pour les garantir des insultes des Arabes, qui infestoient tous les chemins d'alentour. Arrivés à Jerusalem, ils virent tout ce qu'on a accoutumé de montrer aux Chrêtiens que la dévotion conduit à la Terre Sainte *, *Bethanie*, *Bethlehem*, le *Calvaire*, le Jardin de *Gethsemané*, &c. Ils visiterent en particulier le Saint Sépulcre la nuit du 23 au 24 d'Aoust, & après qu'ils y eurent fait leurs Dévotions,

* *Klemzen* p. 204. *Cramer* dit 1400, p. 132.
† *Micrælius*, p. 309.
* *Cramer*, p. 132. *Klemz.* p. 206

tions, Frére *Jean de Prusse*, du Couvent de Sion, créa le Duc Chevalier du Saint Sépulcre, lui donnant en même tems le pouvoir de conférer la même dignité aux Gentilshommes de sa suite qu'il en croiroit le plus dignes. *Bogislas* fit donc à son tour vingt Chevaliers, entre lesquels il y en avoit douze (*g*) qui étoient des Gentilshommes Poméraniens; les autres étoient des étrangers. En quittant la Terre Sainte le Duc donna cent Ducats au Monastère de Sion, & promit de lui en faire payer autant tous les ans, sa vie durant (*). Il fit voeu en même tems, que si Dieu lui faisoit la grace de retourner sain & sauf dans ses Etats, il aboliroit le *Strand-Recht* (†), que les François appellent *Varech*. C'etoit un Droit coûtumier, en vertu duquel tout ce qu'on sauvoit d'un vaisseau, qui faisoit naufrage sur une côte, étoit confisqué au profit du Seigneur de la côte, & ce Droit s'étendoit même sur les personnes de l'équipage, & sur les passagers, qui étoient réduits en esclavage, Les Historiens (*) remarquent que le premier soin du Duc après son retour fut d'accomplir son voeu. Je n'en suis pas surpris. S'étant vû plusieurs fois en danger de faire naufrage, & d'être jetté sur une côte, il avoit appris à compâtir au triste sort d'un malheureux, que la mer n'épargne, que pour le livrer à des barbares, qui lui arracheront la liberté, & le peu de biens qu'elle lui avoit laissés.

Je

(*g*) Les Pöméraniens étoient *Degener Bugenhagen*, *Curt Fleming*, *Peter Podewils*, *Doring Ramel*, *Ewald von der Osten*, *Otto von Wedel*, *Achim von Dewitz*, *Curt Krakewitz*, *Michel Podewils*, *Achim Wrech*, *Sigismund Barfoten*, *Arend Ramel*. Les Etrangers étoient, *Christoph Polentz*, fils de celui qui avoit été tué, *Ludwig von Olmerstedt*, Autrichien, *George von Gustentheim*, & *Baltzer Peltzingen*, Bohémiens, *Thomas de Zecha*, & *Stanslaff de Alba*, Hongrois; *Dietrich von Mandelko*, & *Wolff Brandbock*, du païs de Brunswig.

(*) *Klemzau*, p. 208. *Cramer* dit, que la rente étoit de 10 Ducats, p. 133.

(†) *Sebattel. de Antiqu. Germ Juribus*, cap. XX. p. 386.

(*) *Cramer*, Lib. II. cap. 44. p. 133. *Rango* p. 331. 334. *Rango Antiq. Pomerania* Francof. ad Viadr. 1705.

Je reviens à nos Pélerins. Etant partis de Jerusalem le 30 d'Aoust (h), ils allerent reprendre à *Japha*, leur Galiotte, qui les ramena par la même route qu'ils avoient tenüe en allant. En touchant à la petite Isle de *Casa de los Angelos*, ils apprirent que deux des Corsaires qui les avoient attaqués près de cette Isle, avoient été, l'un pendu, & l'autre noyé, par ordre du Grand Seigneur, ce qui réjouït beaucoup le Duc & toute sa suite. Ils arriverent enfin à *Venise* le 18 de Novembre (i), & *Bogislas* y trouva un Courier qui lui apportoit la nouvelle de la mort de la Duchesse sa Mère. Le Senat qui étoit déja informé du courage héroïque, avec lequel nôtre Duc avoit combattu les ennemis du nom Chrêtien, & défendu le Pavillon de la République, le fit complimenter d'abord après son arrivée, & le pria très instamment de faire quelque séjour dans leur Ville, pour se délasser des fatigues d'un si long voyage. Le Duc y consentit, & prit son logement dans un Hôtel qu'on lui avoit preparé. On peut bien juger qu'il fit belle dépense dans une Ville où il se voyoit si caressé. Il commença par traiter splendidement les Pélerins qui avoient été du voyage, & en congédiant ceux qui n'étoient pas attachés à sa personne, il leur donna à tous quelque marque de sa générosité. Il fit ensuite célébrer dans l'Eglise de S. Marc de magnifiques obséques, à la mémoire de la Duchesse sa Mère *. Au sortir de la Cérémonie, le Doge le conduisit au Palais, où il fut régalé somptueusement au nom, & aux dépens de la République. Aprés qu'on se fut levé de table, on lui donna le divertissement d'une Comédie, dont le sujet dût être très interessant pour lui, puisqu'elle représentoit son Combat naval avec les Corsaires. Les Acteurs, qui étoient habillés les uns à la Turque, & les autres en Poméraniens, escarmoucherent, & en vinrent aux mains. Celui qui faisoit le personnage du Duc de Poméranie, se distinguoit de toute la trou-

Klemz. p. 210

* p. 212.

(h) Le Mécredi après la fête de la Décollation de St. Jean. *Klemzen*, p. 208. C'est le 30 d'Aoust.

(i) Le Samedi après la St. Martin, *Klemzen*, pag. 210.

troupe, par de grands coups de Cimeterre, qu'il portoit aux ennemis. On n'oublia pas l'avanture de l'epée cassée, non plus que celle de la broche, & du grand Turc. Tout cela, dit *Cramer* †, étoit représenté si fort au naturel, qu'on auroit dit que c'étoit une réalité, plutôt qu'un jeu. Quand la Comédie fut finie, les Acteurs qui étoient tous des fils de Senateurs, quitterent leurs habits de Masque, & vinrent faire la révérence au Héros, dont ils avoient représenté les exploits. *Bogislas* leur témoigna qu'il avoit pris un singulier plaisir au spectacle. Il y a toute apparence que ce n'étoit pas un compliment qu'il leur faisoit; car quelque tems après, il ordonna à son Conseiller *Jean Kitscher* (k) de composer une Comédie Latine sur le même sujet, & pour mieux conserver le souvenir de son avanture, il la fit représenter sur plusieurs Tableaux, & sur une magnifique Hautelisse, que l'on voyoit encore il y a quelques années dans un appartement du Château de Berlin; le Duc y paroissoit au milieu des Turcs, armé d'une broche garnie de poulets (l).

† p. 134.

Après que *Bogislas* se fut reposé pendant quelques jours à *Venise*, & qu'il eut vû tout ce qu'il y avoit de remarquable dans cette Ville, il remercia le Senat des honneurs, & des services qu'il en avoit reçus, & en prit congé par une Harangue Latine *, que *Martin Karith*, Prévost du Chapitre de *Camin*, prononça au nom de son Maitre. Comme il se proposoit de voir *Rome*, le Senat lui donna un Secretaire d'Etat, pour l'y conduire, & le fit défrayer aussi longtems qu'il fut sur le terri-

(k) *Kitscher* étoit un Docteur en Droit que *George*, Duc de Saxe, ceda au Duc de Poméranie lorsqu'il passa à *Leipzig* en revenant de la Terre Sainte. *Micrælius* avoit vû cette Comédie qui doit exister quelque part: *Comœdia de itinere Bogislai Magni in Terram Sanctam.* *Micrælius*, Lib. VI. p. 448. *Klemzen*, p. 214. 226.

(l) *Cramer* remarque, qu'il fit placer dans l'Eglise Cathédrale de *Stettin* un Tableau qui représentoit son combat avec les Corsaires. Lib. III. cap. 14. p. 136.

(*) *Cramer*, p. 134. *Micrælius*, p. 311.

ritoire de la République. Il arriva le 14 Decembre (m) 1497. dans cette Ville, où il fut reçû & traité fort magnifiquement par le Très-Saint Père *Alexandre VI.* (n). Le Pape voulut bien satisfaire sa curiosité, ou si l'on veut sa dévotion, en célébrant à son honneur une Messe Pontificale; & le Duc de son côté, pour ne pas demeurer en arrière, voulut servir le S. Pére à cette Messe, & lui présenter l'eau pour l'ablution. Après la Messe, le Pape lui mit sur la tête un Bonnet Ducal, le ceignit d'une épée d'or, pour s'en servir contre les ennemis du nom Chrêtien, & lui donna une Médaille d'or, que l'on montre dans un des Cabinets du Roi (o). Notre Duc repartit de *Rome* le 19 de Janvier 1498, passa à *Sienne* & à *Bologne*, ou il fut reçu & harangué en Latin, à la porte de la Ville, par le Recteur de l'Université, accompagné de tous ses Etudians. De là il se rendit à *la Mirandole*, à *Verone*, & enfin à *Inspruk*, pour y faire une seconde fois la révérence à l'Empereur *Maximilien* (p). Ce Prince qui se trouvoit indisposé, envoya au devant du Duc, *George*, Duc de Baviere, *Jean*, Duc de Saxe, & *Henri*, Duc de Meklenbourg, qui le conduisirent à son auberge, où il recut quelques momens après un présent que l'Empereur lui envoyoit, & qui consistoit (*) suivant l'étiquette qui s'observoit alors à la Cour Impériale, dans des bœufs gras, &

(m) Le Jeudi après *Lucie*. *Klemzau*, p. 215.

(n) Voyez sur le séjour que *Bogislas* fit à Rome, *Burchardi Diarium Curiæ Romanæ sub Alexandro VI. apud* Eckartum *in* Script. Rer. Germ. T. II. p. 2086.

(o) à la *Kunstkammer*. On voit d'un côté N. S. assis dans la gloire, ayant autour de lui les Patriarches & les Apôtres, avec ces mots: *Justus es Domine, & rectum judicium. Miserere nostri, Domine, miserere nostri.* De l'autre le Pape tenant Consistoire public avec les paroles, *Sacrum Publ. Apostol. Consistorium. Paulus Venetus P. P. II.* Deux pouces, quatre lignes de diametre, du poids de vingt Ducats. *Laurent Beger* l'a faite graver, & en a donné la Description dans l'Ouvrage qui a pour titre *Numismata Pontif. Rom.* p. 5.

(p) Le Vendredi après la St. *Antoine*. *Klemzau*, p. 220.

(*) *Klemzau*, p. 221. *Cramer*, p. 135.

& dans des chariots chargés de vin & d'avoine. Dans la première audience qu'il eut de l'Empereur, ce Prince lui fit de grandes caresses, & l'invita fort obligeamment à s'arrêter pendant quelque tems à sa Cour, pour participer aux divertissemens du Carnaval. Le Duc n'eut pas de peine à y consentir, & les Historiens assurent qu'il se distingua dans toutes les Fêtes, par son adresse & par sa force, autant que par sa magnificence. Dans un Tournoi, par exemple, qui se donna, il fit perdre les arçons aux deux Chevaliers (q), qui se présenterent, & les porta par terre si rudement, que personne n'osa plus se mesurer avec lui. Le soir du même jour il eut l'honneur de faire l'ouverture du Bal, en dansant avec l'Impératrice, qui lui fit présent d'un bouquet & d'une chaine d'or. L'Empereur aussi lui donna une pièce de drap d'or, un Manteau de chevalier, & une Médaille d'or *. Au bout de quelques jours, le Duc dût comprendre, que l'intérêt pouvoit avoir eu quelque part aux politesses qu'il avoit reçues. L'Empereur lui proposa de prendre le commandement d'une armée, qu'il levoit contre la France, & contre les Vénitiens, & de fournir mille hommes de Cavalerie pour cette guerre. *Bogislas* étoit trop content des Vénitiens, pour se mettre au nombre de leurs ennemis. Cependant pour ne pas désobliger l'Empereur par un refus formel, il se contenta de répondre, qu'il ne pouvoit prendre aucun engagement dans une affaire de cette importance, sans avoir demandé premièremement l'avis de ses Etats. Ceux-ci qui connoissoient les intentions de leur Maitre, n'ayant pas goûté la Proposition, il n'en fut plus parlé. Apres avoir pris congé de l'Empereur, le Duc se hâta de retourner dans ses Etats. Il arriva à *Stetin* (†), le Jeudi Saint, & se rendit en droiture à l'Eglise Cathédrale, où il fit entonner le *Te-Deum* en action de graces de son heureux retour. Il fit aussi distribuër de grandes aumônes aux pauvres, après quoi son premier soin fut de récompen-

* *Cramer*, p. 134.

(q) *Pierre Podewils*, & *Sigismond de Wolfsberg*. *Klemzau*, p. 222. *Stephani*, Lib. III. p. 105.

(†) *Klemzau*, p. 227-230. *Micrælius*, p. 313.

penser généreusement tous ceux qui l'avoient accompagné dans ce long & périlleux voyage. Au reste, si la dévotion, ou l'envie de paroitre furent les principaux motifs de cette Caravane, il faut avoüer cependant que le Duc n'y oublia pas ses propres intérets. Il obtint de l'Empereur la (*) permission de rehausser considerablement les Péages de *Wolgast*, & de *Damgarten*, ce qui fit beaucoup crier les sujets, & surtout les Marchands. Le Pape lui accorda aussi la collation de tous les bénéfices Ecclésiastiques de Poméranie, à la réserve de l'Evêché de *Camin*. Il consentit encore, que les Chanoines de *Camin*, qui se trouvoient à Rome pour affaires, élussent pour Coadjuteur de *Benoît Wallenstein*, leur Evêque, *Martin Carith*, Prevôt de la même Cathédrale, qui pendant le voyage avoit fait auprès du Duc les fonctions de Chancelier. Le Saint Père accorda même, que *Carith* se mit d'abord en possession de l'Evêché, pourvû qu'on put déterminer *Wallenstein* à se démettre volontairement de sa dignité. Le Duc lui en fit la proposition après son retour; & le voyant indéterminé, il le mena dans son cabinet, ou il fit vuider sur une table plusieurs sacs pleins d'or, & lui offrit de lui donner purement & simplement tout le monceau, pourvû qu'il voulut abdiquer. L'Evêque qui étoit honnête homme, mais un peu attaché, n'ayant jamais vû une si grosse somme, en fut ébloui, & fit tout ce qu'on voulut, au grand profit de ses héritiers; car il ne survecût que de quelques mois à son abdication. J'ai oublié de dire, que ce fut en revenant de la Terre Sainte que le Duc engagea le célébre Jurisconsulte *Pierre de Ravenne*, & *Vincent* son fils, pour enseigner le Droit dans l'Université de *Grypswalde*, à laquelle ce Professeur donna beaucoup de lustre.

Pendant les dernieres années de sa vie, *Bogislas* eut de nouvelles tracasseries, avec la Maison de Brandebourg. L'Electeur *Jean* étant mort en 1499, on renouvella à cette occasion tous les Traités qui subsistoient entre les deux Maisons. Le nouvel Electeur, qui étoit *Joachim*,

(*) *Micrælius* ub. sup. *Cramer*, p. 135. *Klemzen*, p. 236.

chim, se désista en faveur du Duc, de la Cérémonie de l'investiture, & le Duc de son côté, pour conserver les Droits du Seigneur direct, signa un Revers pareil à celui qu'il avoit donné en 1493. En 1521 le Duc de Poméranie, soit qu'il pensât à se rendre indépendant, soit qu'il crût qu'étant à certains égards feudataire de l'Electeur, il étoit à d'autres égards un Membre immédiat de l'Empire, demanda à l'Empereur *Charles Quint* l'investiture de ses Etats, & la reçût solemnellement pendant la Diète de *Worms*. L'Electeur qui n'étoit plus à *Worms*, & qui avoit reçû peu auparavant l'Investiture de la Poméranie, avec celle de ses autres Etats, ayant été informé de l'atteinte qu'on avoit donné, à ses droits, en fit des plaintes d'autant plus amères, qu'il prétendoit avoir rendu de grands services au nouvel Empereur, pour le faire triompher de ses compétiteurs. Pour le contenter, *Charles Quint* promit que l'affaire seroit murement examinée à la prochaine, Diète qui devoit se tenir à *Nurenberg*. Le Duc qui prenoit fort à coeur cette affaire, se transporta à *Nurenberg* en Mars 1523. (*) pour solliciter lui-même ses Juges, & pour leur demander une promte décision. Comme il avoit à faire à forte partie, il n'eut pas la satisfaction de voir la fin du Procès (†), qui traina encore plusieurs années après sa mort, & qui fut enfin terminé par accommodement. Au reste l'Electeur & le Duc se brouillerent furieusement à cette occasion. On commença de part & d'autre, à lever des troupes, & à faire d'autres préparatifs de guerre, de sorte que le public croyoit fort & ferme, qu'ils en viendroient aux voyes de fait, & qu'ils voudroient décider la quérelle par les armes. *Klemzau*, qui ne dissimule rien, assure cependant que ces craintes étoient mal foudées, parce que ceux qui connoissoient le caractère des deux Princes, savoient fort bien, que ce n'étoit pas au champ de Mars, qu'ils aimoient de prendre leurs ébats (r).

Bogis-

(*) *Micrælius*, Lib. III. p. 322. *Kanzo*, p. 165 - 168.

(†) *Klemzau*, p. 303.

(r) *Weil sie beyde Buhler waren.* *Klemzau*, p. 299. *Kanzo*, III. p. 165.

Bogislas vit les commencemens de la Réformation de Luther (†). Il ne la favorisa point à la vérité, mais il ne se laissa prévenir, ni contre ceux qui la prêchoient, ni contre ceux qui l'avoient embrassée. Au contraire passant à *Wittenberg*, en revenant de la Diète de *Nurenberg* (*), il eut la curiosité de voir *Luther*. Après quelques momens de conversation, le Duc lui dit : *Mon Révérend Père* †, *je souhaiterois que vous voulussiez bien entendre ma confession. Luther* répondit avec la vivacité, & la franchise, qui lui étoient ordinaires : *Très volontiers, Monseigneur. Vous êtes un grand Prince, il ne faut pas douter que vous ne soyez aussi un grand pécheur.* Le Duc, au lieu de se fâcher, repliqua fort gayement : *Je veux que trois fois sept Diables m'emportent, si vous avez jamais dit de plus grande vérité.* Je m'imagine qu'après de pareilles saillies, il ne fut plus parlé de confession. De retour à *Stettin*, *Bogislas* voulut entendre un Disciple de *Luther*, nommé *Paul von Rhoden*, dont les prédications faisoient beaucoup de bruit en Poméranie. Après l'avoir écouté fort attentivement, il dit en sortant au Prince *George* son fils, qui étoit fort opposé à la nouvelle Doctrine : *Cet homme n'a rien dit qui ne fut bon & édifiant. Si c'est là ce qu'on appelle le nouvel Evangile, je ne vois pas qu'on doive le condamner ; & si vous m'en croyez, vous laisserez ces gens là en repos.* Quelques jours après, il se fâcha cependant en apprenant que la populace de *Stralsund* avoit brisé les saintes Images ; il jura même d'envoyer vingt un Diables à ces mutins. Je ne sai ce qu'il auroit fait ; mais la mort l'empêcha d'exécuter sa menace. L'oppression à laquelle il étoit sujet depuis l'accident dont j'ay parlé plus haut, ayant augmenté à un point qu'il ne pouvoit, ni se coucher, ni prendre de sommeil, on commença à craindre pour sa vie (**). Un jour que les Médecins consultoient dans sa chambre sur l'état de leur malade, ils

† *Herr Pater.*

(†) *Cramer*, Lib. III. cap. 15. p. 51. 54. *Klemzau*, p. 306.
(*) *Klemzau*, p. 360. *Cramer*, p. 51. *Micrælius*, p. 330.
(**) *Frideb.* p. 149. *Micrælius*, 330. *Kanzo*, 204. 306. & sup. *Klemzau*, p. 6[illegible].

ils conclurent que la prochaine conjonction de quelques Planetes, lui seroit selon les apparences funeste. Malheureusement pour eux, le Duc les entendit, & leur cria avec vivacité de son fauteuil : *Qui sont donc les fous qui me menacent de cette conjonction; je ne l'attendrai assurément pas ! qu'on prenne seulement garde à moi demain à midi.* Effectivement le malade fut meilleur Prophéte, dans cette occasion, que les Médecins, parce qu'il voyoit & qu'il sentoit en lui-même la cause de sa mort, au lieu de la chercher dans le cours des Planetes. Le lendemain, qui étoit le 30 Septembre 1523. il se fit mettre sur le lit vers le midi pour prendre un peu de repos, & s'y éteignit comme une chandelle sans avoir eu d'agonie. Il étoit âgé de 69 ans, quatre mois, & deux jours.

* Klemzau, p. 317. *Bogislas* * étoit bien-fait de sa personne, & passoit pour le plus bel homme de son siecle. Sa taille etoit fort au dessus de la médiocre. Il avoit le front élevé, les yeux grands, bruns, & vifs, le nés aquilin, la bouche assez grande, le menton fendu, la poitrine large &, haute, le corps rempli, & bien proportionné. Il avoit l'air martial, le regard doux, & le port majestueux. Outre les belles qualités dont j'ay déjà fait mention, il en avoit deux autres qui le rendirent fort cher à ses sujets. La premièreétoit sa générosité. Aimant à faire du bien, il savoit d'ailleurs le faire à propos, & d'une maniere qui en augmentoit le prix. La seconde étoit son affabilité. D'abord qu'il voyoit quelcun qui cher-
* Klemzau, p. 159.161.178. choit à lui parler *, il s'avançoit de quelques pas, lui présentoit la main & s'informoit de sa demande, qu'il écoutoit fort attentivement. Quand l'affaire n'étoit pas d'une nature à pouvoir être expédiée sur le champ, il marquoit aux supplians un jour pour recevoir la réponse, qu'il ne manquoit jamais de leur donner à l'heure fixée; si c'étoient d'ailleurs des personnes de quelque considération, il les faisoit inviter à sa table †, où ils recevoient toute sorte de politesses. Se plaisant à aller († p. 320. 321.) dans les boutiques des ouvriers, & à les voir travailler, il les encourageoit par des présens à se perfectionner dans leur profession. Il aimoit

moit

moit encore d'etre invité à des nopces, à des baptêmes, & à d'autres fêtes; & ces viſites du Souverain n'étoient point à charge au ſujet, qui étoit toujours largement dédommagé de ſa dépenſe, par les préſens, & par les proviſions qu'on lui envoyoit. *Klemzau* remarque * avec raiſon, que ces belles qualités étoient d'autant plus eſtimables dans la perſonne de *Bogislas*, qu'il s'étoit tiré lui même de la craſſe, où ſa Mère l'avoit élevé jusqu'a l'âge de 20 ans. Le même Hiſtorien ne diſconvient point que *Bogislas* n'eut auſſi ſes défauts. Les plus marqués étoient premièrement, que le penchant qu'il avoit à la magnificence, le rendoit extrèmement incommode aux gens de ſa Maiſon. Il vouloit les avoir continuellement autour de lui. Quand il alloit à la Meſſe, ou au Sermon, ou à Vêpres, il faloit que les Officiers & les Domeſtiques l'y accompagnaſſent tous, depuis le plus grand, jusqu'au plus petit, & qu'au ſortir de l'Egliſe, ils fuſſent rangés en haye ſur ſon paſſage, afin qu'il put les paſſer en revuë, & les compter, comme le *Protée* d'Homere comptoit ſon troupeau. Ceux qui manquoient ſans pouvoir alléguer des cauſes legitimes d'abſence, étoient grondés pour une première fois, & congédiés ſans retour en cas de récidive. Un autre de ſes défauts que nous avons déjà touché, c'eſt qu'il étoit grand boudeur. Il faiſoit quelquefois la mine pendant des mois entiers aux plus affidés de ſes Conſeillers, affectant de ne les pas regarder, & de ne leur point parler †, ſans qu'ils puſſent deviner la cauſe de leur diſgrace. Ceux qui n'avoient rien à ſe reprocher, prenoient patience, & ſe tranquilliſoient; & ils avoient enſuite la ſatisfaction de voir leur Maitre revenir inſenſiblement, & décharger enfin ſon courroux ſur les perſonnes qui l'avoient prévenu injuſtement. Enfin le défaut capital de notre Duc, c'eſt comme *Eikſtedt* l'a remarqué (*), l'incontinence. S'il n'avoit point de Maitreſſes déclarées, c'étoit d'un côté parce que la mode de ſon Siècle ne le portoit point, & de l'autre parce qu'il aimoit le changement, & que tout lui étoit bon. Malgré ces défauts, *Bogislas* étoit ſans contredit un grand Prince †, & il faut convenir

* p. 318.

† *Klemzau*, p. 321.

† *Klemz.* ib.

 avec

(*) *Eikſtedt*, p. 107. *daſs er gerne buhlete.* *Klemzau*, p. 322.

avec *Klemzau*, que ses bonnes qualités l'emportoient infiniment sur ses foiblesses. Il faut avertir cependant que *Bogislas* ne fut un Prince véritablement grand, qu'autant qu'il se laissa gouverner, & qu'il consentit d'écouter & de suivre un bon conseil. Les Historiens le remarquent bien expressément. Après qu'il eut perdu dans une seule année (s) ses trois plus fidèles Conseillers, *Werner Schulenburg*, *George Kleist*, & *Henning Steinwehr*, il se livra entièrement à l'incontinence & aux voluptés, essayant de tout, dit *Kanzo* †, & ne refusant rien à ses plaisirs. Pour avoir les coudées plus franches, il alla se loger dans une maison située sur le Cimetiere de Sainte Marie, où il recevoit des visites nocturnes, sans avoir à craindre d'être observé, parce que personne ne passoit de nuit sur le Cimetiere, à cause des revenants. Dans cette retraite il donna sa confiance à des gens, qui le servoient dans ses débauches, & qui lui apprirent insensiblement (*) à vendre la Justice, à recevoir des présens pour opprimer l'innocent, & à souffrir que la Noblesse reprit ses brigandages. Il perdit par là la plus grande partie de sa réputation; & s'il avoit vecû plus longtems, il auroit été haï & détesté, autant qu'il avoit été aimé & cheri. On ne se trompera assurément pas en attribuant ces écarts à la foiblesse d'un vieillard, dont l'esprit avoit considérablement baissé. *Bogislas* radota sur ses vieux jours autant que *Salomon*.

† *Kanzo*, p. 157.

Au reste ce Prince n'a pas eu le bonheur qu'*Alexandre* le Grand envioit à *Achille*, c'est de trouver un *Homère* qui chantât dignement ses exploits. Les Historiens de Poméranie s'accordent à lui donner les plus grands éloges; mais c'est en même tems une chose véritablement curieuse, de voir tout ce qui'ls font entrer dans le Panégyrique de ce Prince. Ils disent, par exemple, *que Bogislas étoit grand en tout*; c'est un éloge achevé, pourvu que le détail en soit soutenu, & que les différentes parties de la grandeur qu'on lui attribuë, forment un tout bien accompli. Ecoutons donc la suite †: „ Il étoit grand,

† *Micrælius*, p. 331.

(s) en 1518. *Micrælius*, p. 319. *Schwtgen*, p. 281. & 675. *Klemzau* ajoute *Dinniers von der Osten*, & *Henri Borke*, p. 139. 287. 288.

(*) *Klemzau*, p. 289. 297. *Eikstedt*; p. 107.

„ grand & de bonne mine; & quoiqu'il aimât d'avoir à son service des Domestiques & des Officiers qui fussent grands & bien faits, il n'en avoit cependant aucun qu'il ne passât de toute la tête. „ Passe pour cela. Une riche taille, un air noble & prévenant, sont des présens de la Nature, qu'il ne faut pas mépriser; & quoiqu'*Alexandre* le Grand fut petit, & *Agesilas* de mauvaise mine, cela n'empêche pas qu'une grande ame ne puisse faire sa demeure dans un grand & beau corps. Voici présentement le ridicule. (*) „ Grand de stature, *Bogislas* étoit en même tems grand mangeur & grand buveur. Quand il avoit faim, il mangeoit avec délices, outre les autres mets, un jambon, ou une oye rôtie, sans en rien laisser. De même aussi ce qu'il buvoit pour étancher sa soif, ou pour faire honneur aux conviés, suffisoit pour enyvrer ceux qui étoient obligés de lui faire raison. „ (*s*). Je crois qu'on pouvoit laisser ignorer tout cela à la posterité, sans que ni la fidelité de l'Historien, ni la gloire du Héros, en eussent reçû aucune atteinte. Viennent ensuite toutes les belles qualités qui ont donné à ce Prince un véritable lustre. Sa bravoure, sa modestie, sa magnificence, son amour pour la justice, sa générosité, son affabilité. Il faloit en demeurer là: ou plutôt il faloit s'y borner uniquement; ce sont les grandes idées, les grands sentimens, & les grandes actions, qui font la véritable grandeur des Héros: & tout le reste y est étranger.

Je n'ay plus qu'un mot à ajouter. Les Historiens remarquent (†) que *Bogislas* avoit un cheval, qui étoit aussi grand dans son espece que son Maitre l'étoit dans la sienne. Ce nouveau Bucéphale avoit le poil d'un cheval sauvage, une raye noire sur le dos, la tête petite, les oreilles pointuës, les yeux étincelans. Fier comme un *Artaban*, il vouloit avoir toujours la premiere place de l'Ecurie,

 Doux

(*) *Micralius*, ib. *Klemzau*, p. 317.

(*s*) La politesse vouloit alors, que l'hôte but une coupe toute entiere à l'honneur de chacun des conviés, & que les conviés en fissent autant pour le remercier.

(†) *Micralius*, p. 312. *Klemzau*, p. 223, 229.

Doux & tranquille quand on la lui laissoit, on ne le mettoit pas plutôt à la derniere place, qu'il commençoit à se démener, rompant bride & licou, courant au haut bout, & forcant à grands coups de pied & de dents le cheval qui l'occupoit, à s'en retirer. Il ne se laissoit d'ailleurs monter que par son Maitre, & par le Palfrenier qui le pansoit. Quand le Palefrenier le promenoit, il baissoit la tête, & les oreilles, & avoit, pour ainsi dire, honte du fardeau qu'il portoit. Mais quand on lui mettoit une housse de velours, & qu'il remarquoit que son Maitre alloit arriver, il levoit la tête, dressoit les oreilles, frappoit du pied, hennissoit & se baissoit pour recevoir le Duc, qui étant monté sur son grand cheval, se distinguoit au milieu d'un Escadron, comme un Clocher dans une Ville. Tout cela m'a bien l'air d'avoir été tiré de quelque Chrie d'un Ecolier, à la louänge de *Bucéphale*, ou du Cheval *Bayard*. Cependant *Klemzau* le raconte fort sérieusement, & *Micrælius* le copie avec beaucoup de fidélité. Au reste l'Empereur *Maximilien* vit ce cheval lorsque *Bogislas* passa pour la premiere fois à *Inspruk*, & l'admira véritablement. Quand le Duc repassa dans la même Ville au retour de la Terre Sainte, l'Empereur eut l'indiscrétion de demander ce Cheval de bataille au Duc, qui eut la politesse de ne le pas refuser. Sur quoi *Maximilien* fit partir un Gentilhomme & un Piqueur pour l'aller prendre à *Stettin*, où on l'avoit ramené. Malheureusement il arriva que tous les chevaux des Ecuries du Duc moururent la nuit même qui préceda son retour à *Stettin*, & *Micrælius* * s'embarasse beaucoup à découvrir la véritable cause de cet accident ; „ D'un côté, „ dit-il, quelques recherches que l'on fit, on ne put découvrir que „ les chevaux eussent été empoisonnés, ni qu'ils eussent seulement „ mangé quelque chose de nuisible ; de l'autre, on ne voit pas qu'après „ ce présage il soit arrivé rien de fâcheux ni au Duc, ni à l'Empereur, „ Les chevaux de *Jules Cæsar* refuserent toute pâture, & verserent „ beaucoup de larmes, le jour qu'il fut assassiné. Ici au contraire les „ chevaux se laissent mourir, lorsqu'ils devoient être conduits au moins „ en partie à l'Empereur. „ *O quantum est non ineptire !*

* p. 312. 313.

genre? Il faut sans doute qu'il y trouve quelqu'avantage ; & cet avantage quel est-il ?

C'est celui que les hommes retirent de toutes les Sociétés : c'est le secours mutuel que se prêtent tous ceux qui en sont les membres. Chaque Société possede un Bien commun, où chaque particulier puise beaucoup plus qu'il ne contribue.

Qu'un homme qui s'applique aux Sciences, veuïlle se suffire à lui-même ; qu'il ne veuïlle emprunter d'aucun autre les connoissances dont il a besoin ; quand même je supposerai qu'il ait tout le Génie possible ; avec quelle peine, avec quelle lenteur, ne fera-t-il pas ses progrés ! quel tems ne perdra-t-il pas à découvrir des vérités qu'il auroit connuës tout d'abord, s'il eut profité du secours d'autruy ? Il aura épuisé ses forces avant que d'être arrivé au point d'où il eut pû partir. Combien celui qui, aidé des lumieres de ceux qui l'ont devancé & de celles de ses Contemporains, reserve toute sa vigueur pour les seules difficultés qu'ils n'ont pas résoluës, combien celui-là n'est-il pas plus en état de les résoudre ?

Tous ces secours qu'on trouve dispersés dans les ouvrages & dans le commerce des Savants, l'Académicien les trouve rassemblés dans une Académie ; il en profite sans peine dans la douceur de la Société ; & il a le plaisir de les devoir à des Confrères & à *des Amis*. Ajoutons y ce qui est plus important encore ; il acquert dans nos Assemblées cet Esprit Académique, cet espece de sentiment du vray, qui le lui fait découvrir partout où il est, & l'empêche de le chercher là où il n'est pas. Combien differens Auteurs ont hazardé de systèmes dont la discussion Académique leur auroit fait connoitre le faux ! Combien de chimères qu'ils n'auroient osé produire dans une Académie !

Je ne vous ai cité ici, MM. que les avantages immédiats que chaque Académicien trouve dans son Association à une Académie : c'étoit par ceux-là que je devois commencer en parlant à des Philosophes. Il y en a d'autres, qui, s'ils ne sont pas des moyens directs, doivent être de

quelles ni l'oeil ni les bienfaits du Souverain n'ont jamais aucune influence.

Notre Académie embrasse dans quatre Départemens toutes les Sciences. Chaque Classe concourt avec égalité au progrès de chacune: cependant la diversité de leurs objets admet de la diversité dans la manière de les traiter.

La première de nos Classes, celle de *la Philosophie Experimentale*, comprend toute l'histoire naturelle, toutes les connoissances pour lesquelles on a besoin des yeux, des mains, & de tous les sens. Elle considère les corps de l'Univers revêtus de toutes leurs propriétés sensibles; Elle compare ces propriétés, elle les lie ensemble, & les déduit les unes des autres. Cette Science est toute fondée sur l'Experience. Sans elle le raisonnement toûjours exposé à porter à faux se perd en systémes qu'elle dément. Cependant l'Expérience a besoin aussi du raisonnement; il épargne au Physicien le tems & la peine; il lui fait saisir tout à coup certains rapports qui le dispensent de plusieurs opérations inutiles; & lui permet de tourner toute son application vers les phenomenes décisifs.

Que le Physicien s'applique donc à examiner soigneusement les Experiences faites par les autres: qu'il n'ait pas plus d'indulgence pour les siennes propres: qu'il n'en tire que des conséquences legitimes: & surtout, qu'egalement éloigné de l'ostentation qui fait produire le Merveilleux, & du Mistere qui tient caché l'Utile, il les expose à ses Confrères avec toutes leurs circonstances.

Nous voyons plus d'un Académicien que je pourrois citer ici pour modeles; qui connoissent également l'art de faire les Experiences les plus delicates, & celui d'en tirer les conséquences les plus ingénieuses: qui malgré les plus grandes occupations, & les occupations les plus utiles de la Cour & de la Ville, trouvent des heures pour nous donner d'excellents ouvrages, & sont les premiers & les plus assidus dans nos Assemblées.

Notre

Notre Classe de *Mathematique* est la seconde. La premiére considéroit les corps revêtus de toutes leurs propriétés sensibles: celle-ci les dépouille de la plupart de ces propriétés pour faire un examen plus sevére & plus seur de celles qui y restent. Les corps ainsi dépouillés ne présentent plus au Géometre que de l'Etendue & des Nombres: & ceux que des distances immenses mettent hors de la portée de plusieurs de ses sens, n'en paroissent que plus soumis à ses spéculations & à ses calculs.

La Géometrie, qui doit son origine à son utilité, & que les premiers Géometres appliquerent avec tant de succés aux besoins de la vie, ne fut ensuite pendant plusieurs siecles qu'une spéculation sterile, & une espece de jeu d'esprit. Trop bornée à ses abstractions elle se contentoit d'exercer son art sur des bagatelles difficiles, & n'osa le porter jusqu'aux phenomenes de la Nature. L'heureuse révolution qui s'est faite presque de nos jours dans les Sciences, la rendit plus audacieuse. On vit la Géometrie expliquer tous les phenomenes du Mouvement, & quelle partie n'est-ce pas de la Philosophie naturelle? On la vit suivre le Rayon de la Lumiere dans l'espace des Cieux, à travers tous les corps qu'il pénétre, calculer toutes les Merveilles qui naissent de ses réfléxions & de ses réfractions: soit pour nous faire découvrir des objets que leur immense éloignement déroboit à nos yeux, soit pour nous rendre sensibles ceux qui par leur extrême petitesse ne pouvoient être apperceus. On vit le Géometre déterminant par des dimensions exactes la grandeur & la figure du Globe que nous habitons, marquer au Géographe la veritable position de tous les lieux de la Terre, enseigner au Navigateur des Régles seures pour y arriver. On vit les Sciences Mathematiques s'appliquer à tous les Arts utiles ou agréables.

La marche du Géometre est si déterminée, ses pas sont, pour ainsi dire, si comptés, qu'il ne reste que peu de conseils à lui donner.

Le premier c'est, dans le choix des sujets auxquels il s'applique, d'avoir plus en vuë l'utilité des Problemes que leur difficulté. Com-

bien de Géometres, s'il est permis de les appeller de ce nom, ont perdu leur tems dans la recherche de la Quadrature d'une Courbe qui ne sera jamais tracée!

Le second conseil, c'est, dans les Problemes physico-mathematiques, que le Géometre résout, de se ressouvenir toûjours des abstractions qu'il a faites: que ses solutions ne sont justes qu'autant qu'il n'y auroit dans les corps que ce petit nombre de propriétés qu'il y considere: & que comme il n'y a peut-être point dans la Nature de corps qui soient réduits à ces seules propriétés, il doit sur ceux qui ont été les objets de ses calculs, consulter encore l'experience, pour découvrir si des propriétés dont il a fait abstraction, ou dont il a ignoré la présence, n'alterent pas les effets de celles qu'il y a conservées.

En suivant ces conseils, le Géometre mettra son art à l'abri du reproche d'inutilité: & le justifiera aux yeux de ceux qui pour ne le pas connoître assés, lui imputent des défauts qu'il ne faut attribuer qu'à l'usage mal-habile qu'on en fait.

La Classe de *Philosophie spéculative* est la troisième. La *Philosophie expérimentale* avoit examiné les corps tels qu'ils sont; revêtus de toutes leurs propriétés sensibles. La *Mathematique* les avoit dépouillé de la plus grande partie de ces propriétés. La *Philosophie spéculative* considere des objets qui n'ont plus aucune propriété des corps.

L'Etre suprème, l'Esprit humain, & tout ce qui appartient à l'Esprit est l'objet de cette science. La Nature des corps mêmes, entant que représentés par nos perceptions, si encore ils sont autre chose que ces perceptions, est de son ressort.

Mais c'est une remarque fatale, & que nous ne sçaurions nous empêcher de faire: Que plus les objets sont intéressans pour nous, plus sont difficiles & incertaines les connoissances que nous pouvons en acquérir! Nous serons exposés à bien des erreurs, & à des erreurs bien dangereuses, si nous n'usons de la plus grande circonspection dans cette

cette ſcience qui conſidère les Eſprits. Gardons-nous de croire qu'en y employant la même methode, ou les mêmes mots qu'aux ſciences mathematiques, on y parvienne à la même certitude. Cette certitude n'eſt attachée qu'à la ſimplicité des objets que le Géometre conſidere, qu'à des objets dans leſquels il n'entre que ce qu'il a voulu y ſuppoſer.

Si je vous expoſe ici toute la grandeur du péril des ſpéculations qui concernent l'Etre ſuprême, les premières Cauſes, & la Nature des Eſprits, ce n'eſt pas, MM. que je veuïlle vous détourner de ces Recherches. Tout eſt permis au Philoſophe, pourvû qu'il traite tout avec l'Eſprit philoſophique, c'eſt à dire, avec cet Eſprit qui meſure les différens degrés d'Aſſentiment : qui diſtingue l'Evidence, la probabilité, le doute : & qui ne donne ſes ſpéculations que ſous celui de ces différens aſpects qui leur appartient.

Si la plupart des objets que la Philoſophie ſpéculative conſidere, paroiſſent trop au deſſus des forces de notre Eſprit, certaines parties de cette ſcience ſont plus à notre portée. Je parle de ces Devoirs qui nous lient à l'Etre ſuprême, aux autres Hommes, & à nous-mêmes: de ces loix auxquelles doivent être ſoumiſes toutes les Intelligences; vaſte champ, & le plus utile de tous à cultiver! Appliquez-y vos ſoins & vos veilles : mais n'oubliez jamais, lorſque l'evidence vous manquera, qu'une autre lumiere auſſi ſeure encore doit vous conduire.

La quatrième de nos Claſſes réünit tous les différens objets de deux célébres Académies d'un Royaume où l'abondance des grands Hommes les a tant multipliées. Je parle de notre Claſſe *de Belles-Lettres*, qui comprend les Langues, l'Hiſtoire & tous les genres de Littérature : depuis les premiers Elémens de cet art qui apprend à former des ſons & des ſignes pour exprimer les penſées, juſqu'à l'uſage le plus étendu qu'on en peut faire.

Cet Art le plus merveilleux de tous, le plus utile sans doute, fut dans ses commencemens sans doute un art très simple. Le peu de besoins que sentirent les premiers hommes, n'exigea pas un grand nombre de mots ni de signes pour les exprimer. Ce ne fut qu'aprés le succès de ce premier essai qu'ils desirerent de se communiquer des idées moins communes, & qu'ils commencerent à connoitre les charmes de la conversation. Combien fallut-il de tems, combien s'écoulerent de siecles avant qu'ils sçussent peindre aux yeux la conversation même ?

La premiere Langue des hommes s'étoit déjà vraisemblablement diversifiée, lorsqu'ils passerent de la parole à l'Ecriture. Les Familles étant devenuës des Nations, chacune par des suites differentes d'idées se forma non seulement des mots differens, mais des manieres de s'exprimer differentes : les langues vinrent de cette diversité ; & tous ces enfans d'un même Père si dispersés, & aprés tant de générations, ne purent plus lorsqu'ils se retrouvoient se reconnoitre ni s'entendre.

Un beau projet seroit, non de les faire revenir à leur Langue paternelle, la chose n'est pas possible, mais de leur former une Langue plus réguliere que toutes nos langues qui ne se sont formées que peu à peu, plus facile, & qui pût être entenduë de tous.

Ce Problème qui a été plus d'une fois proposé, fut l'objet de notre Académie dès sa naissance : (*) Un habile homme entreprit l'ouvrage : un plus habile le regarda comme possible, & ne l'entreprit pas (**). Ce n'est pas ici le lieu d'exposer les pensées qui me sont venuës sur ce sujet.

La multiplicité des objets de notre quatrième Classe ne me permet pas non plus de donner pour chacun des régles ni des conseils. Je

(*) *Solbrig.* (**) *Leibnitz.*

Je me bornerai à faire connoitre la raison du choix de la langue dans laquelle nos Ouvrages paroissent, s'il est encore nécessaire de prouver que ce que celui qui est l'Ame de notre Académie a ordonné, étoit le plus convenable.

L'Utilité des Académies ne se renferme pas dans les limites de chaque Nation. Une Académie possede de ces hommes destinés à éclairer le monde entier; toutes les Nations doivent avoir part à leurs découvertes; & il faut les leur communiquer dans la langue la plus universelle. Or personne, je crois, ne refusera cet avantage à la nôtre, qui semble être aujourdhui plutôt la langue de l'Europe entiere que la langue des François.

Si quelqu'autre pouvoit lui disputer l'universalité, ce seroit la Latine. Cette langue, il est vrai, est répanduë partout: mais morte, & partout réservée pour un petit nombre de Savans, on n'est sûr de la bien parler qu'autant qu'on employe des Phrases entieres des anciens Auteurs: & des qu'on s'en écarte, on forme un jargon héterogene dont l'ignorance seule empêche de sentir le ridicule.

Il se trouve encore pour justifier le choix de notre langue d'autres raisons qui ne sont pas moins fortes: ce sont la perfection de la langue même, l'abondance que nos progrés dans tous les Arts & dans toutes les Sciences y ont introduite, la facilité avec laquelle on peut s'y exprimer avec justesse sur toutes sortes de sujets, le nombre innombrable d'excellens Livres écrits dans cette langue. Si les Grecs & les Latins nous ont donné les premiers modeles, ces modeles ont été surpassés dans plusieurs genres, & dans tous tellement multipliés que nos Ouvrages peuvent aujourdhui servir de modeles aux Ecrivains de toutes les Nations.

Si l'on peut faire un reproche à notre langue, c'est celui qu'on fit à la langue des Romains, lorsqu'après avoir atteint sa plus grande perfection,

fection, elle vint à perdre sa noble simplicité pour cette subtilité vaine qu'on appelle si improprement *Bel-Esprit*.

Certaines gens ne sçauroient encore pardonner à un Auteur François d'avoir refusé le *Bel-Esprit* aux Allemans. S'ils savoient mieux ce qu'on entend d'ordinaire par *Bel-Esprit*, ils verroient qu'ils ont peu lieu de se plaindre. Ce n'est le plus souvent que l'art de donner à une pensée commune un tour sententieux : *c'est*, dit un des plus grands hommes de l'Angleterre, *l'art de faire paroître les choses plus ingénieuses qu'elles ne sont*. (*)

Quelques Auteurs Allemans se sont vangés en refusant aux François l'Erudition & la Profondeur ; la vangeance auroit été plus juste, si nous abandonnant le *Bel-Esprit*, ils s'étoient contentés de dire que nous en faisons trop de cas. Mais si ces Auteurs entendent par l'Erudition qu'ils refusent aux François un fatras de citations Latines, Grecques, & Hebraïques, un style diffus & embarassé, on leur saura gré du reproche, & l'on s'applaudira du défaut.

Cette netteté & cette précision qui caractérisent les Auteurs François, dépend sans doute autant du génie de la langue, que la langue a dépendu elle-même du tour d'esprit de ceux qui l'ont parlée les premiers & qui en ont posé les régles. Mais ce sont ces avantages qui la rendent si universelle, qui font qu'un Monarque dont le goût est le suffrage le plus décisif la parle & l'écrit avec tant d'elégance, & veut qu'elle soit la langue de son Académie.

J'ai parcouru ici toutes les différentes Sciences auxquelles nous nous appliquons : & n'ai point parlé d'une qui fut un des principaux objets de cette Compagnie lors de son établissement.

Le premier Réglement de la Société Royale portoit, qu'une de ses Classes devoit s'appliquer *à l'Etude de la Religion & à la conversion* des

(*) *Bacon.*

des Infideles : Article plus singulier par la manière dont il étoit présenté qu'il ne l'est peut-être en effet. Nôtre Réglement moderne ne charge aucune Classe en particulier de cette occupation : mais ne peut-on pas dire que toutes y concourent ?

Ne trouve-t-on pas dans l'étude des Merveilles de la Nature, des preuves de l'Existence d'un Etre suprême ?

Quoi de plus capable de nous faire connoitre sa sagesse, que les Verités Géometriques ; que ces Loix éternelles par lesquelles il régit l'Univers ?

La Philosophie spéculative ne nous fait-elle pas voir la nécessité de son Existence ?

Enfin l'étude des Faits nous apprend, qu'il s'est manifesté aux hommes d'une maniere encore plus sensible ; qu'il a exigé d'eux un culte, & le leur a prescrit.



ELOGE
DE
M. BUDDEUS.

AUGUSTIN BUDDEUS, Conseiller de Cour, Médecin du Roi, Membre du College Supérieur de Médecine, premier Professeur d'Anatomie & de Physique, de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature, & de l'Académie Royale de Prusse, naquit à *Anclam* en Poméranie le 7. Aout 1695. de *François Buddeus*, premier Pasteur des Eglises du lieu, & de *Dorothée Christiani*. Il fit ses humanités dans sa Patrie. Un goût marqué, joint aux talens qui ne manquent guéres d'y être attachés, le décida pour la Médecine, & d'une façon plus particuliere encore pour les connoissances Anatomiques. En 1712. il se rendit à l'Université de Jena, & en 1715. à celle de Halle. Il remplit la carriére des études avec distinction ; quand elle fut achevée, il passa à celle des Voyages, & fit ceux qui convenoient au genre d'étude qu'il avoit embrassé. C'est à la libéralité du feu Roi qu'il étoit redevable de cet avantage.

Il étoit en Hollande en 1717. & y fit un Cours sous le célébre *Boerhawe*. Il passa de là en Angleterre & en France, attentif à voir tout ce qui pouvoit le perfectionner dans son mêtier. Il y a des Sciences qui peuvent s'acquérir dans le Cabinet, & dont l'esprit ou le jugement font, pour ainsi dire, seuls tous les fraix ; il y en a d'autres, pour lesquelles on ne doit point se lasser de se répandre, de promener ses regards de tous côtés, & d'interroger les objets dont les réponses peuvent nous être utiles.

De

De retour en Hollande, M. *Buddeus* reçut à *Leyde* en 1721. le degré de Docteur en Médecine, après avoir soutenu avec applaudissement une These sur l'action des Muscles, particulièrement de ceux qu'on nomme *Antagonistes*. L'année suivante il vint à *Berlin*. Il y étoit attiré surtout par ce Théatre Anatomique, qui mérite d'être compté parmi tant d'autres choses importantes, dont le Roi *Frideric Guillaume* a fait usage pour amener cet Etat au point de force & de splendeur, qu'il étoit réservé à notre grand Monarque de pousser à son plus haut période.

Notre Académicien a eu la principale part à tous les arrangemens qui concernent ce Théatre, & la Direction lui en fut conférée avec la fonction & le titre de Professeur d'Anatomie. Depuis ce tems là il fut comme absorbé dans sa Profession, dont les travaux demandent effectivement qu'on s'y livre tout entier. L'approbation que mériterent ses soins, lui attira de nouveaux encouragemens; il fut déclaré en 1725. Médecin du Roi & Conseiller de la Cour.

Les Mémoires, connus sous le titre de *Miscellanea Berolinensia*, renferment diverses Dissertations de M. *Buddeus*, qui font juger de son habileté & de son application. On y découvre ce génie observateur, qui saisit précisément le neuf, l'intéressant, & qui va le demêler là où le vulgaire n'apperçoit rien, & demeureroit des siecles sans rien appercevoir. Ce génie est bien rare parmi ceux même qui prétendent être au dessus du vulgaire: il y a toujours quantité de Taupes pour un Lynx.

En 1730. M. *Buddeus* voulut goûter les douceurs du mariage, & son choix tomba sur M[lle] *Scott*, fille cadette de M. *Robert Scott*, Médecin du feu Duc *George Guillaume* de *Lünebourg*. Les fruits qui restent de cette union sont un fils & deux filles.

La vie de M. *Buddeus* s'est écoulée doucement, dans le soin de sa famille, & dans le cours des occupations que nous avons indiquées. Il étoit peu répandu, & nous l'avons à peine vû dans les Assemblées de l'Académie depuis son Renouvellement. Sa complexion, quoiqu'elle parût saine & vigoureuse, étoit un principe habituel d'incommodité, & a sans doute été celui de sa mort prématurée. Il étoit fort replet, & un coup d'apopléxie a trenché presque en un instant le fil de ses jours, le 25 Decembre de l'année 1753. lorsqu'il étoit âgé d'un peu plus de 57 ans.



ELOGE

ELOGE
DE
M. DE BEAUSOBRE.

CHARLES LOUÏS DE BEAUSOBRE, Pasteur de l'Eglise Françoise de *Berlin*, & Membre de l'Académie Royale, nâquit à *Dessau* le 24 Mars, 1690. Nous n'irons point chercher d'autre illustration à son origine que celle qu'il tire d'un Père, qui a tenu l'un des premiers rangs dans l'Eglise & dans la République des Lettres. Ce n'est pas qu'on ne trouve dans la Famille *de Beausobre* les prérogatives dont on ne manque guéres de faire un étalage fastueux, dans celles qui n'en ont point d'autres; mais nous les croyons trop étrangéres à la Vie d'un Ecclésiastique & d'un Savant, pour y insister.

M. *de Beausobre* ayant été appellé au service de l'Eglise de Berlin vers le commencement de 1695. quitta le sejour agréable où il avoit passé huit des plus belles années de sa vie, à la Cour de S. A. S. Mgr. le Prince *Jean George d'Anhalt-Dessau*, & se transporta à *Berlin* avec toute sa Famille.

Charles Louis, dont nous parlons, étoit le second de ses Fils. L'aîné étant destiné aux Armes, (il est encore vivant, & Général au service de S. M. Imp. de Russie,) on consacra celui-ci à l'étude; & le Ministere de l'Evangile parut une vocation également convenable à la vivacité de son génie & à la douceur de son caractére. Une tendre Mère surtout, toute remplie encore des idées que les premiers Réfugiés apporterent de leur Patrie, & de celles que devoient naturellement lui inspirer les succés éclatans de son Epoux dans l'exercice de cette sainte Charge, n'eut point de repos qu'elle n'eût pleinement affermi un Fils, pour qui elle avoit quelque prédilection, dans le choix de ce qu'elle re-

gardoit comme la bonne part. L'événement a justifié ses desirs; mais nous ne saurions dissimuler que M. *de Beausobre* n'ait quelque fois témoigné du regret de sa condéscendance; & que, malgré tous les talens qui l'ont fait regarder comme un digne fils de son illustre Père, il n'ait été plus sensible à certaines épines qui lui paroissoient attachées à son état, qu'aux agrémens dont il y pouvoit jouïr.

Sa jeunesse fut cultivée par d'habiles mains. Il n'avoit pas besoin de sortir de chez lui, pour puiser dans une source également pure & abondante; mais il eut encore l'avantage d'être à portée de profiter des secours, & des directions de plusieurs hommes célébres, qui vivoient alors, & qui avoient des liaisons intimes avec M. *de Beausobre* le Père. Tels étoient entr'autres Mrs. *Lenfant*, *Des Vignoles* & *Chauvin*.

Sous de tels guides, M. *de Beausobre* parcourut rapidement la carrière des Etudes, & parla de bonne heure en public. Il fut applaudi, & il auroit goûté bien davantage le plaisir que l'on peut, & j'ose même dire, que l'on doit trouver à l'être, si sa mémoire avoit été aussi fidele à rendre les idées, que son imagination étoit propre à les faire naître, & son jugement à les soumettre aux régles de l'Art. Mais cet écueil étoit tout à fait décourageant, surtout dans un Commençant: & en géneral il n'est guères de mêtier plus pénible que la Prédication, quand elle a cet obstacle à surmonter. Quoiqu'une mémoire heureuse ne soit assurément qu'un accessoire des talens de l'Orateur, l'incapacité des Juges n'a pas laissé d'en faire presque le principal. M. *de Beausobre* n'en a pas eu moins pour lui ceux qui sont dignes de juger; & pendant 40 ans de Ministére il a été compté parmi ce petit nombre de Hérauts de l'Evangile qui ne dégradent point la Majesté du Maître au nom duquel ils parlent. Il avoit surtout cette Eloquence noble & affectueuse, qui va droit au coeur, parce qu'elle part du coeur.

Il reçut l'imposition des mains en 1713. & fut d'abord appellé à servir l'Eglise Françoise du Village de *Buchholtz*, qui n'est qu'à un mille de notre Capitale. Par ce moyen il restoit dans le sein de sa Famille, n'étant pas même obligé à résidence, & ne se rendant à son Troupeau

que

que pour la Prédication, ou pour les autres cas qui demandent la présence d'un Pasteur.

Environ deux ans aprés, l'Eglise de *Hambourg* lui adressa une vocation. Il l'accepta; mais il ne fit pas un fort long séjour dans cette Ville, dont l'air se trouvoit contraire à sa santé. Il revint donc à *Berlin* chez son Père, en attendant quelque autre occasion d'être placé. Il s'en présenta une fort naturelle, & fort heureuse. Mrs. *de Beausobre* & *Lenfant* avoient travaillé ensemble à une Traduction du N. Testament, qui est bien connuë & très-estimée. Lorsque l'Ouvrage fut imprimé, ils eurent l'honneur d'en présenter le premier Exemplaire, vers le commencement de 1718. au Roi *Frederic Guillaume*, de glorieuse mémoire, à qui il étoit dedié. Ce Monarque le reçut avec bonté, & témoigna à ces deux Ministres qu'il étoit disposé à leur faire éprouver des marques réelles de sa bien-veillance. M. *de Beausobre*, saisissant l'occasion, supplia le Roi de lui donner son Fils pour Collégue; & sa demande lui fut aussi-tôt accordée. On peut juger de la joye du Père & du Fils dans une conjoncture qui les réünissoit pour toûjours; ils furent ravis de joindre, pour ainsi dire, à la tendre rélation qui les unissoit, celle de Frères & de Compagnons d'oeuvre.

M. *de Beausobre* demeura donc attaché depuis ce tems-là à l'Eglise de *Berlin*. Il n'étoit d'abord que surnuméraire; la mort d'un Pasteur nommé *Lugandi* le fit ordinaire. Il desservoit l'Eglise de la Ville-Neuve; mais il en fut tiré pour être placé dans la nouvelle Eglise du Cloître qu'on venoit de bâtir. Il en fit la Dédicace en présence du Roi défunt, le 26 Aout 1726. Ensuite, à la mort de M. *Gaultier*, il reprit au commencement de 1740. les fonctions de Pasteur de la Ville-Neuve, par où il a terminé son Ministère.

C'est assés parler de sa vie Ecclésiastique; mais l'idée que nous venons d'en donner, étoit nécessaire pour montrer qu'elle a été agitée & pénible, & qu'il n'a pû consacrer à l'étude toute l'application que des circonstances plus favorables lui auroient permis d'y apporter. Ses premiers Ouvrages ont été des Traductions. Il en a fait quelques unes

de

de l'Anglois, sur les affaires publiques, pour un Ministre de la Grande-Bretagne à la Cour de Prusse, avec qui il avoit des liaisons d'amitié. Comme ce sont des Pieces qui disparoissent presque avec les conjonctures qui les font naître, nous n'en indiquerons pas seulement les titres.

Il passa de ce travail à un autre plus convenable à ses occupations ordinaires. M. *Barbeyrac* avoit jetté les premiers fondemens d'une réputation qui s'accrût beaucoup depuis, en donnant une fort bonne Traduction des Sermons du célébre Archévêque *Tillotson*. Comme d'autres occupations l'empêcherent d'embrasser toute cette tâche, M. *de Beausobre* traduisit les Sermons sur la Repentance, qui forment un Volume séparé, que le Public plaça sans balancer à côté de ceux qu'il tenoit de M. *Barbeyrac*.

Un des événemens qui ont attiré l'attention de ce Siecle, c'est la sanglante Tragédie de *Thorn*. M. *Jablonski*, que la Société qui a précédé cette Académie, se glorifioit d'avoir alors à sa tête, en donna une Histoire également judicieuse & intéressante. M. *de Beausobre* la traduisit de l'Allemand à la fin de 1725. sous le titre de *Thorn affligée*.

C'est par ces essais qu'il se préparoit à une entreprise plus importante. En voici l'occasion. M. *Saurin*, célébre Prédicateur, & qui ne devoit point sa célébrité à quelque caprice passager, mais qui possédoit ce fonds & cet acquis d'où dépendent les véritables talens, avoit entrepris un Ouvrage sur la Bible, qui, destiné d'abord à l'explication d'un Recueil d'Estampes, devint entre ses mains un chef-d'œuvre d'érudition & de saine Critique. Je ne sais, pour le dire en passant, si l'on rend actuellement assez de justice aux Discours de M. *Saurin*, & si on les distingue, comme on le devroit, de tant de compilations qui n'ont couté à leurs Auteurs qu'un travail technique. M. *Saurin* n'a pas compté les opinions, il les a pésées; & plus sa balance demeure souvent dans l'équilibre, plus il fait voir qu'elle est d'une justesse peu commune. Ceux qui font toujours pancher l'un des bassins, ne le font que parce qu'ils mettent leurs propres jugemens à la place des raisons. Mais je m'écarte de mon sujet.

Une

faisoient à peu près toute la succession de cet illustre Défunt. Afin d'y travailler avec plus de liberté, il les acquit en propre de ses Cohéritiers; & nous l'avons vû depuis ce tems-là presque uniquement occupé de ce travail. Le Public en a profité: il possède déjà le *Supplément à l'Histoire de la Guerre des Hussites*, imprimé en 1745. les *Sermons sur le Chapitre XII. de l'Epitre aux Romains*, qui sont de l'année 1744. mais que nous indiquons ici pour les joindre aux *Sermons sur la Resurrection de Lazare*, qui ont paru en 1751. Ce n'étoient-là pourtant que de simples échantillons au prix de *l'Histoire de la Réformation d'Allemagne*, qui est achevée jusqu'à la Confession d'*Augsbourg*, & dont le MS. peut fournir deux Volumes *in quarto* tout prets à paroitre. Il y a longtems que cette Histoire, & bien d'autres Pieces curieuses que M. *de Beausobre* avoit laissées dans un état peu éloigné de la perfection, devroient être entre les mains du Public, si M. *de Beausobre*, peu expert dans l'Art de négocier, ou de trafiquer, (je ne sais lequel de ces deux mots exprime le mieux les pièges réciproques que se tendent les Auteurs & les Libraires,) n'avoit presque décrié une marchandise très précieuse par des incidens qui venoient d'un tour d'esprit singulier, au coin duquel presque tout ce qu'on appelle maniement d'affaires a été marqué pendant le cours de sa vie.

En repassant les événemens qui appartiennent à l'Histoire de la Réformation, M. *de Beausobre* ramassa les matériaux d'un petit Ouvrage, qu'il intitula *le Triomphe de l'Innocence*. Il s'y proposoit de justifier les Réformés de France contre diverses accusations qui leur ont été intentées par leurs Adversaires, & surtout contre les reproches vagues, odieux, & faux, de sédition & de rebellion. Ce petit Livre écrit avec feu & avec force contient des vérités sans replique.

Si M. *de Beausobre* n'étoit pas de l'Académie, il méritoit depuis long-tems d'en être. Mais il a presque toujours été éloigné des postes & des prérogatives qui sembloient lui être duës. L'enchainement de ces traverses qui ne sont pas entièrement dans la classe de celles qu'on nomme vulgairement fatalités, mais qui viennent principale-

ment

ment de la néceffité d'unir le favoir-faire au favoir, cet enchainement, dis-je, formoit une barrière infurmontable à des efforts, qui, pour être continuellement réïtérés, n'en étoient que moins efficaces. L'Académie lui rendit juftice au mois d'Octobre de l'année 1751. & ayant été placé dans la Claffe de Belles-Lettres, il a entretenu deux fois nos Affemblées fur la Vie du Cardinal *Albert de Brandebourg*.

Nous touchons à la fin de fa carriére. M. *de Beaufobre* étoit d'une bonne conftitution, & avoit toujours paru la fortifier par le régime & par l'exercice. Mais comme il fuivoit plutôt à ces deux égards l'ardeur de fon tempérament que les régles de la prudence, il fe fit une révolution fubite dans fa fanté au commencement de cette année; les premiers fymptômes fe manifefterent par une forte oppreffion; & bientôt une complication de maux, jointe peut-être à une complication de remèdes, firent faire à fon mal, à peine déclaré & connu, des progrés fi rapides, qu'il y fuccomba le 10 Mars, fans s'être presque douté lui-même que l'iffuë en dut être auffi promte & auffi funefte.

M. *de Beaufobre* avoit époufé en Mai 1730. Mlle. *Madelaine de St. Laurens*, fille d'un Confeiller au Parlement d'Orange, qu'il perdit en Septembre 1744. Il ne refte qu'une fille de ce mariage.

Je tracerai fans héfiter le caractére de M. *de Beaufobre*, tel que de longues & étroites liaifons m'ont mis à portée de le connoître: il eft tout à fon avantage. Les qualités de l'esprit qui font l'homme folidement éclairé, dictoient fes Sermons, & brillent dans fes Ouvrages; les qualités du cœur qui font l'honnête homme & le vrai Chrêtien, ont caractèrifé toute fa conduite. Il étoit fincère, droit, officieux, reconnoiffant, fidèle à toutes les rélations de la Societé; prêchant en un mot par fon exemple encore plus que par fa doctrine. Quiconque l'a vû tout entier, n'en jugera jamais autrement; c'eft l'expreffion qui réfulte de l'enfemble de fon caractère, & de fes actions. Mais on auroit pû s'y méprendre quelquefois en le regardant de profil, & en s'arrêtant à des faits ifolés. Non que jamais il ait eu le deffein de fe fouftraire à quelque devoir, de chercher quelcun de ces faux-fuyants, qui font

 l'afyle

l'aſyle des Vertus équivoques; mais une idée qui tomboit dans ſon cerveau, plutôt qu'elle n'y naiſſoit, s'emparoit tellement de lui qu'il l'auroit ſuivie, ſans s'en appercevoir, jusqu'au bord du précipice, (& par précipices je n'entends que ceux qui menaçoient ſon repos & ſa fortune;) on l'en avertiſſoit, il ouvroit les yeux, le fantôme diſparoiſſoit, mais le lendemain il en renaiſſoit un autre, à la pourſuite duquel il ſe livroit aux mêmes risques & périls. Cela lui rendoit les vrais Amis néceſſaires; & il étoit digne de les avoir, car il en connoiſſoit tout le prix. Les principes des agitations & des inquiètudes, qui ont un peu dérangé ſa vie, étoient dans le ſang & dans la machine; ceux de la Vertu & de la Religion étoient profondément gravés dans ſon Ame, & auront fait ſuccéder à ces ſecouſſes paſſagéres un calme inaltérable, & un bonheur conforme à ſes eſpérances.



TABLE.

CLASSE

de Philosophie Expérimentale.

CLASSE

de Mathématique.

 Cordes

CLASSE
de Philosophie Spéculative.

CLASSE

CLASSE

de Belles - Lettres.

